Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica : Elettromagnetismo

È proibita qualunque riproduzione di questo fascicolo, anche parziale, in libri,

pubblicazioni anche telematiche, cd, dvd, Siti Web e ogni altra forma di pubblicazione

senza il consenso scritto dell'autore.

In particolare, è proibita la vendita di questo fascicolo o di parti di esso in qualunque forma.

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

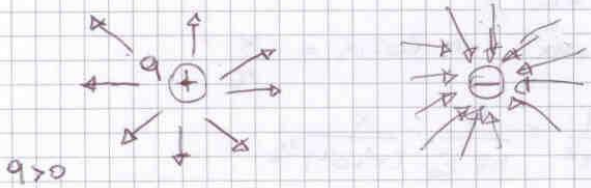
Fisica ELETTROMAGNETISMO 2/05/11

III ezione

Superficie : $dq = \rho_s \, dS$

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_S \frac{\rho_s(x',y',z')}{r^2} \vec{r} \, dS$$

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_L \frac{\rho_\ell(x',y',z')}{r^2} \vec{r} \, dl$$



$q > 0$

LINEE DI CAMPO (o linee di flusso o di forza)



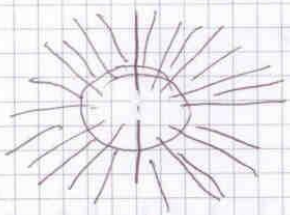
Proprietà: (di campo vettoriale)

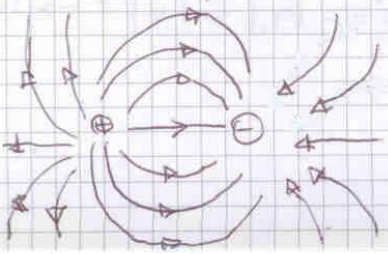
1) campo è sempre tangente alla linea
   1.1) per ogni punto passa una sola linea
2) intensità $\propto$ al numero di linee $\perp$ a un elemento di superficie unitario

per descrivere un campo vettoriale

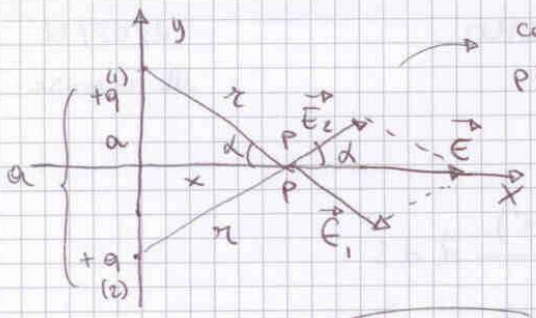
$\vec{E}$ elettrostatico 3) escono dalle cariche positive + ed entrano nelle cariche negative

4) non si chiudono mai (sono aperte) e terminano all'infinito ∞ o nelle cariche negative





Per ! Per rappresentare un campo uniforme le linee sono equispaziate e parallele



campo elettrostatico sull'asse x

$P(x,0,0)$

$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \hat{x} E_x \quad (x,0,0)$

$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}$

$E_{1,x} = |\vec{E}_1| \cos\alpha = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \cos\alpha$

→ Esprimo α e r in termini di x

$r = \sqrt{x^2 + a^2} =$

$x = r\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{x}{r}$

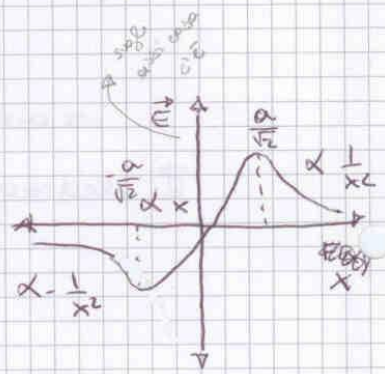
$E_{1,x} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{r} \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}$

$x > 0: \quad \vec{E} = \hat{x} \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}$ (poichè $|E_1| = |E_2|$)

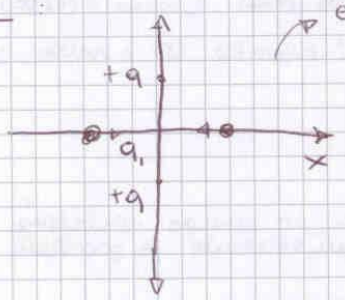
$x < 0: \quad E_{1,x} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{x^2} \cos\alpha = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|x|}{r^3} = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$ (perchè è modulo di x?)

