

Sorgente : <http://holisi.hasanaj.com/>

Autore : HOLSI HASANAJ

Professore: POMPEO-SILVA

CORSO di Ingegneria INFORMATICA ROMA TRE

ANNO di produzione: 2010-2011

Fisica : Meccanica & Elettromagnetismo

-Preparazione ESAME-

**È proibita QUALUNQUE riproduzione di questo Fascicolo,
anche parziale, in Libri,**

**Pubblicazioni anche telematiche, cd, dvd, Siti Web e ogni
altra Forma di pubblicazione**

Senza IL CONSENSO Scritto dell'autore.

**In particolare, è proibita La vendita di questo Fascicolo o di
parti di esso in QUALUNQUE Forma.**

Fisica

SINTESI MECCANICA

1/3

MECCANICA: parte della fisica che studia il moto dei corpi

→ CINEMATICA: descrizione matematica dei moti

→ DINAMICA: studia le cause del moto

CINEMATICA:

MOTO RETILINEO UNIFORME: $v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_{t_1}^{t_2} v dt = \int_{x_1}^{x_2} dx = x_2 - x_1$
 $x = x_1 + \int_{t_1}^t v dt$ $v_{media} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO: $a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2x}{dt^2}$

$v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^t a(t') dt' \Rightarrow v(t) = v(t_0) + a(t - t_0)$

$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t [v(t_0) + a(t' - t_0)] dt'$

$\Rightarrow x(t) = x(t_0) + v(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$

Grave: oggetto sottoposto alla forza peso $\begin{cases} v(t) = v_0 - gt \\ y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

RELAZIONE TRA LA VELOCITA' MEDIA E ISTANTANEA:

$$v = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \left(\frac{dx}{dt} \right) \Rightarrow a = v \frac{dv}{dx} \Rightarrow \int_{v_1}^{v_2} a dv = \int_{x_1}^{x_2} v dv = \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) = a(x_2 - x_1)$$

MOTO ARMONICO $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$

$\frac{dx}{dt} = v(t) = A\omega \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow \frac{dv}{dt} = a(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$

$\Rightarrow -\omega^2 x = a(t)$ (equazione dell'oscillatore armonico)

$\begin{cases} x(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \\ v(t) = A\omega \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x_0}{A} = \sin \varphi \\ \frac{v_0}{A\omega} = \cos \varphi \end{cases} \Rightarrow \frac{x_0}{v_0} = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \tan \varphi \Rightarrow \tan \varphi = \frac{x_0}{v_0}$

$\begin{cases} x_0 = A \sin \varphi \\ v_0 = A\omega \cos \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x_0}{A} = \sin \varphi \\ \frac{v_0}{A\omega} = \cos \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x_0^2}{A^2} = \sin^2 \varphi \\ \frac{v_0^2}{A^2 \omega^2} = \cos^2 \varphi \end{cases} \Rightarrow \frac{x_0^2}{A^2} + \frac{v_0^2}{A^2 \omega^2} = 1 \Rightarrow \begin{cases} A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2} \\ \varphi = \arctan\left(\frac{\omega x_0}{v_0}\right) \end{cases}$

Δ MOTO DEL GRAVE: $\begin{cases} x(t) = v_{0x} t \\ y(t) = v_{0y} t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Rightarrow y(x) = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} x - \frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_{0x}^2} \rightarrow \text{TRAiettoria}$

$$\Rightarrow y'(x) = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} - \frac{g}{v_{0x}^2} x = 0 \Rightarrow x_M = \frac{v_{0x} v_{0y}}{g} \quad y_M = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} \cdot \frac{v_{0x} v_{0y}}{g} - \frac{1}{2}g \frac{v_{0x}^2 v_{0y}^2}{g^2 v_{0x}^2} = \frac{v_{0y}^2}{2g}$$

$$y_M = \frac{v_{0y}^2}{2g}$$

MOTO CIRCOLARE: $\omega_{12} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$

$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt}$ MOTO CIRCOLARE UNIFORME $\theta(t) = \theta(t_0) + \omega(t - t_0)$

MOTO CIRCOLARE UNIFORMEMENTE ACC.

$\frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \alpha_{12}$ $\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \alpha = \text{cost} \Rightarrow \begin{cases} \omega(t) = \omega_0(t) + \alpha(t - t_0) \\ \omega_2^2 - \omega_1^2 = 2\alpha(\theta_2 - \theta_1) \end{cases}$

$a_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{d(R\omega)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\alpha(t)$ $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{R^2 \omega^2}{R} = \omega^2 R = R\omega^2(t)$

$\begin{cases} x(t) = R \cos(\omega t + \theta) \\ y(t) = R \sin(\omega t + \theta) \end{cases} \xrightarrow{\theta_0=0} \begin{cases} x = R \cos(\omega t) \\ y = R \sin(\omega t) \end{cases}$



DINAMICA:

→ LE FORZE: studiano i principi della dinamica, misurano e interazione dei corpi, lo studio della dinamica si fonda su tre principi

① PRINCIPIO D'INERZIA: un corpo materiale libero da qualunque interazione rimane in quiete oppure si muove di moto rettilineo uniforme

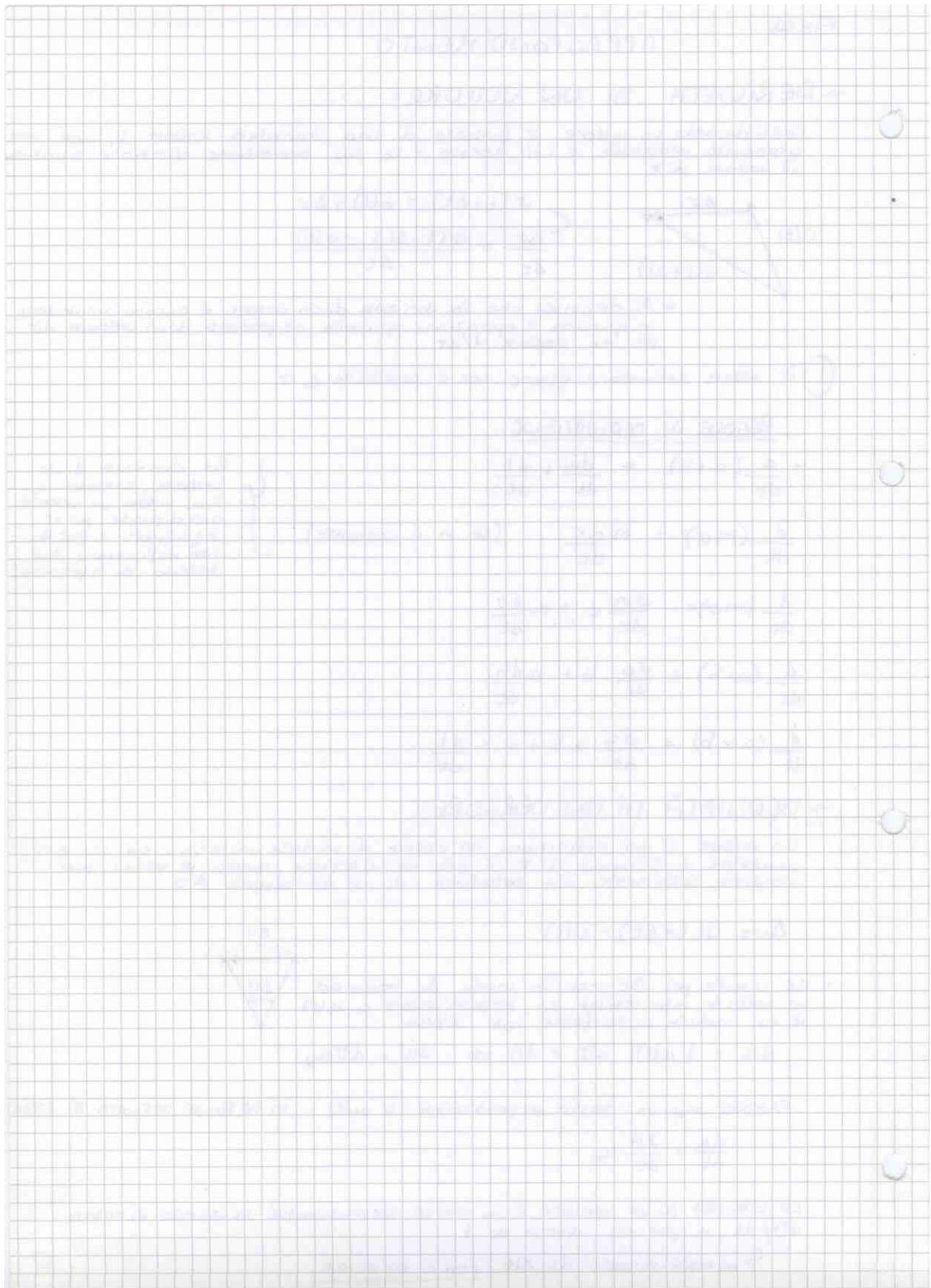
Sorgente : <http://holisi.hasanaj.com/>

Autore : HOLSI HASANAJ

ProFESSore: POMPEO-SILVA

CORSO di INGEGNERIA INFORMATICA ROMA TRE

ANNO di PRODUZIONE: 2010-2011



Fisica

SINTESI MECCANICA

2/3

ATTRITO VISCOSO: (gas o liquidi)

$$\vec{F}_A = -b\vec{v}$$

$$F_{TOT} = mg - b\vec{v} = ma$$

$$a = g - b/m \cdot v = g - v/\tau$$

$$T = m/b$$

$$dv/dt = g - v/\tau \Rightarrow dv = (g - v/\tau) dt$$

$$\frac{dv}{g - v/\tau} = dt$$

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{g - v/\tau} = \int_0^t dt$$

$$-t/\tau = \log(g - v/\tau) - \log(g - v_0/\tau) \Rightarrow e^{-t/\tau}(g - \frac{v_0}{\tau}) = g - \frac{v}{\tau}$$