$x \gg a: \quad |E| = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0} \left| \frac{x}{(x^2)^{3/2}} \right| = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{x^2}$

$|x| \ll a \qquad E_x = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{a^3}$



Es:



equilibrio stabile

$q_1 \quad \vec{E}(0,0,0) = 0$

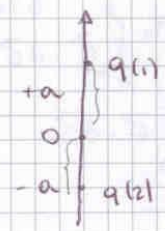
q_1 in $O: \quad \vec{F} = q_1 \vec{E} = 0$

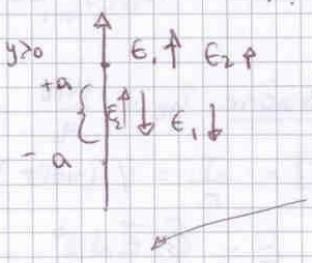
$P(x,0,0) \qquad \vec{E} = \hat{x}|E| \qquad \vec{F} = q_1 \vec{E} = -|q_1| \hat{x} |E| = -\hat{x}|q_1 E|$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — 21/05/11 — III lezione

$\vec{E}$ sull'asse y?





$y > 0$ $\quad \vec{E} = \hat{y} E_y$

$$E_y = \underbrace{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{(y-a)^2}}_{E_1} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{(y+a)^2}$$

$-a < y < a$

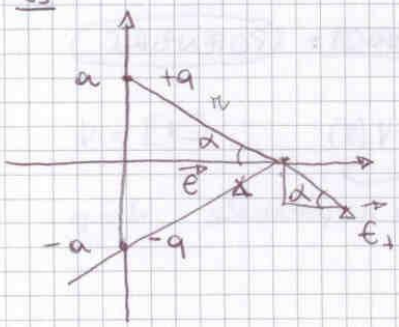
$$E_y = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{-1}{(y-a)^2} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{(y+a)^2}$$

tra $-a < y < a$ il campo elettrico si sottrae mentre per $y > a$ si somma

$y < -a$

grafico stabilire

Es:



$$|\vec{E}_+| = |\vec{E}_-| = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$E_{x-} + E_{x+} = 0 \qquad E_{y+} = E_{y-}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \hat{y} E_y(x,0,0)$$

$$\sin\alpha = \frac{a}{r}$$

$q > 0$

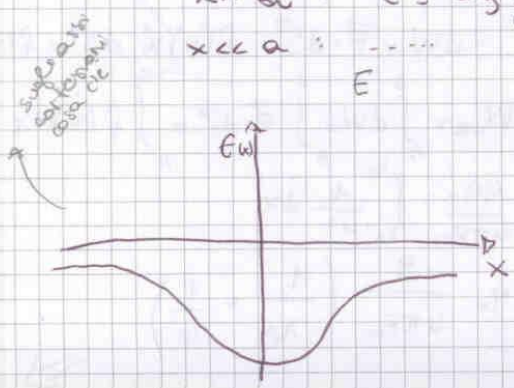
$$E_{y_1} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \sin\alpha = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{a}{r^3} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{a}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = (-\hat{y}) \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{a}{(x^2+a^2)^{3/2}} \qquad (\neq 0)$$

$x \gg a$: $\quad \vec{E} = -\hat{y} \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{a}{x^3}$

$x \ll a$: ....

E



fare lo stesso procedimento lungo $y \Rightarrow$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

ENERGIA POTENZIALE / POTENZIALE ELETTRICO

IV lezione 3/05/11

$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ $\quad \vec{F} = q_0 \vec{E}$

$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ elettrostatica

Lavoro $W_{AB} = \int_{A(c)}^{B} \vec{F} d\vec{s} = q_0 \int_{A(c)}^{B} \vec{E} \cdot d\vec{s}$

tensione $T_{AB} = \frac{W_{AB}}{q_0} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$

$[T] = \frac{J}{C} = V$ (volt)

forza elettro - motrice : (f.e.m) $\mathcal{E} = \oint_c \vec{E} d\vec{s}$ $\quad c$ = linea chiusa

CIRCUITAZIONE : $\oint_c \vec{K} \cdot d\vec{s}$: circuitazione

Se $\vec{F}$ è elettrostatica $\Rightarrow \vec{F}$ conservativa

$W_{AB} = -(U(B) - U(A)) = -\Delta U = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = q_0 \int_A^B \vec{E} d\vec{s}$

① dipende da A e B e non dal percorso

ENERGIA POTENZIALE PER UNITÀ DI CARICA : (POTENZIALE)

$\frac{\Delta U}{q_0} = -\frac{U(B) - U(A)}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = V(B) - V(A)$ $\quad [V] = V$

differenza di potenziale d.d.p

$W_F = -q_0 (V(B) - V(A))$

$\Delta U = q_0 \Delta V$

$V(B) = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} + V(A)$

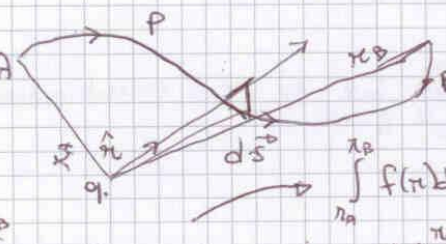
dimostrazione : FORZA ELETTROSTATICA È CONSERVATIVA

$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q_0}{r^2} \hat{r} = f(r)\hat{r}$ la forza è radiale e il modulo della forza dipende solo dal modulo della distanza

(chiedere spiegazione)

direzione e verso

$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = f(r)\hat{r}\, d\vec{s} = f(r)dr$



$W_{AB} = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B f(r)dr$

$\int_{r_A}^{r_B} f(r)dr = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{r^2} dr$

$= \int_{r_A}^{r_B} f(r)dr = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0} \left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_{r_A}^{r_B} = q_0 \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — 3/05/11 — IV lezione

$$V_A - V_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x_A} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x_B} \Rightarrow \boxed{V(x) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x} + cost}$$

$$\boxed{U(x) = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon x} + cost}$$

$V(\infty) = 0 \Rightarrow cost_{(4)} = 0$

$V(x) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x}$

! $V(\infty) = 0$ richiede che all'infinito si abbia $\Rightarrow$ equipotenziale

distribuzione di N cariche $q_1 \dots q_N$

$$-\int_{A(c)}^{B} \vec{E}\, d\vec{s} = -\int_A^B \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = \sum_{i=1}^{N} \left(-\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}\right) = \sum_{i=1}^{N} (V_i(B) - V_i(A))$$

sovrapposizione (cariche) $\Rightarrow V(B) - V(A)$

$$V(P) = \sum_{i=1}^{N} V_i(P) = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 x_i}$$

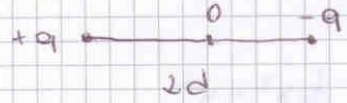


cariche puntiformi $V(\infty) = 0$

$$V(P) = \int dV = \boxed{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{x}} \quad V(\infty) = 0$$

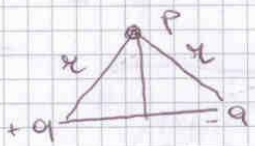
potenziale uniforme

Es: date due cariche poste a distanza 2d



$V(0)$ $V(\infty) = 0$

$$V(0) = \frac{+q}{4\pi\varepsilon_0 d} + \frac{(-q)}{4\pi\varepsilon_0 d} = 0$$



$$V(P) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x} + \frac{(-q)}{4\pi\varepsilon x} = 0$$

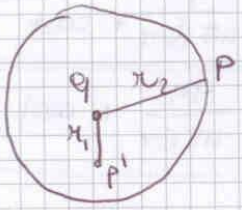
! piano equidistante $\Rightarrow V = 0$



Superfici equipotenziali

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE : (SUPERFICIE SFERICA)



$$V(P) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} \qquad V(P') = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_1}$$

$r_1 < r_2 \qquad V(P) < V(P')$

(!) i p.ti di $r = \infty$ sono equi potenziale

GRADIENTE

∇ NABLA ; $\vec{\nabla}$ gradiente

(1D) $f(x)$, df, dx : $\frac{df}{dx} = f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$



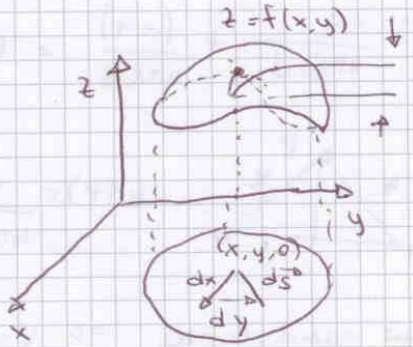
(2D) $f(x,y)$ $\quad x \to dx \quad y \to dy \quad df = ?$

$$df = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} dx + \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} dy$$

∂ derivata parziale

Es: $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = 3y^2 \qquad f = x^2 + y^3$

$z = f(x,y)$



$f(x+dx, y+dy) - f(x,y) = df = dz$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

fisica — ELETTROMAGNETISMO — 3/05/11 — IV lezione

(3D) $f(x,y,z)$

dx
dy
dz

$$d\vec{s} = \hat{x}dx + \hat{y}dy + \hat{z}dz$$

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz$$

$$\vec{\nabla} f \equiv \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}\right) = \boxed{\vec{\nabla} f \cdot d\vec{s}}$$

calcolato in coordinate cartesiane

(!) trasforma le quantità scalari in vettori

$\vec{\nabla}$ è la variazione di f in tre dimensioni

$df = \vec{\nabla} f \cdot d\vec{s}$

$d\vec{s} = (dx, dy, dz)$ $f(x,y,z)$

$\vec{\nabla} f = (2x+y, x, 1)$

PRODOTTO SCALARE

$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$

$\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

$$y = \int f(x)\,dx + cost \qquad \frac{dy}{dx} = f(x) \qquad dy = f(x)\,dx$$

$$dV(\vec{r}) = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\begin{cases} df(\vec{r}) = \vec{\nabla} f \cdot d\vec{s} \\ dV(\vec{r}) = -\vec{E} \cdot d\vec{s} \end{cases} \qquad \begin{cases} -\vec{E} = \vec{\nabla} V \Rightarrow \vec{E} = -\vec{\nabla} V \\ \vec{E} = (E_x, E_y, E_z) = \left(-\frac{\partial V}{\partial x}, -\frac{\partial V}{\partial y}, -\frac{\partial V}{\partial z}\right) \end{cases}$$