LAVORO: $W_{AB} = F_x \cdot (x_B - x_A)$

① LAVORO MOTORE ② LAVORO RESISTIVO

③ LAVORO NUOVO

$$\sum_{n=1}^N F_x(x_n) \Delta x_n \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \int_{x_A}^{x_B} F_x(x) dx = W_{AB}$$

① moto rettilineo unif.

significa che la risultante

te di tutte le forze è uguale a 0

① Il lavoro della somma di tutte le forze è uguale alla somma del lavoro

LAVORO DELLA F. PESO:

$$W_{AB} = \int_{y_A}^{y_B} -mg dy = -mgy \Big|_{y_A}^{y_B}$$

$$= mg(y_B - y_A) = mgh$$

LAVORO DI UNA FORZA ELASTICA:

$$W_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} -Kx dx = -\frac{K}{2} x^2 \Big|_{x_A}^{x_B} = -\frac{1}{2} K(x_B^2 - x_A^2)$$

$$W_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} F_x dx = \int_{x_A}^{x_B} m a_x dx = m \int_{x_A}^{x_B} a_x dx = m \int_{v_A}^{v_B} v dv = m \frac{1}{2} v^2 \Big|_{v_A}^{v_B} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$$

TEOREMA DELLE FORZE VIVE

$$dW = F ds \cos \theta \quad dS = ds \cdot \vec{T}_t \quad W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

① La forza centripeta non compie lavoro in quanto la forza è ortogonale allo spostamento

ENERGIA MECCANICA SI CONSERVA: ($\Rightarrow$ AGISCONO FORZE CONSERVATIVE)

$$E_c + E_p = E_{c1} + E_{p1} \Rightarrow mgy_A + \frac{1}{2} m v_A^2 = mgy_B + \frac{1}{2} m v_B^2$$

FORZE CONSERVATIVE: l'energia si conserva $\rightarrow$ non dipende dal cammino percorso. Una forza è conservativa se il lavoro in un percorso chiuso è uguale a 0 (ex: FORZA PESO)

$$W_{AB} = \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$

FORZE NON CONSERVATIVE: l'energia meccanica non si conserva e dipende dal percorso (cammino) (ex: FORZA PESO)

$$\vec{F}_{TOT} = \vec{F}_c + \vec{F}_{nc} \quad W_{AB} = \int_A^B \vec{F}_{TOT} \cdot d\vec{s} = \int_A^B \vec{F}_c \cdot d\vec{s} + \int_A^B \vec{F}_{nc} \cdot d\vec{s} = \int_A^B \vec{F}_c \cdot d\vec{s} + \int_A^B \vec{F}_{nc} \cdot d\vec{s}$$

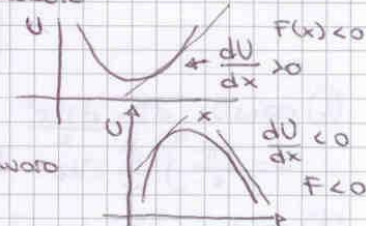
$$E(B) = E_c(B) + E_p(B) = E_c(A) + U(A) + L_{nc}$$

① l'energia è una quantità scalare

$$U(x) = - \int_0^x F(x') dx' \quad F(x) = -dU/dx$$

EQUILIBRIO STABILE: $\cup$ (MINIMO)

EQUILIBRIO INSTABILE: $\cap$ (MAXIMO)



POTENZA: misura la velocità con cui varia il lavoro

$$P(t) = dW/dt = \vec{F} \cdot d\vec{s}/dt = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

QUANTITA DI MOTO: $\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad F = d\vec{p}/dt = d(m\vec{v})/dt = m d\vec{v}/dt = m\vec{a}$

$$\vec{F}_{TOT} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{TOT} dt = \int_{t_1}^{t_2} d\vec{p} = \vec{p}(t_2) - \vec{p}(t_1) = \Delta \vec{p} \quad \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{TOT} dt = \Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v}$$

MOMENTO: in generale il momento polare di un vettore è:

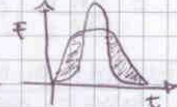
$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{A}$ dove $\vec{r}$ è il vettore che unisce il polo rispetto al quale si calcola il momento e il punto di applicazione del vettore $\vec{A}$.

Il modulo del momento polare è dato $M = rA \sin \theta \rightarrow$ prodotto vettoriale, dal prodotto dei moduli dei due vettori per il seno dell'angolo tra essi formato

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \vec{p} = m \vec{v} \quad d\vec{p}/dt = \vec{F}_{TOT} \quad \text{MOMENTO ANGOLARE} \quad d\vec{L}/dt =$$

$$= d(\vec{r} \times \vec{p})/dt = d\vec{r}/dt \times \vec{p} + \vec{r} \times d\vec{p}/dt = \vec{v} \times (m\vec{v}) + \vec{r} \times \vec{F}_{TOT} = \vec{r} \times \vec{F}_{TOT} = \vec{M}_{TOT}$$

$$d\vec{p}/dt = \vec{F}_{TOT} \rightarrow d\vec{L}/dt = \vec{M}_{TOT} \Rightarrow \vec{M}_{TOT} = 0 \Leftrightarrow \vec{L} = \text{costante}$$



$$F_L = m \vec{a}$$

→ MASSA INERZIALE: È una qualcosa che tende a resistere alle forze applicate

→ CONDIZIONI D'EQUILIBRIO: si ha l'equilibrio di un corpo quando la risultante di tutte le forze è uguale a 0

- interazione nucleare debole
- interazione nucleare forte
- forza gravitazionale
- forza elettromagnetica

INTERAZIONI SUB-ATOMICHE

FORZA GRAVITAZIONALE

FORZA GRAVITAZIONALE: $F = G m_1 m_2$

↳ È una forza attrattiva $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{d^2}{Nm^2/kg^2}$

TEOREMA DI GAUSS: dice che la massa di un oggetto può essere considerata come concentrata tutta nello stesso punto.

$$\begin{cases} T_1 - m_1 g = m_1 a_1 \\ T_2 - m_2 g = m_2 a_2 \end{cases} \quad T_1 - T_2 = T$$

$$\begin{cases} T - m_1 g = m_1 a \\ T - m_2 g = m_2 a \end{cases} \quad \begin{cases} T - m_1 g - T + m_2 g = m_1 a + m_2 a \\ (m_2 - m_1)g = (m_2 + m_1)a \end{cases}$$

$$\textcircled{1^\circ \text{ ES}} \quad \begin{cases} T = m_2 a_2 = m_2 a \\ m_1 g - T = m_1 a_1 \end{cases} \quad \begin{cases} T = m_2 a \\ m_1 g - T = m_1 a \end{cases}$$

$$\begin{cases} T + m_1 g - T = m_1 a + m_2 a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2}$$

2° ES $\begin{cases} y) N - mg \cos \theta = 0 \Rightarrow N = mg \cos \theta \\ x) mg \sin \theta - F_A = 0 \Rightarrow F_A = mg \sin \theta \end{cases}$
 $F_A = mg \sin \theta \leq F_A^{(\max)} = \mu_s N = \mu_s mg \cos \theta$

$$mg \sin \theta \leq \mu_s mg \cos \theta \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \leq \mu_s \quad \tan \theta \leq \mu_s$$

- ATRITO RADENTE STATICO :
- ATRITO RADENTE DINAMICO :

si oppongono alle forze applicate

- ATRIBUTO RADENIE DINAMICO: } aplicat

LEGGE DI HOOKE: $F_e = -Kx$ cost. elastico

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = a = -\omega^2 x \quad \omega^2 = \frac{3k}{m} \Rightarrow \epsilon = \sqrt{\frac{3k}{m}}$$

$$\begin{cases} x(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \\ v(t) = A \omega \cos(\omega t + \varphi) \\ a(t) = -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x(t) \end{cases}$$

1° GS $F_{\text{TOT}} = F_1 + F_2 = -k_1 x - k_2 x = -(k_1 + k_2)x = -k_p x = F_{\text{TOT}}$
 $T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k_p}}$ $k_p = k_1 + k_2 \geq \max(k_1, k_2)$

2° ES $F_2 = -k_2 \Delta l_2$ $F_1 = -k_1 \Delta l_1$ $F_{H_2} + F_1 = 0$
 $k_2 \Delta l_2 = k_1 \Delta l_1$ $\Delta l_1 = \frac{k_2 \Delta l_2}{k_1} \Rightarrow \Delta l$

$$x = \Delta p_2 \frac{k_1 + k_2}{k_1} \Rightarrow \Delta p_2 = x \frac{k_1}{k_1 + k_2}$$

$$\Rightarrow \Delta e_1 + \Delta e_2 = \frac{k_2}{k_1} \Delta e_2 + \Delta e_2 = \Delta e_2 \left(1 + \frac{k_2}{k_1} \right) = x$$

$$F_2 = -k_2 \frac{k_1}{k_1 + k_2} x = -\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} x = -k_s x$$

PEN DULO (simple) $\begin{cases} F_t = -ps \sin \theta = m d^2 \theta / dt^2 = m d(we) / dt \\ F_r = T - ps \cos \theta = m r^2 / dt^2 \end{cases}$

$$F_t = -ps \sin \theta = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d}{dt}(\omega r) = m r \frac{d\omega}{dt} = m r \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -mg \sin \theta$$

$$F_n = T - p \cos \theta = \frac{mv^2}{r} = \frac{m}{l} (wr)^2 = mw^2 l = T - mg \cos \theta \quad T = mw^2 l + mg \cos \theta$$

$$\frac{m \ell^2 d^2 \theta}{dt^2} = -mg \sin \theta \Rightarrow \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{g}{\ell} \sin \theta \quad \nearrow \quad \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{g}{\ell} \theta \quad \text{or} \quad d\theta/dt = \omega \quad \theta_H \cos(\omega t + \varphi)$$

Fisica

SINTESI MECCANICA

3/3

Ex: il caso tipico è quello della trave. Se le forze sulla trave hanno direzione y , si calcola il momento d'inerzia della sezione secondo l'asse x e passante per il baricentro della sezione della trave.