(1D) $E = E_x = -\frac{dV(x)}{dx}$

5/05/11 — V lezione

SUPERFICI EQUIPOTENZIALI

$V(P) = V(x,y,z) \quad \forall\, x,y,z$

$V(P) = cost.$ sulla superficie equipotenziale ($\forall P \in$ sup. equipotenziale)

1) $\forall P$ passa una sola superficie equipotenziale

2) $d\vec{s}$ (spostamento infinitesimo) sulla superficie $V = cost$, $dV = 0$

$\Leftrightarrow dV = 0$ se $d\vec{s}$ tangente alla superficie

2.1) $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$ (con $d\vec{s}$ tg alla superficie) $\Rightarrow$

$\vec{E} \perp d\vec{s} \Rightarrow \vec{E} \perp$ superficie equipotenziale (ie campo elettrico statico è perpendicolare alle sup. equip)

→ linee di $\vec{E}$ sono $\perp$ alle superfici equipot.

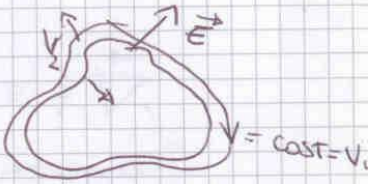
2.2) $dV = -\vec{E}\,d\vec{s} = -|\vec{E}|\,|d\vec{s}|\cos\theta$

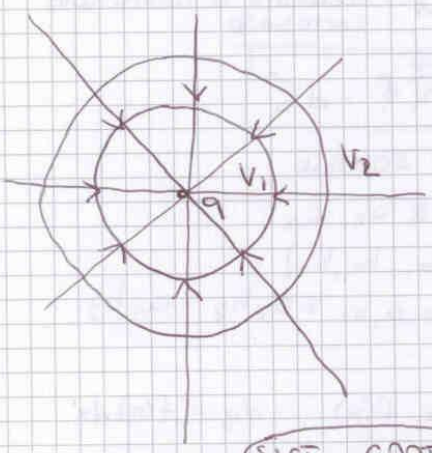
per avere dV massimo



2.3) Il campo elettrico ha direzione e verso della massima variazione di V

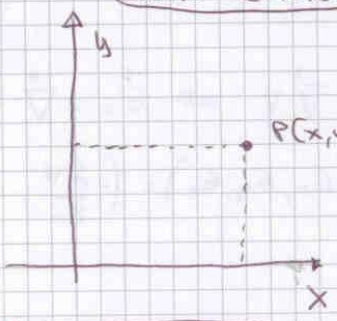
→ linee di flusso di $\vec{E}$ vanno da V maggiori a V minori



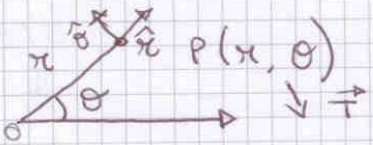


SIST. CARTESIANO

2D)



SISTEMA POLARE



si determinano $\hat{\theta}$ e $\hat{r}$ versori per determinare ad esempio $\overrightarrow{OP}$:

$\overrightarrow{OP} = r\hat{r}$ $\quad \vec{T} = |\vec{T}|\,\theta\,(-1)$

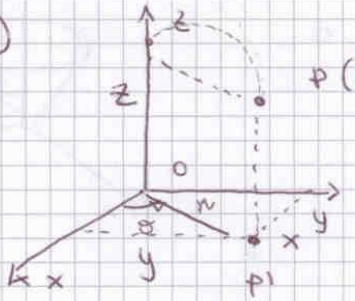
① $\hat{r}$ è radiale mentre $\hat{\theta}$ è perpendicolare a $\hat{r}$ (e deve far compiere un giro anti-orario)

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

fisica — ELETTROMAGNETISMO — 5/05/14

I lezione

3D



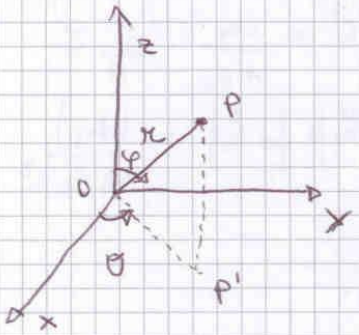
$P(x, y, z)$

$P(r, \theta, z)$

$\overline{OP'} = r$

SISTEMA COORDINATE CILINDRICHE

↳ r è la distanza dall'asse z



$P(r, \theta, \varphi)$

r è la distanza del punto

COORDINATE SFERICHE

Gradiente in:

COORDINATE CARTESIANE:

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

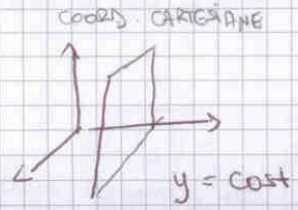
COORDINATE CILINDRICHE

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial r}, \dots, \dots\right)$$

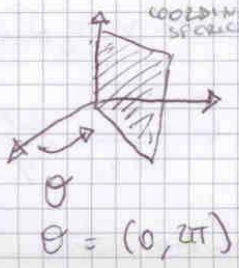
COORDINATE SFERICHE

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial r}, \dots, \dots\right)$$

Es



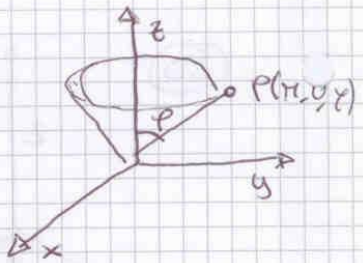




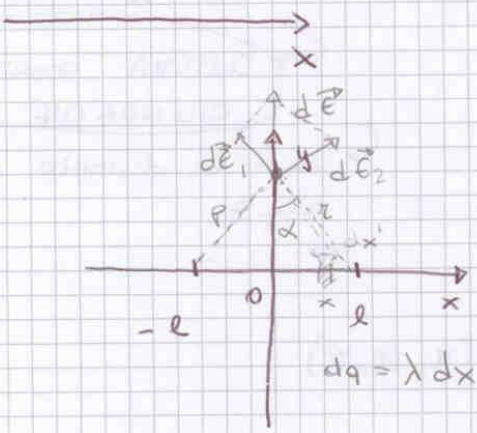
$r = cost \Rightarrow$ sup. sferico

$\theta = cost. \Rightarrow$ semipiano (con asse z)

$\varphi = cost \Rightarrow$ cono con asse z vertice O semiapertura φ



Es:



$$\vec{E} = \int_{\text{distrib. carica}} d\vec{E}$$

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \hat{r}$$

$$|d\vec{E}_2| = |d\vec{E}_1| = \frac{|dq|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$d\vec{E} = d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2 = \hat{y}\, dE$$

$$dE = 2\left(\cos\alpha \cdot \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right) = 2\cos\alpha \frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

α ed r dipendono dalla $x \Rightarrow$ le esplicito

$$\begin{cases} r^2 = x^2 + y^2 \\ y = r\cos\alpha \end{cases} \qquad x = y\,tg\alpha \rightarrow$$ da dove prendo non dovrebbe essere $\frac{y}{x} = tg\alpha$

$$r = \frac{y}{\cos\alpha} \qquad dx = y\frac{1}{\cos^2\alpha} d\alpha = \frac{2\cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda y \frac{d\alpha}{\cos^2\alpha}}{\frac{y^2}{\cos^2\alpha}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2\lambda}{y} \cos\alpha\, d\alpha$$

$$E = \int dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2\lambda}{y} \int_0^{\pi/6} \cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2\lambda}{y} \sin\alpha_m \qquad (\alpha_M = \pi/6)$$

$$x = y\,tg\alpha_M \qquad \ell = \sqrt{\ell^2 + y^2} \cdot \sin\alpha_M \Rightarrow \sin\alpha_M = \frac{\ell}{\sqrt{y^2+\ell^2}}$$

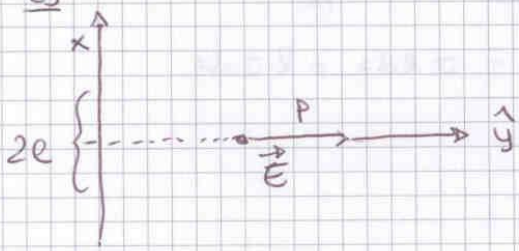
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2\lambda}{y} \frac{\ell}{\sqrt{\ell^2+y^2}} \hat{y} = \frac{q}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{x\sqrt{\ell^2+y^2}} \hat{y} \qquad (x \gg \ell)$$

$$\vec{E} \rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2\lambda}{y} \hat{y} = \left[\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\hat{y}}{y}\right] \Rightarrow$$ campo elettrostatico generato da un filo uniform. carico di lunghezza infinita

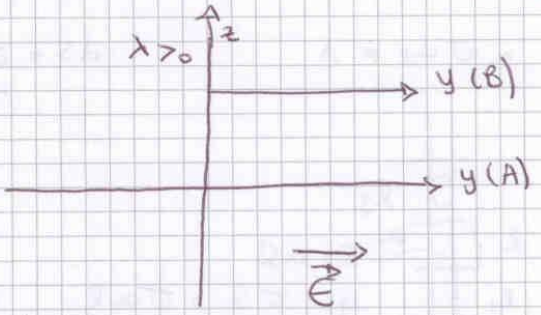
Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — 6/05/11 — II lezione