→ a parità di materiale, quanto più è elevato il momento di Inerzia, tanto più risulta resistente la trave. Inoltre quanto più il materiale è lontano dall'asse passante per il suo baricentro, tanto più aumenta il momento d'inerzia.

MOMENTO DELLA FORZA PESO $\vec{P} = \sum_i \vec{P}_i = \sum_i (-m_i g \hat{y}) = -g \hat{y} \sum_i m_i = -g \hat{y} M$

$\vec{P} = \int -g \hat{y} dm = -g \hat{y} \int dm = -g \hat{y} M$

→ CEN. P. GRAVITAZ: $U = \sum U_i = \sum m_i g y_i = g \sum m_i y_i \rightarrow x_c = \frac{\sum m_i x_i}{M}$

$\begin{cases} M x_c = \sum m_i x_i \\ M y_c = \sum m_i y_i \\ M z_c = \sum m_i z_i \end{cases} \quad U = \sum U_i = \sum m_i g y_i = g \sum m_i y_i = g M y_c$



① quello che conta è il centro di massa

$U = \int dm g y = g \int y dm = g M y_c$

MOMENTO DEL LAVORO:

$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = (F_z \hat{z} + F_{xy}) d\vec{r} = F_z \hat{z} \cdot d\vec{r} + F_{xy} \cdot d\vec{r} = dR \cdot F_{xy} \cdot \sin \varphi =$
 $= R d\theta F_{xy} \sin \varphi = (R F_{xy} \sin \varphi) d\theta$

→ $dW = M_z d\theta \quad dW = F_x dx \quad W_{AB} = \int_{\theta_A}^{\theta_B} M_z d\theta$

$W_{AB}^{(tot)} = \int_{\theta_A}^{\theta_B} M_z d\theta = \int_{\theta_A}^{\theta_B} \frac{dL_z}{dt} d\theta = \int_{\theta_A}^{\theta_B} \frac{d}{dt} (I_z \omega) d\theta = I_z \int_{\theta_A}^{\theta_B} \frac{d\omega}{dt} d\theta = I_z \int_{\omega_A}^{\omega_B} d\omega \left(\frac{d\theta}{dt} \right) =$
 $= I_z \int_{\omega_A}^{\omega_B} \omega d\omega = \frac{1}{2} I_z \omega_B^2 - \frac{1}{2} I_z \omega_A^2$

$M_z = M_{tot}^{(ext)}$

$\vec{H}_O = \vec{r} \times \vec{v}$ (m. velouta) $\vec{H} = \vec{r} \times \vec{F}$ (m. forza) $L = \vec{r} \times \vec{p}$ (m. angolare) 1° EQUAZIONE CARDINALE DEI SISTEMI
 CENTRO DI MASSA : $\vec{r}_{CM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$

$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = \frac{1}{m} \left[m_1 \frac{d\vec{r}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{r}_2}{dt} \right] = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m}$

$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i$ $\vec{v}_{CM} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i$ $\vec{a}_{CM} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i \vec{a}_i$

$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{TOT}$
 ① Le forze delle risultanze esterne sono le uniche che contribuiscono al momento

da CONSERVAZIONE DELLA QUANTITA DI MOTO

$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{TOT}$ $\vec{F}_{TOT} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{costante}$

CORPI RIGIDI - è un sistema per il quale le mutue distanze tra una particella e l'altra sono costanti

MOMENTO D'INERZIA è una misura della resistenza del corpo a mutare la sua velocità rotazionale → grandezza fisica utile per descrivere il comportamento dinamico dei corpi in rotazione attorno ad un asse

Sia z è asse di rotazione fisso di un sistema di n punti materiali, r_i distanze di tutti i punti dall'asse di rotazione con m_i le loro masse. Il momento d'inerzia

$I_z = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$

① i punti materiali che si trovano più lontani dall'asse di rotazione danno un maggior contributo

usando il momento d'inerzia è possibile esprimere in modo semplice il momento angolare di un sistema di n particelle che si comporta come un corpo rigido

$L_z = \sum_{i=1}^n m_i r_i v_i = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = \left(\sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \right) \omega = I_z \omega$ momento angolare

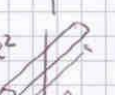
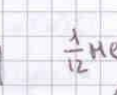
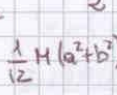
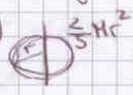
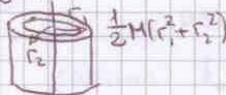
v_i = vel. tangenziali
 ω = vel. angolari

$E_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \right) \omega^2 = \frac{1}{2} I_z \omega^2$

È possibile estendere la definizione di momento d'inerzia di massa anche ad un corpo rigido di volume V , se si considera tale corpo come un sistema di punti materiali, ciascuno caratterizzato da un volume ΔV e da una massa $\Delta m = \rho \Delta V$

$I_z = \int_V \rho r^2 dV$ se il corpo è omogeneo (faiate)

① CILINDRO: $I_z = \int_0^R \rho r^2 H 2\pi r dr = 2\pi \rho H \int_0^R r^3 dr = \frac{\pi \rho H R^4}{2} = \frac{1}{2} M R^2$



② CONO: $dI = dM r^2$ $dm = \rho \pi r^2 dz$ $r = \frac{R}{h} z$

$I = \frac{\rho \pi}{2} \int_0^h \frac{R^4}{h^4} z^4 dz = \frac{\rho \pi R^4 h^5}{2h^4 \cdot 5} = \frac{\rho \pi R^4}{2h^4} \cdot \frac{h^5}{5} = \frac{3}{5} M R^2$



③ SFERA: $dI = dM r^2$ $dm = \rho \pi r^2 dx$ $r = \sqrt{R^2 - x^2}$ $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

$I = \int_{-R}^R \frac{\rho \pi}{2} (R^2 - x^2)^2 dx = \frac{\rho \pi}{2} \int_{-R}^R (R^4 - 2R^2 x^2 + x^4) dx = \left[R^4 x - \frac{2R^2 x^3}{3} + \frac{x^5}{5} \right]_{-R}^R$

$= \frac{3M \pi}{4\pi R^3 \cdot 2} \left[2R^5 - \frac{4}{3} R^5 + \frac{2}{5} R^5 \right] = \frac{3M}{8R^3} \left[\frac{30R^5 - 20R^5 + 6R^5}{15} \right] = \frac{3M}{8R^3} \cdot \frac{16R^5}{15} = \frac{2}{5} M R^2$

→ TEOREMA DI HUYGENS-STEINER: il momento rispetto ad un asse a parallelo per ad un altro c , passante per il centro di massa, si ottiene sommando al momento d'inerzia rispetto a c il prodotto tra la massa del corpo e la distanza al quadrato tra gli assi c ed a

$I_a = I_{cm} + M d^2$

① Il momento d'inerzia delle figure piane rispetto ad un asse è utilizzato frequentemente in ingegneria. Infatti esso è direttamente correlato alla resistenza della sezione di un elemento soggetto a flessione rispetto ai carichi ortogonali all'asse di riferimento. In pratica il momento d'inerzia è una grandezza che indica l'attitudine di una figura piana a ruotare rispetto ad un asse di riferimento. Maggiore è il momento d'inerzia minore è l'attitudine a ruotare che mostrerà la sezione. →

Fisica

SINTESI ELETTROMAGNETISMO

1/4

FORZA DI COULOMB: è simile alla forza gravitazionale, a differenza di essa può essere sia attrattiva che repulsiva

$$F_e = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \Leftrightarrow F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad [N] \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rightarrow \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2}$$

In un sistema elettrico isolato, la carica si conserva

POLARIZZAZIONE (portuale separatione della carica) $\Rightarrow$ le concentrazioni delle cariche si spostano

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE: date N cariche puntiformi e detta $\vec{F}_{ij}$ la forza su q_j da parte di q_i la forza totale è data dalla somma delle singole cariche

DENSITA' DI CARICA: $\rho_v = \frac{dq}{dv}$ $\rho_s = \frac{dq}{ds}$ $\rho_l = \frac{dq}{dl}$

Ex: $\rho = \begin{cases} B/r & \pi < R \\ 0 & r > R \end{cases} \Rightarrow Q_{tot} = \int dq \Rightarrow dq = \sigma dS = B r \pi r dr$
 $Q_{tot} = \int_0^R B r \pi r dr = 2\pi B R^3/3$

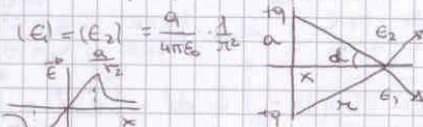


CAMPO ELETTROSTATICO: descrive come lo spazio intorno ad una carica venga perturbato $\Rightarrow$ cambiamento di stato, dovuto ad una carica

PER una carica p.tiforme $\vec{E} = E(r)\hat{r}$ $E = \frac{F_e}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$ **ANALOGIA** $\rightarrow g = \frac{F_g}{m}$ campo gravitazionale

LINEE DI CAMPO (o linee di flusso o di forza) PROPRIETA':
 1) il campo è sempre tangente alla linea
 2) l'intensità è proporzionale al numero di linee $\perp$ ad un elemento di superficie unitaria
 3) esse sono doppie: cariche positive ed entrano nelle cariche negative
 4) non si chiudono mai (sono aperte) e terminano all'infinito (∞) o nelle cariche negative
 Per rappresentare un campo uniforme le linee sono equispaziate e parallele

Ex: **C. ELETTROSTATICO lungo l'asse x** $\vec{E} = E_1 \hat{i} + E_2 \hat{j}$ $E_1 = E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$
 $\cos \alpha = \frac{x/r}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$ $E_{1,x} = |E_1| \cos \alpha$
 $(x > 0) \quad E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}$



POTENZIALE ELETTRICO: $\frac{\Delta V}{q_0} = -\frac{U(B)-U(A)}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = V(A) - V(B)$ $[V] = \text{volt}$

$W = -q_0 (V(B) - V(A))$ $\Delta V = q_0 \Delta V$ $V(B) = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} + V(A)$ $V(\infty) = 0$ $[V] = \text{volt}$

ENERGIA POTENZIALE: lavoro = $W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$

$W_{AB} = -(U(B) - U(A)) = -\Delta U = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$ (essendo conserv. le cariche elettriche sono ad)

dimostrazione (FORZA ELETTROSTATICA è conservativa)

$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} = f(r) \hat{r}$ la forza è radiale e il modulo della forza dipende solo dal modulo della distanza
 $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = f(r) \hat{r} \cdot d\vec{r} = f(r) dr$ $W_{AB} = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B f(r) dr = \int_{r_A}^{r_B} f(r) dr =$
 $= \int_{r_A}^{r_B} f(r) dr = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{r^2} dr = q_1 \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) \Leftrightarrow V_A - V_B = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_A} - \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_B}$

SUPERFICIE EQUIPOTENZIALI: $V(r) = \text{cost}$ sulle superficie equipotenziali $V \neq P$

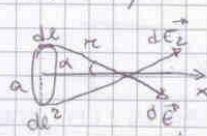
- 1) V, P passa una sola superficie equipotenziale
- 2) dV spostamento infinitesimo sulla superficie $V = \text{cost}$, $dV = 0 \Rightarrow$ $d\vec{r}$ tangente alla superf.
- 2.1) $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$ ($d\vec{r}$ è tangente alla superficie) $\vec{E} \perp d\vec{r} \Rightarrow \vec{E} \perp$ superficie equipoten.
- 2.2) $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r} = -|\vec{E}| |d\vec{r}| \cos \theta$
- 2.3) il campo elettrico ha direzione e verso della massima variazione di $V \rightarrow$ le linee di flusso di $\vec{E}$ vanno da V maggiori a V minori

GRADIENTE: trasforma le quantità scalari in vettori $\vec{\nabla} f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right)$
 $\vec{E} = -\vec{\nabla} V = \left(-\frac{\partial V}{\partial x}, -\frac{\partial V}{\partial y}, -\frac{\partial V}{\partial z} \right)$

Ex: **ANELLO UNIF. CARICO** $E(x)$ $d\vec{E} = d\vec{E}' + d\vec{E}'' = \lambda d\vec{r}' + d\vec{E}''$ $dE = 2dE'$

$|d\vec{E}'| = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ $dE_x = |d\vec{E}'| \cos \alpha$ $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ $r = \sqrt{a^2 + x^2}$

$dE = 2 \cos \alpha \lambda dl = \frac{2 \lambda x}{(x^2+a^2)^{3/2}} \cdot \lambda dl \Rightarrow E = \int \frac{2 \lambda x}{(x^2+a^2)^{3/2}} \cdot \lambda dl = \frac{2 \lambda x}{4\pi\epsilon_0 (x^2+a^2)^{3/2}} \int dl$
 $= \frac{q_{tot}}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}$



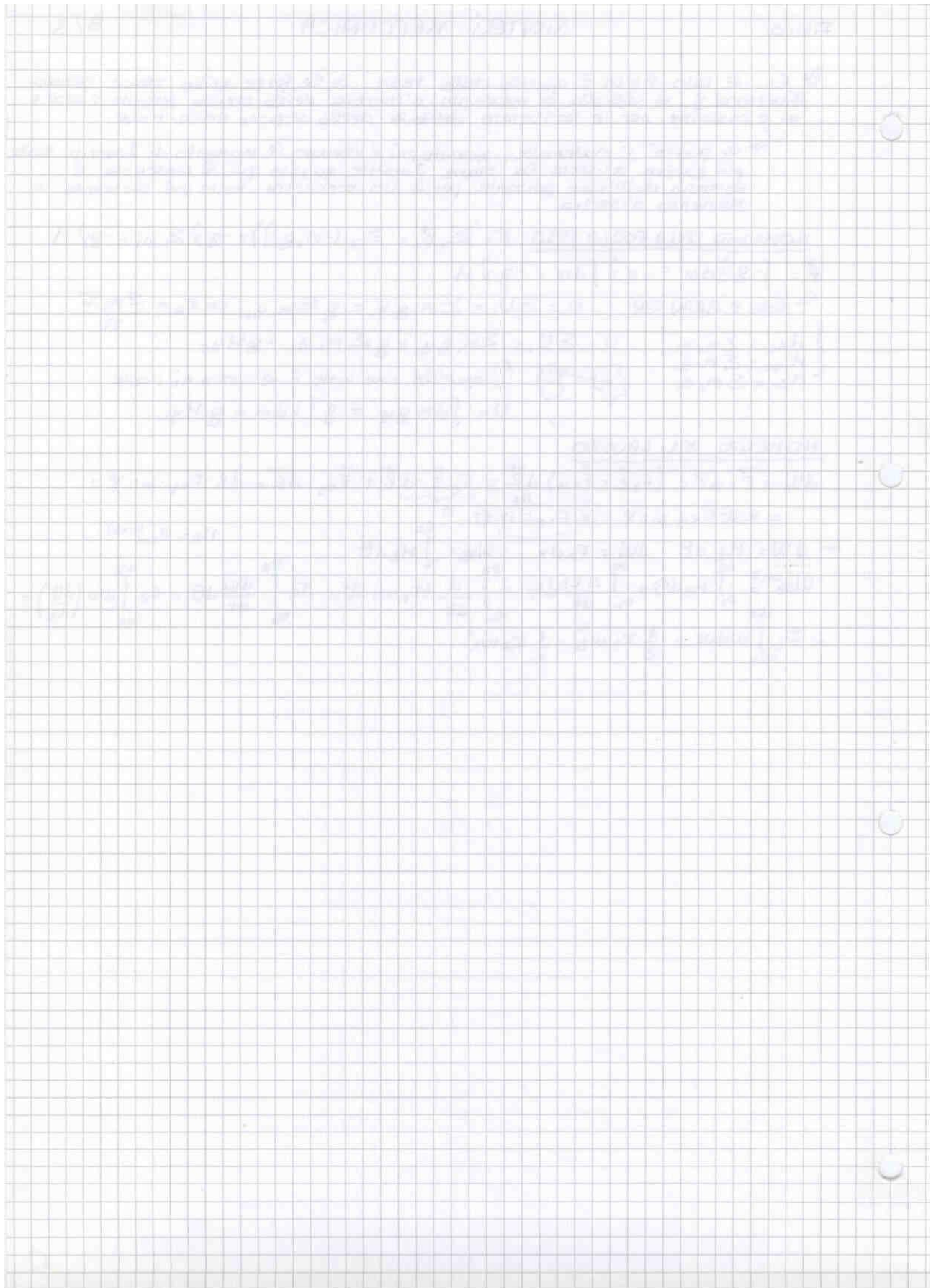
Sorgente : <http://holisi.hasanaj.com/>

Autore : HOLSI HASANAJ

Professore: POMPEO-SILVA

CORSO di INGEGNERIA INFORMATICA ROMA TRE

ANNO di PRODUZIONE: 2010-2011



Fisica

SINTESI ELETTROMAGNETISMO

2/4

ELETTROSTATICA NEI CORPI MATERIALI

- CONDUTTORI** $\vec{E} = 0 \quad \forall q, \forall P \Rightarrow \vec{E} = 0$ all'interno $\rightarrow$ all'interno tutti i p.ti hanno una differenza di potenziale = 0
- $\Delta V = 0 \Rightarrow$ Conduttore equipotenziale, superficie equipotenziale
 - Immediatamente fuori dal conduttore $\vec{E}_{est} \perp$ alla superficie del conduttore
 - La carica è distribuita tutta sulla superficie $\Rightarrow Q_{int} = 0 \quad \oint \vec{E} \cdot \hat{n} dS = 0$
- TEOREMA DI COULOMB** $\Phi(\vec{E}) = \vec{E} \cdot \hat{n} dS = E dS \quad \Phi(\vec{E}) = E dS$

$$Q_{int} = \sigma dS, \quad E dS = \sigma dS \Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (\text{fuori dal conduttore})$$

EFFETTO DELLE PUNTE $E = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0\pi^2} \quad V = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0\pi} \quad \forall r > R_1$

(1) $V_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{\sigma_1 4\pi R_1^2}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{\sigma_1 R_1}{\epsilon_0}$ (2) $V_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{\sigma_2 4\pi R_2^2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{\sigma_2 R_2}{\epsilon_0}$

sono uguali visto che le superfici sono equipotenziali $\sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2 \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1}$

$R_1 < R_2 \Rightarrow \sigma_1 > \sigma_2$ $\Rightarrow$ le cariche si concentrano nelle regioni a maggior curvatura.