Es



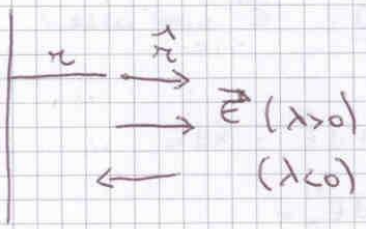
$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{y}\hat{y}$$



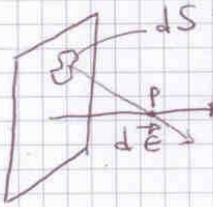
$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}\hat{r}$$

→ campo elettrico → filo indefinito con λ (densità lineare)

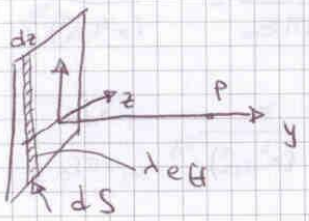
(!) simmetria del campo elettrico → COORDINATE CILINDRICHE

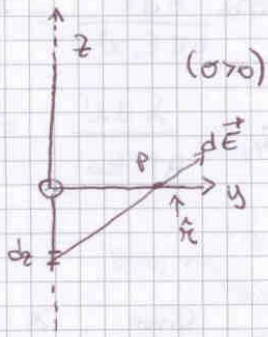


CAMPO GENERATO DA UN ~~CAMPO~~ PIANO UNIFORMEMENTE CARICO $\sigma(\rho_s)$



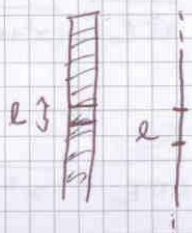
$$dS \to dq = \sigma dS \qquad \vec{E} = \int d\vec{E} = \int_{\text{piano}} \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} = \int_{\text{piano}} \frac{\sigma dS}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$





$$d\vec{E} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda_{eff}}{r^2}\hat{r}$$

$\lambda_{eff} \leftrightarrow \sigma$?



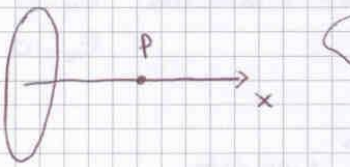
Uniforme → $q = \lambda l$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica 6/05/11

ELETTROMAGNETISMO

Es VI lezione



V di P rispetto a ∞ → percorso è l'asse x

$$V(P) - V(\infty) = -\int_{\infty}^{P} \vec{E}\, d\vec{\ell} =$$

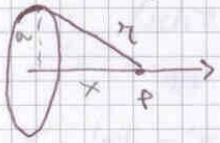
a)
$$= -\int \frac{Q_{TOT}}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}} \underbrace{\hat{x}\cdot\hat{x}}_{1}\, dx = -\frac{Q_{tot}}{4\pi\varepsilon_0} \int_{\infty}^{x_0} \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}\, dx$$

$d\vec{\ell} = \hat{x}\, dx$

$$= \frac{Q_{TOT}}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} \Big|_{\infty}^{x_0} = \frac{Q_{TOT}}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{x_0^2+a^2}}$$

SECONDO METODO: $\vec{E}$ sull'asse

($\lambda > 0$)

b)


$d\ell \to dq = \lambda\, d\ell \to dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$

$$V = \int dV = \int_{\text{quello}} \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} = \int_{\text{quello}} \frac{\lambda\, d\ell}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r} \cdot \int$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r} \cdot \int_{\text{quello}} d\ell = \frac{\lambda 2\pi a}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{Q_{TOT}}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{x_0^2+a^2}}$$

! il potenziale è una funzione scalare

↳ percorso a ritroso:

$$\vec{E} = \int d\vec{E} \qquad V = -\int \vec{E}\, d\vec{\ell} + \text{cost}$$

LEGAME TRA POTENZIALE E CAMPO ELETTRICO

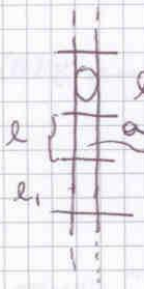
$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V = \left(-\frac{\partial V}{dx}, -\frac{\partial V}{\partial y}, -\frac{\partial V}{\partial z}\right)$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{Q_{TOT}}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}\right)$$

$\vec{E}$? E_x, E_y ($\uparrow$ 0), E_z ($\uparrow$ 0)