CONDUTTORI CAVI dentro da cavi il campo elettrico è uguale a 0 $\Rightarrow$ perfetto schermo di FARADAY e quindi anche il potenziale elettrico rimane costante

Ex $\rightarrow$ CONDUTTORE SFERICO CAVO con q uniforme. $\Phi_{sint} = E(r) 4\pi r^2$

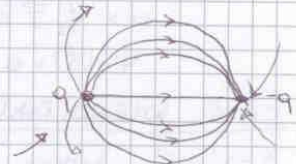
$Q_{int} = \begin{cases} 1) \pi < R_1 & Q_{int} = 0 \\ 2) R_1 < \pi < R_2 & \Phi_{sint} = 0 = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = 0 \\ 3) \pi > R_2 & Q_{int} = q + Q_{conduttore} \end{cases}$

$Q_{int} = q + Q_{conduttore} \quad Q_{conduttore} = 0 \quad Q_{int} = q \Rightarrow +q$ sulla sp. esterna

$\vec{E} = \begin{cases} 1) \pi < R_1 & \frac{q}{4\pi\epsilon_0\pi^2} \\ 2) \pi < R_2 & 0 \\ 3) \pi > R_2 & \frac{q}{4\pi\epsilon_0\pi^2} \end{cases}$

$V = \begin{cases} 1) \pi < R_1 & \frac{q}{4\pi\epsilon_0\pi^2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \\ 2) R_1 < \pi < R_2 & \frac{q}{4\pi\epsilon_0\pi^2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \\ 3) \pi > R_2 & \frac{q}{4\pi\epsilon_0\pi^2} \left(\frac{1}{R_2} \right) \end{cases}$

$V(R) = - \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$



CONDENSATORI: a schemi di carica $\Rightarrow$ costituito da una coppia di conduttori tra cui c'è induzione completa $\rightarrow$ tutte le linee di campo da uno dei due conduttori terminano nell'altro

$\rightarrow$ CAPACITA' $C = \frac{Q}{\Delta V}$ dipende dalla geometria del mezzo (materiale isolante messo in mezzo)

• all'esterno delle armature il campo elettrico non è uguale a 0

• trascuriamo gli effetti di bordo $\rightarrow$ la ϵ_0 di fronte delle armature è molto minore della dimensione

$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad \Delta V = V_1 - V_2 = \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = E \int dr = \frac{Q}{\epsilon_0 d} \quad C = \frac{Q}{\frac{Q}{\epsilon_0 d}} = \epsilon_0 \frac{S}{d} = \left[\frac{C}{F} = \frac{C}{\frac{C}{d}} \right]$

CONDENSATORE SFERICO $\vec{E} = E(r) \hat{r} \quad \Delta V = V_1 - V_2 = \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$

$\Phi_s(\vec{E}) = E(r) 4\pi r^2 \Rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

$\Delta V = V_1 - V_2 = \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

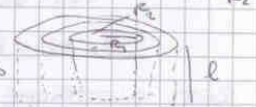
$C = \frac{Q}{\Delta V} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$



CONDENSATORE CILINDRICO se $d = R_2 - R_1 \ll l \Rightarrow$ trascuro effetti di bordo

$\Phi_s(\vec{E}) = E(r) 2\pi r l = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad E(r) = \frac{(Q/l)}{2\pi\epsilon_0 r} \quad V_1 - V_2 = \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{R_2}{R_1}$

$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$



ENERGIA CONDENSATORI $dW_{el} = \int \vec{F}_{op} \cdot d\vec{r} = \int -(\vec{F}_c) \cdot d\vec{r} = \int (dq \vec{E}) \cdot d\vec{r} = dq \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = dq(V_1 - V_2)$

$= dq \frac{q}{C} = \left[\frac{q dq}{C} \right] \rightarrow$ lavoro infinitesimo per incrementare la carica delle armature

$\int_0^Q q \frac{q}{C} = \left[\frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \right] \Leftrightarrow \left[\frac{1}{2} C (\Delta V)^2 \right] \Leftrightarrow \left[\frac{1}{2} Q \Delta V \right]$

ISOLANTI: σ (dielettrica) $\rightarrow$ le cariche non solo libere di muoversi ma sono vincolate

• le cariche possono essere solo liberamente per POLARIZZAZIONE $\rightarrow$

DIELETTICI: LINEARI ISOTROPICI OMogenei: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ al campo ext è applicato un campo elettrico di polarizzazione interna

V RISPETTO ALL'INFINITO? $\Rightarrow V(P) - V(\infty) = - \int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{\infty}^P \frac{Q_{tot}}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \cdot \hat{x} \cdot \hat{x} dx = - \frac{Q_{tot}}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}}$

(DISCO UNIF. CARICO) ($\vec{E}$ sull'asse)

$dq = \sigma dS = \sigma (2\pi r' dr')$ $\vec{E} = \int d\vec{E} \Rightarrow dE = \frac{Q_{tot}}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x}{(x^2 + r'^2)^{3/2}}$
 $= \frac{2\pi\sigma r' dr' x}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + r'^2)^{3/2}} \Rightarrow E = \int_0^R \left(\frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \cdot \frac{r' dr'}{(x^2 + r'^2)^{3/2}} \right) = \frac{x\sigma}{2\epsilon_0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right)$

(FWISSO) $\vec{K}$, campo, S , sup. orientata

$\Phi = \int_S \vec{K} \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{K} \cdot \hat{n} dS \Rightarrow$ normale uscente dalla superficie
 ① In una superficie chiusa tante linee entrano quante ne escono $\Phi = 0$

TEOREMA DI GAUSS: data una superficie chiusa S ed una carica p.tiforme ($\vec{E}$)

① q interna ad $S \Rightarrow$ le linee di $\vec{E}$ attraversano sempre una volta o un numero dispari di volte

dimostrazione: $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^2}$ $\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \oint_S \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \hat{n} \cdot \hat{r} dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \oint_S dS =$
 $= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$

② q esterna a $S \Rightarrow \Phi(\vec{E}) = 0$

③ può anche $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{tot,int}}{\epsilon_0}$

La carica totale è la somma algebrica delle cariche interne

PRINCIPIO DI COULOMB: Spesso si può prevedere qualitativamente

(SIMMETRIA SFERICA) $\Phi(\vec{E}) = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \oint_S E(r) \cdot \hat{n} \cdot \hat{n} dS = E(r) \oint_S dS = E(r) 4\pi r^2$

$E(r) 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}(r)}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{Q_{int}(r)}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

$P = \begin{cases} \rho_0, & r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases}$ $Q_{int} = \begin{cases} \int_0^r \rho_0 \cdot 4\pi r'^2 dr' = \frac{4\pi\rho_0}{3} r^3, & r \leq R \\ \int_0^R \rho_0 \cdot 4\pi r'^2 dr' = \frac{4\pi\rho_0}{3} R^3, & r > R \end{cases}$ $E(r) = \begin{cases} 0 < r < R & \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} \frac{4\pi r^3}{r^2} = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} r \\ r \geq R & \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} \frac{4\pi R^3}{r^2} = \frac{Q_{tot}}{4\pi\epsilon_0 r^2} \end{cases}$

$V(P) - V(\infty) = - \int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{\infty}^P E(r) dr = - \int_{\infty}^R \frac{Q_{tot}}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr - \int_R^P \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} r dr = \frac{Q_{tot}}{4\pi\epsilon_0 R} - \frac{\rho_0}{6\epsilon_0} (R^2 - P^2)$

$(r < R) V(P) - V(\infty) = \int_{\infty}^P E(r) dr = \int_{\infty}^R \frac{Q_{tot}}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr + \int_R^P \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} r dr = \frac{Q_{tot}}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{\rho_0}{6\epsilon_0} (R^2 - P^2)$

(FILO UNIF. CARICO, SIMM. CILINDRICA) (csc la superficie è perpendicolare alle linee di flusso $\Phi = 0$)

$\Phi(\vec{E}) = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \int_{fronte} E(r) \hat{n} \cdot \hat{n} dS = E(r) \int_{fronte} dS = 2\pi r h E(r) = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$ $Q_{int} = \lambda h$

$V(P) - V(\infty) = \int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{\infty}^P \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$

(CILINDRO INDEFINITO UNIF. CARICO) $P(r) = \begin{cases} \rho_0, & r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases}$

$\Phi(\vec{E}) = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$ $Q_{int} = \begin{cases} \lambda, & r \leq R \\ \lambda, & r > R \end{cases}$ $E(r) = \begin{cases} \frac{\rho_0}{2\epsilon_0} r, & r \leq R \\ \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}, & r > R \end{cases}$