$\lambda_{eff} \longleftrightarrow \sigma$? $C/m^2 \cdot m = C/m$

$\sigma dz = \lambda$ $dS = \sigma dS = \sigma l dz = l \sigma dz$

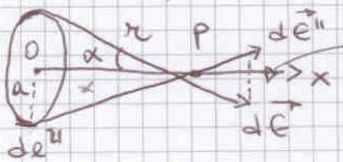


$S = al$ $q = \sigma S = \sigma a l$ $q_3 = (\sigma a) l_3 = \lambda_{eff} l_3$

$\sigma dz = \lambda_{eff}$

ANELLO UNIFORMEMENTE CARICO: $\vec{E}$ sull'asse

$(\lambda > 0)$ $dl' \to dq = \lambda dl'$



$d\vec{E} = d\vec{E}' + d\vec{E}'' = \hat{x} dE$

$dE = 2 dE'_x =$

$|d\vec{E}| = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\lambda dl'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ $dE'_x = |d\vec{E}| \cos\alpha$

$\vec{E} = \int d\vec{E}$ $x = r\cos\alpha \to \cos\alpha = \frac{x}{r}$

$r^2 = a^2 + x^2$

$dE = 2 dE'_x = 2\cos\alpha \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = 2\frac{x}{r^3}\frac{\lambda dl'}{4\pi\varepsilon_0} = 2\frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}} \cdot \frac{\lambda dl'}{4\pi\varepsilon_0} \Rightarrow$

$\Rightarrow E = \int_{\text{anello}} 2\frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}} \cdot \frac{\lambda dl'}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{2\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}} \int_{\text{semicerchio}} dl'$

$= \frac{2\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x \pi a}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{Q_{TOT}}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}$ $x \pi a$ = area

$x = r\cos\alpha \to \cos\alpha = \frac{x}{r}$

$r^2 = a^2 + x^2$

$x \to \infty$ $\vec{E} \to \frac{Q_{tot}}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{x^2} \hat{x}$

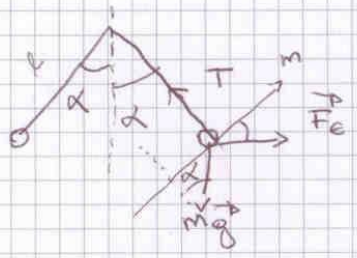
$(a \ll x)$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — 6/05/11 — VI lezione

Es

$m \leq 10g \qquad l = 1\,m \qquad 2\alpha = \frac{\pi}{3} \qquad q = ?$



$\vec{T} + \vec{F_e} + m\vec{g} = 0$

$m: \quad F_e \cos\alpha - mg \sin\alpha = 0$

$F_e \cos\alpha = mg \sin\alpha$

$$\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = mg \tan\alpha$$

$$\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 (2l\sin\alpha)^2} = mg \tan\alpha$$

$$q^2 = 4\pi\varepsilon_0 (2l\sin\alpha)^2 mg \tan\alpha$$

$$q = 2l\sin\alpha \sqrt{4\pi\varepsilon_0 mg \tan\alpha} = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2} \cdot 9{,}8 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$= 2{,}5\ \mu C$

09/05/11 — VII lezione

FLUSSO

$\vec{K}$, S, sup. orientata $\vec{S}$ — K, campo qualsiasi

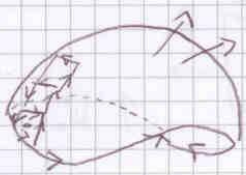
$$\Phi = \int_S \vec{K} \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{K} \cdot \hat{n}\, dS$$ → indica una superficie

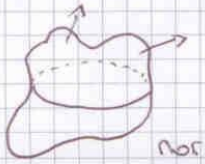
1) APERTA (SUP. INFINITESI) $\hat{n}\,dS = d\vec{S}$



2) APERTA, SUP FINITA

3) SUPERFICI CHIUSE

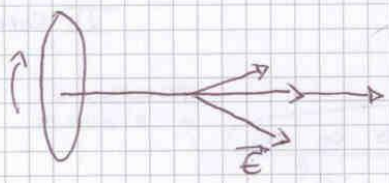




normale: uscente dalla superficie

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

RAGIONAMENTO (per assurdo)



ma è assurdo $\Rightarrow$

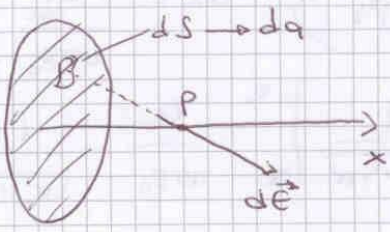
faccio girare l'asse, questo mi determinerà un certo campo elettrico che lungo le componenti si annullerà

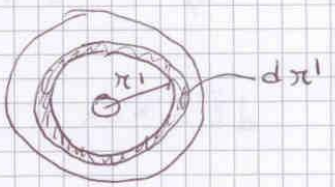
per simmetria $E_y = 0$

$E_x = 0$

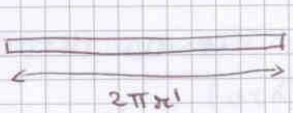
DISCO UNIFORMEMENTE CARICO : $\vec{E}$ sull'asse.