(SIMMETRIA PIANA) $\Phi(\vec{E}) = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(x) \text{Area}$

$E(x) \text{Area} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \Rightarrow E(x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (x - x_0)$

(PIANO INF. UNIF. CARICO) $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{x}$

(LASTRA PIANA UNIF. CARICA) $P = \begin{cases} \rho_0, & 0 < x < d \\ 0, & \text{fuori } 0 < x < d \end{cases}$

$\Phi(\vec{E}) = 2E(x)A$ $Q_{int} = \begin{cases} x > d & \rho_0 2Ad \\ 0 < x < d & \rho_0 2Ax \end{cases}$ $E(x) = \begin{cases} \frac{\rho_0 A d}{2A\epsilon_0} = \frac{\rho_0 d}{2\epsilon_0}, & x > d \\ \frac{\rho_0 A x}{2A\epsilon_0} = \frac{\rho_0 x}{2\epsilon_0}, & 0 < x < d \end{cases}$



(LAVORO / EN POTENZIALE) (SIST. DI CARICHE)

$W_{ext} = \int_a^b \vec{F}_{ext} \cdot d\vec{l} = \int_a^b (-q_2(\vec{r})) \cdot d\vec{l} = q_2 \left\{ - \int_{\infty}^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \right\} = q_2 (V(b) - V(\infty)) = \frac{q_2 q_1}{4\pi\epsilon_0 r_{12}}$

con N cariche $W_{ext, tot. N} = U_N = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{q_i q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{ii}}$

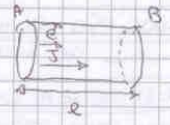
Fisica

SINTESE ELETTROMAGNETISMO

3/4

LEGGE DI OHM LOCALE (Generalità)

dimostrazione: $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ $\rightarrow$ conducibilità elettrica
 $q\vec{E} - b\vec{v}_d = m \frac{d\vec{v}_d}{dt} = 0 \quad q\vec{E} = b\vec{v}_d \quad \sigma_d = \frac{q}{b} \quad \vec{J} = nq\sigma_d = \left(\frac{nq^2}{b}\right) \vec{E}$
 $\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad \sigma = nq^2/b \quad \vec{J} \parallel \vec{E} \quad \left(\frac{1}{\sigma}\right) \rightarrow$ resistività elettrica



$\vec{E} = \rho \vec{J} \Rightarrow \int_A \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_V \rho \vec{J} \cdot d\vec{l} \rightarrow$ campo elettrico qualunque $\vec{E} = \vec{E}_s + \vec{E}_{nc}$
 $\int_A \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A (\vec{E}_s + \vec{E}_{nc}) \cdot d\vec{l} = \int_A \vec{E}_s \cdot d\vec{l} + \int_A \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{l} = (V_A - V_B) + \int_A \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{l}$ non posso definire un potenziale in qui
 in regime stazionario $\vec{J} = \vec{J}_s = \text{cost} \quad \int_A \rho \vec{J} \cdot d\vec{l} = \rho \int_V \vec{J} \cdot d\vec{l} = \left(\frac{\rho l}{S}\right) J = R i$ $\rightarrow$ OHM GENERALIZZ. $\left[\frac{V_A - V_B}{\int_A \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{l}} = R i \right]$
 $i = (\vec{J} \cdot \vec{S}) = \text{cost}$

CASO PARTICOLARE $E_{nc} = 0 \Rightarrow V_A - V_B = \Delta V = R \cdot i \quad [R] = \frac{[V]}{[A]} = [\Omega]$

GEN. FORZA ELETTROMOTRICE $\mathcal{E} = \oint \vec{F}_{es} \cdot d\vec{l} = q \oint \vec{E}_s \cdot d\vec{l} = q \oint \vec{E}_r \cdot d\vec{l} = 0 \quad \frac{1}{T} f$

all'interno E_m non è conservativo $\int_A \vec{E}_m \cdot d\vec{l} = f$
 $\rightarrow$ MORSETTI APERTI $E_m = -E_s \quad f = \int_A \vec{E}_m \cdot d\vec{l} = - \int_A \vec{E}_s \cdot d\vec{l} \quad f = V_B - V_A = V$
 $\rightarrow$ MORSETTI CHIUSI $f = \oint \vec{E}_{tot} \cdot d\vec{l} = \oint \vec{E}_s \cdot d\vec{l} + \oint \vec{E}_r \cdot d\vec{l} = \int_A \vec{E}_m \cdot d\vec{l}$
 $\rightarrow$ sia a morsetti chiusi che aperti f è costante mentre cambia lo d.d.p. chiusi $V_B - V_A < f$
 $\Delta V = f - \pi$ aperti $V_B - V_A = f$

CONDENSATORE

$\rightarrow$ CARICA $\Delta V_C = \frac{q}{C} \quad i(t) = \frac{dq}{dt} \quad f = R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$
 $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{f}{R} \quad [T = RC] \quad [q(t) = fC(1 - e^{-t/\tau})] \quad i(t) = fC(-e^{-t/\tau}) \left(-\frac{1}{\tau}\right) = \left[\frac{f}{R} e^{-t/\tau}\right]$
 $\Delta V_C = f(1 - e^{-t/\tau}) \quad \Delta V_R = f e^{-t/\tau}$



$\rightarrow$ SCARICA $i(t) = -\frac{dq}{dt} \quad \Delta V_C = \frac{q(t)}{C} = \Delta V_R = R i(t) \quad [T = RC] \quad i(t) = \frac{q(t)}{RC}$
 $\frac{dq(t)}{dt} = -i = -\frac{q(t)}{RC} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC} \Rightarrow \int_{q(0)}^{q(t)} \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt = \ln \frac{q(t)}{q(0)} = -\frac{t}{RC}$
 $\frac{q(t)}{q(0)} = e^{-t/RC} \Rightarrow q(t) = q(0) e^{-t/RC}$

$\forall S \Rightarrow$ con variazioni int. ente

DENSITA' DI CORRENTE: ($\vec{J}$) all'interno di un conduttore $\vec{J}$ non è solenoidale $\rightarrow$ Co rendiamo solenoidale con una piccola modifica (es: armature condensatore)

$\oint_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS = i(t) \neq 0 = -\frac{dQ_{int}}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(\oint_{S'} \vec{D} \cdot \hat{n} dS \right) = -\oint_{S'} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \hat{n} dS \Rightarrow \oint_{S'} \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot \hat{n} dS = 0$

PARTITORE RESISTIVO

$\Delta V_{R2} = ?$ per KIRK. $i_1 + i_2 + i_3 = f = 0 \quad \frac{f}{R_1} = \frac{f}{R_2} = \frac{f}{R_3}$
 $\Delta V_{R2} = f \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$

MAGNETISMO

I fenomeni magnetici sono equivalenti a quelli elettrostatici $\rightarrow$ i pzi magnetici non sono separabili

$\rightarrow$ Il campo di INDUZIONE magnetica è generato dal movimento di cariche e quindi dalla variazione di corrente $\rightarrow$ un campo magnetico genera un campo magnetico e viceversa

FORZA DI LORENZ $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$ (2° legge elementare di LAPLACE)

$I d\vec{l} = J dS d\vec{l} = J dS d\vec{l} = J \hat{l} dS dl = \vec{J} dS \cdot d\vec{l} = nq \vec{v}_d dS dl = (n d\vec{v}) q \vec{v}_d = dN q \vec{v}_d$
 $d\vec{F} = dN q \vec{v}_d \times \vec{B} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}}$ forza di LORENZ su carica puntiforme

ISOTROPO: se la direzione $\vec{A} \rightarrow \vec{B} \parallel \vec{A}^0$ LINEARE: se il vettore effetto $|\vec{B}| = k|\vec{A}|$ $k = \text{cost}$

OMOGENEO: $\vec{A}^0$ costante, cambiando punto P , stesso $\vec{B}$

$\vec{E}_{\text{tot}} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p = \vec{P}$ campo elettrico e di polarizzazione

$$\vec{E}_p = -\chi \vec{E}_0$$

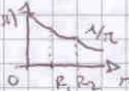
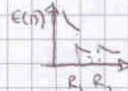
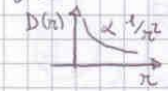
$$\oint \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = Q_{\text{tot, int}} = Q + Q_p = 0 \quad Q_p = \oint \vec{E}_p \cdot d\vec{S} = - \oint \vec{E}_0 \cdot \chi \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} \Rightarrow$$

$$\oint \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = Q - \oint \chi \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} \Rightarrow \oint \vec{E}_0 (1 + \chi) \cdot d\vec{S} = Q \quad \epsilon_r = 1 + \chi > 0 \quad \epsilon_0 \epsilon_r = \epsilon$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} \Rightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q \quad \text{a) nel vuoto } \vec{E}_0 = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0} \quad \text{b) nel dielettrico } \vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

SUPERFICIE SFERICA ISOLANTE CARICA $E(r) \hat{r} = \vec{E}$

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q \quad \phi = D(r) 4\pi r^2 \quad D(r) = \frac{Q}{4\pi r^2} \quad \epsilon(r) = \frac{Q}{4\pi r^2} \quad E(r) = \frac{Q}{4\pi \epsilon(r) r^2}$$



$$V(r) = V(\infty) = - \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_r^\infty E(r) dr \quad \vec{dl} = \hat{r} dr \quad \vec{E} = E(r) \hat{r}$$

$$\text{se } R_1 < r < R_2 \quad V(r) = - \int_r^\infty \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2} dr = - \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \left[\frac{1}{r} + \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right) \right]$$

$$R_1 < r < R_2 \quad V(r) = - \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon_r r} + \frac{1}{R_2} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right) \right)$$

CONDUZIONE ELETTRICA: moto ordinato di carica

$$i = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow \vec{j} \text{ densità di corrente}$$

$$\vec{j} = nq\vec{v}_d \quad di = \vec{j} \cdot d\vec{S} \Rightarrow i = \int_S \vec{j} \cdot \hat{n} dS$$

$$\rightarrow \text{EQU. CONTINUITA} \Rightarrow i = \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \frac{dQ_{\text{uscente}}}{dt} \rightarrow \text{per la conservazione della carica } dQ_{\text{int}} = -dQ_{\text{usc}}$$

CORRENTI STAZIONARIE: sono le grandezze elettriche che non dipendono dal tempo $\frac{dQ}{dt} = 0$
 $\Leftrightarrow \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \forall S \quad Q_i = \text{cost} \quad \vec{j}$ è un campo solenoidale, $\forall S$ chiusa

$$\oint_S (\vec{j}) = 0 \Leftrightarrow \text{linee chiuse di campo}$$

CAMPI SOLENOIDALI: $\vec{K}$, solenoidale, C linea orientata chiusa, S superficie di contorno C

$$S = S' \cup S'', S \text{ chiusa}, \hat{n} \quad \Phi_S(\vec{K}) = \oint_S \vec{K} \cdot \hat{n} dS = \int_{S'} \vec{K} \cdot \hat{n} dS + \int_{S''} \vec{K} \cdot \hat{n} dS = \Phi_{S'} - \Phi_{S''} = 0$$

$\Phi_{S'}(\vec{K}) = \Phi_{S''}(\vec{K})$ S', S'' superfici aperte che hanno in comune il contorno

$\vec{K}$, campo solenoidale $\Rightarrow$ flusso S superf. aperta di contorno $C \Rightarrow$ dipende solo da C

EFFETTO JOULE: $i = \frac{dq}{dt} \quad \Delta V = V_A - V_B \quad dL = dq(V_A - V_B) = (V_A - V_B) i dt \Rightarrow \frac{dL}{dt}$

$$\frac{dL}{dt} = (V_A - V_B) i = \Delta V \cdot i = P$$

① $\rightarrow$ OHMICO (obbedisce alla legge di OHM) $P = Ri^2 = \frac{\Delta V^2}{R} > 0$ potenza dissipata calore

② $\rightarrow$ non segue LA LEGGE DI OHM: $P = \Delta V \cdot i \quad \vec{E}_{nc} \neq 0 \quad \boxed{P = P_{\text{generatore}} - P_{\text{resistore}}}$

$$(V_A - V_B) + \int_A^B \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{l} = Ri \quad (V_A - V_B) = Ri - \int_A^B \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{l}$$

$$P = \Delta V i = Ri^2 - i \int \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{l} < \vec{E}_{nc} \neq 0 \quad \vec{E}_{nc} \neq 0 \quad P + i \int \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{l} = Ri^2$$

RETI ELETTRICHE: insieme di dipoli opportunamente ordinati (in condiz. di stazionarietà)

• nodi punti in cui confluiscono 3 o più punti

• rami segmenti compresi tra due dipoli bipoli $\rightarrow$ tutto ciò che si trova tra due nodi e un ramo

• magliaa percorso chiuso cinematicamente dipendente.

LEGGE DI KIRCHHOFF

① $\rightarrow$ LEGGE DEI NODI: regime stazionario $\rightarrow \vec{j}$ solenoidale

$$\oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_5 = 0$$

② $\rightarrow$ LEGGE DELLE MAGLIE campo elettromotore (solo all'interno del generatore)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 = (V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_E) + (V_E - V_A) = \sum_{k=1}^N \Delta V_k = 0$$

se campo elettrostatico è conservativo $\rightarrow$ viene dissipata energia sotto forma di calore $\rightarrow$ se non ci fosse un minimo di resistenza non si raggiungerebbe mai l'equilibrio $\rightarrow$ il sistema tenderebbe ad oscillare



Fisica

SINTESI ELETTROMAGNETISMO

4/4

CONDUTTORE CILINDRICO INDEF.

$$\vec{B} \rightarrow \vec{B} = B(r) \hat{\phi} \quad \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \oint_C B(r) \hat{\phi} \cdot d\vec{\ell} =$$

$$= B(r) \oint_C d\ell = B(r) 2\pi r = \mu_0 I_c \quad I_c \quad (r > R) \quad I_c = \int_C \vec{J} \cdot \hat{n} dS = \int_C J dS = J \pi R^2$$

$$(r < R) \quad I_c = \int_{S(r)} \vec{J} \cdot \hat{n} dS = J \int_{S(r)} dS = J \pi r^2 \quad B(r) = \begin{cases} \frac{\mu_0 J \pi r^2}{2\pi r} = \frac{\mu_0 J r}{2} & r < R \\ \frac{\mu_0 J \pi R^2}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} & r > R \end{cases}$$

CANO COASSIALE

La corrente I scorre solo in un filo

$$(r < R) \quad I_c = 0 \quad (r > R) \quad I_c = -I \quad B(r) = \begin{cases} 0 & r < R \\ -\frac{\mu_0 I}{2\pi r} & r > R \end{cases}$$

I scorre sui fili e nei conduttori centrali

$$(r < R) \quad I_c = I \quad (R < r) \quad I_c = I - I = 0 \quad B(r) = \begin{cases} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} & r < R \\ 0 & R < r \end{cases}$$

SOLENOIDE TOROIDALE

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B(r) 2\pi r$$

$$(0 < r < R-a) \quad I_c = 0 \quad (R-a < r < R+a) \quad I_c = NI \quad (r > R+a) \quad I_c = NI$$

$$B(r) = \begin{cases} \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} & R-a < r < R+a \\ 0 & \text{fuori} \end{cases} \quad B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R} = \mu_0 n I$$

SOLENOIDE RETTILINEO INDEFINITO

$$B(r) = \begin{cases} \mu_0 n I & \text{interno} \\ 0 & \text{fuori} \end{cases}$$

POLARIZZAZIONE MAGNETICA: si ha quando consideriamo l'oggetto nell'aria o in qualche altro mezzo

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \quad \oint_C \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot d\vec{\ell} = I_c = (I + I') = \int_C (\vec{J} + \vec{J}') \cdot \hat{n} dS$$

nel mezzo L.I.O. $\rightarrow$ un permeabilità relativa del mezzo

$$\oint_C \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r} \cdot d\vec{\ell} = I \quad \vec{B}' \text{ campo di induzione magnetica} \quad \vec{H} \text{ campo magnetico} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r}$$

NEI MEZZI MATERIALI

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I_c \quad \oint_C \vec{B} \cdot \hat{n} dS = \mu_0 n I$$

diamagnetici: $\mu_r < 1$ / paramagnetici: $\mu_r > 1$ / ferromagnetici: $\mu_r \gg 1$

COND. CILINDRICO L.I.O. INDEF.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I_c \quad \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = H(r) 2\pi r$$

considero H poiché se avessi considerato B avrei dovuto considerare le correnti di magnetizzazione

$$I_c = I \quad H(r) = \frac{I}{2\pi r} \quad \text{è indipendente dalla presenza della bobina}$$

$$B = \begin{cases} \mu_0 H = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} & (R_1 < r < R_2) \\ \mu_0 n H = \frac{\mu_0 n I}{2\pi r} & (R_1 < r < R_2) \end{cases}$$

COEFF. DI MUTUA INDUZIONE

$$I_c \text{ coefficiente di mutua induzione } M_{12} = \frac{\Phi_1(B_2)}{I_2}$$

ci dice implicitamente che fanno bobine i circuiti e come sono disposti nello spazio

COEFF. DI AUTO-INDUZIONE INDUTTANZA

$$\Phi_a = \int_{S(a)} \vec{B} \cdot \hat{n} dS = I \int_{S(a)} \left(\oint_C \frac{\mu_0}{4\pi r^2} d\vec{\ell} \times \hat{n} \right) dS = LI$$

L è il coefficiente di auto-induzione o INDUTTANZA e dipende solo dalla geometria

$$L = \frac{\Phi}{I} \quad [L] = \frac{[V \cdot m^2]}{[A]} = [H]$$

SOLENOIDE RETTILINEO INDEFINITO

$$B = \mu_0 n I \quad L = \frac{\Phi}{I} \quad \Phi = \mu_0 N^2 S I$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell} \quad \text{se riempiamo lo spazio con L.I.O. } B = \mu_r \mu_0 \frac{N}{\ell} I \rightarrow L = \frac{\mu_r \mu_0 N^2 S}{\ell}$$

Proprietà Forza di Lorentz
 1) $\vec{F} \perp \vec{v}$, $\vec{F} \perp \vec{B}$ 2) $\vec{v} = 0 \rightarrow \vec{F} = 0$ 3) $|\vec{F}| = |\vec{v}| |\vec{B}| \sin \theta$ $[\vec{B}] = \frac{[N]}{[A][m]} = [T]$

PRINCIPIO D'INVARIANZA GALILEIANO $\rightarrow \vec{F}_{tot} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$, cambiando sistema di riferimento cambia il sistema di riferimento ma $\vec{F}_{tot}$ non cambia

RESISTENZA CONDENSATORE PIANO CILINDRICO: $\Delta V = IR$ $\Delta V = \int_n^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_n^b E(r) dr$
 (non posso calcolare direttamente il campo elettrico)
 $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ $\vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma}$ $\Delta V = \frac{1}{\sigma} \int_n^b J(r) dr$ $I = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS = \int_S J(r) \cdot dS = J(r) \int_S dS$
 $4\pi r^2 J(r) = I \rightarrow J(r) = \frac{I}{4\pi r^2}$ $\Delta V = \frac{1}{\sigma} \int_n^b \frac{I}{4\pi r^2} dr = \frac{PI}{4\pi} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$ $R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{P}{4\pi} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$

CONDENSATORE PIANO CON 2 DIELETTRICI $C = ?$ (ragioniamo in termini di D)
 $\oint_S \vec{D} \cdot \hat{n} dS = Q_{int,enc} = DS = \sigma S$ $E_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_1}$ $E_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_2}$ $\Delta V = E_1 d + E_2 (d-d) = \frac{\sigma d}{\epsilon_0}$
 $= \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_1} d + \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_2} (d-d) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{d}{\epsilon_1} + \frac{d-d}{\epsilon_2} \right)$ $C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma S}{\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{d}{\epsilon_1} + \frac{d-d}{\epsilon_2} \right)} = \frac{\epsilon_0 S}{\frac{d}{\epsilon_1} + \frac{d-d}{\epsilon_2}} = C$
 $\frac{1}{C} = \frac{\frac{d}{\epsilon_1} + \frac{d-d}{\epsilon_2}}{\epsilon_0 S} = \left(\frac{d}{\epsilon_1 S} \right) + \left(\frac{d-d}{\epsilon_2 S} \right) = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ (come due condensatori in serie)

RESISTORE CILINDRICO $\Delta R?$ $\Delta V = V_1 - V_2 = RI$ $R = \frac{\Delta V}{I}$ $V_1 - V_2 = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{r_1}^{r_2} E(r) dr$
 $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ $J(r) = \sigma E(r)$ $V_1 - V_2 = \int_{r_1}^{r_2} E(r) dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{J(r)}{\sigma} dr = \frac{1}{\sigma} \int_{r_1}^{r_2} J(r) dr$
 $I = \int_{S(r)} J(r) dS = J(r) 2\pi r h \rightarrow J(r) = \frac{I}{2\pi r h}$ $V_1 - V_2 = \frac{1}{\sigma} \int_{r_1}^{r_2} \frac{I}{2\pi r h} dr = \frac{1}{\sigma} \int_{r_1}^{r_2} \frac{I}{2\pi h} \frac{1}{r} dr = \frac{I}{\sigma} \ln \frac{r_2}{r_1}$
 $R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{\sigma 2\pi h}$

OSSERVAZIONI FORZA DI LORENTZ $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B} \rightarrow \vec{v} \perp \vec{B} \rightarrow \vec{F}_L \perp \vec{B} \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \perp \vec{B}$
 $d\vec{v} = \vec{a} dt + \vec{B} \rightarrow \vec{v}(t) \perp \vec{B}$, $\vec{v} \perp \vec{F}$ $|\vec{v}| \text{ cost} \rightarrow F_L \text{ non compie lavoro}$ $|\vec{v}| = \text{cost}$
 $R = \frac{v_m}{qB}$ $\omega = \frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$ $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$ $a_1 = \frac{qv \sin \theta B}{m}$

LEGGI DI LAPLACE $\textcircled{I} d\vec{B} = \frac{\mu_0 I_1 d\vec{l}_1 \times \hat{r}}{r^2}$ $\textcircled{II} d\vec{F} = I_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B}$

MAGNETOSTATICA NEL VUOTO: (FILO RETTILINEO INDEFINITO)
 $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} = \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \rightarrow \text{LEGGE DI BIOT-SAVART}$

FILO PARALLELI I_1, I_2 $F_{12} = I_2 B_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d} \rightarrow \frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$

SPIRA $\vec{B}$ SU ASSE $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \rightarrow B_z = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$

ANALOGIE CAMPO ELETTRICO / CAMPO MAGNETICO

$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ il campo elettrico è conservativo / $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$ LEGGE DI AMPERE $\forall C$
 $\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = Q_{int}/\epsilon_0$ TEOREMA DI GAUSS / $\oint_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0$ $\forall S$ SOLENOIDALE DI B

$\vec{B}$ LINEA CHIUSA $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{r} \cdot d\vec{l} = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \oint dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \oint r d\theta = \mu_0 I$

$\vec{B}$ LINEA APERTA $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{r} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{1}{r} d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi} (\theta_2 - \theta_1)$

① In un percorso chiuso in cui non sono presenti correnti concatenate (interne al percorso chiuso) la circolazione di $\vec{B} \rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$. Inoltre per concentrazioni multiple per la corrente viene contata tante volte quante sono i giri che il percorso chiuso fa intorno.

(SOLENOIDE TOROIDALE) $\Phi = N \Phi_{\text{spira}}$ $\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dS = \int B dS =$

$$= \int_{b_1}^{b_2} \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} a dr = \frac{\mu_0 N I a}{2\pi} \int_{b_1}^{b_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 N I a}{2\pi} \ln \frac{b_2}{b_1}$$

$$L = \frac{N \Phi_{\text{spira}}}{I} = \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi} \ln \frac{b_2}{b_1}$$

studiando le caso limite $L \approx \frac{\mu_0 N^2 a b}{2\pi R} = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell}$

(CAMPI MAGNETICI VARIABILI NEL TEMPO): la variazione del campo magnetico provoca una variazione del flusso. Questa variazione si può avere in tre modi diversi. In tutti e tre per la legge di FARADAY-NEUMANN-LENZ sappiamo che $\mathcal{E} = -d\Phi/dt$ quindi per avere una fem indotta dobbiamo avere una variazione di flusso.

- Se il campo $B(t)$ è variabile nel tempo e la spira è rigida.
- Se la spira rigida è in movimento (a) per traslazione o (b) per rotazione.
- Se è circuito deformabile.

→ Il campo elettrico indotto non è conservativo $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot \vec{n} dS \Rightarrow \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$

(LENZ): la forza elettromotrice indotta determina nel circuito una corrente i che a sua volta genera un campo $\vec{B}$ che si oppone alla variazione del flusso.

INDUZIONE DI MOVIMENTO $\vec{E} = \frac{\vec{F}_L}{q} = \vec{v} \times \vec{B}$ $\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int \vec{v} \cdot \vec{B} \times d\vec{l} = -\int \vec{B} \cdot d\vec{l} \times \vec{v} = -\frac{d\Phi}{dt}$

$$= \int \vec{v} \cdot \vec{B} \times d\vec{l} = -\int \vec{B} \cdot d\vec{l} \times \vec{v} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \ell \Rightarrow -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B \ell)}{dt} = -\ell \frac{dB}{dt} = -\mathcal{E}$$

INDUZIONE DI TRASFORMAZIONE $B(t)$ variabile nel tempo $\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} \neq 0$, $B(t)$ genera un campo elettrico di induzione $\Rightarrow$ abbiamo movimento di cariche.

Se $B(t)$ varia non troppo rapidamente, dopo poco nel transitorio, nelle due pareti si inizierà a creare un campo elettrostatico che andrà a controbilanciare il campo di induzione elettrica.

$$\vec{F}_{\text{tot}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0 = \oint \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \oint \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} = V_A - V_B = \int \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} \Rightarrow$$

Se $\vec{B}$ varia nel tempo $\frac{d\Phi}{dt} = \text{cost} \Rightarrow \mathcal{E}_1 = \text{cost} = R i \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}_1}{R} \Rightarrow i = \text{cost}$

$d\Phi/dt = 0$ / Se $\vec{B}$ varia non linearmente $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1 - \frac{d\Phi}{dt} = R i \Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(L i)}{dt}$

$L \frac{di}{dt} = \text{cost}$ (circ. rigido) $\mathcal{E}_1 - L \frac{di}{dt} = R i$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{f}{L} \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{f}{L}$$

(CARICA INDUTTORE) $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{f}{L} \Rightarrow i(t) = \frac{f}{R} (1 - e^{-t/\tau})$

(SCARICA INDUTTORE) $0 = R i + L \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = 0 \Rightarrow i(t) = i_0 e^{-t/\tau}$

(POTENZA INDUTTORE) $P = R i^2 = i_0^2 R e^{-2t/\tau}$ $U_R = \int_0^\infty P_R(t) dt = R i_0^2 \int_0^\infty e^{-2t/\tau} dt = R i_0^2 \left(-\frac{\tau}{2}\right) e^{-2t/\tau} \Big|_0^\infty = R i_0^2 \left(-\frac{\tau}{2}\right) (0-1) = \frac{1}{2} R \tau i_0^2 = \frac{1}{2} L i_0^2 = U_L$

MAXWELL (VUOTO)

- $\oint \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$ GAUSS (valido anche in regimi non stazionari)
- $\oint \vec{B} \cdot \vec{n} dS = 0$ SOLENOIDALE
- $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ FARADAY
- $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{\text{conc}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ AMPERE-MAXWELL

MATERIA

- $\oint \vec{D} \cdot \vec{n} dS = Q_{\text{int libera}}$ $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$
- $\oint \vec{B} \cdot \vec{n} dS = 0$
- $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi(\sigma)}{dt}$
- $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_{\text{conc}} + \frac{d\Phi}{dt}$ $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r}$