($\sigma > 0$)





$dq = \sigma\, dS = \sigma (2\pi r' dr')$



$2\pi r' (\sigma\, dr')$

λ_{eff} → per come sono fatti i conti

$\vec{E} = \int d\vec{E}$

$$dE = \frac{Q_{tot}}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{(x^2+r'^2)^{3/2}} = \frac{2\pi r' \sigma\, dr' \cdot x}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$E = \int dE = \int_0^a \frac{(\sigma x)\, 2\pi r' dr'}{(4\pi\varepsilon_0)(x^2+r^2)^{3/2}} = \dots = \frac{x\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\right)$$

$W = r'^2 \qquad dW = 2r'dr'$

$x > 0$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}\right)\hat{x}$$

$x < 0$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{|x|}{\sqrt{x^2+a^2}}\right)(-\hat{x}) \qquad \vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{|x|}{\sqrt{x^2+a^2}}\right)$$

$$\mathrm{sign}(x) = \frac{x}{|x|} \quad \begin{matrix} +\hat{x} & x>0 \\ -\hat{x} & x<0 \end{matrix}$$

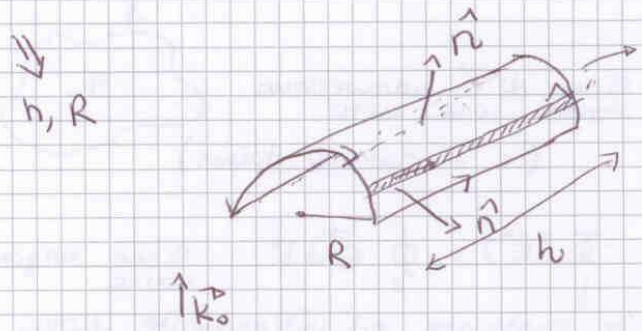
$\sigma \to \infty$

$\vec{E} \to \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\hat{x}\,\mathrm{sign}(x)$ → ho un piano

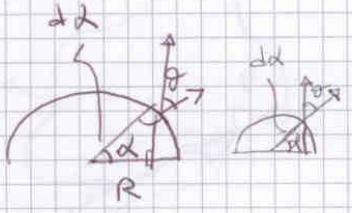
Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — 9/05/11

VII esercizio



solo la parte superiore



$\int \vec{K}_0 \cdot \hat{n}\, dS =$

$\alpha + \vartheta = \frac{\pi}{2}$

$dS = h R\, d\alpha$

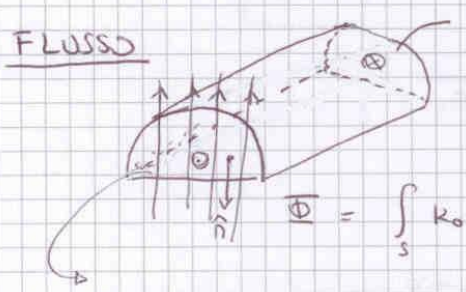
$\vec{K}_0 \cdot \hat{n}\, dS = |\vec{K}_0| \cos\vartheta\, h R\, d\alpha = |\vec{K}_0| \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) h R\, d\alpha$

$= |\vec{K}_0| \sin\alpha\, h R\, d\alpha$

$\Phi = \int_S d\Phi = \int_0^{\pi} \vec{K}_0 R h \sin\alpha\, d\alpha = |\vec{K}_0| R h \left(-\cos\alpha\right)\Big|_0^{\pi}$

$= |\vec{K}_0| R h (-1-1) = 2|\vec{K}_0| R h$

FLUSSO

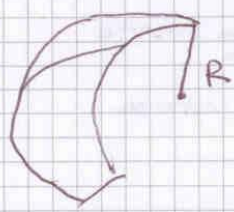


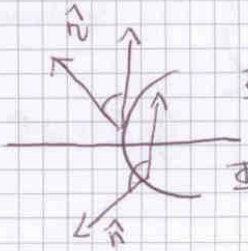
Superficie chiusa

$S = S' \cup S_{base} \cup S_a \cup S_b$

$\Phi = \int_S K_0\, dS = \int_{S'>0} \vec{K}_0 \cdot d\vec{S} + \int_{S_{base}<0} \vec{K}_0 \cdot d\vec{S} + \int_{S_a \cup S_b} \vec{K}_0 d\vec{S}$

la normale è perpendicolare



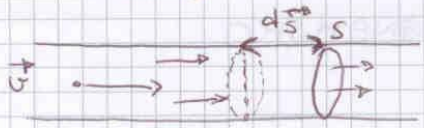


$\Phi = \Phi' + \Phi'' = 0$

(!) In una superficie chiusa tanto flusso entrante quanto uscente $\Rightarrow \Phi = 0$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Es



Quanta acqua attraverso nell' intervallo dt

stessa v $\forall P, \forall t$

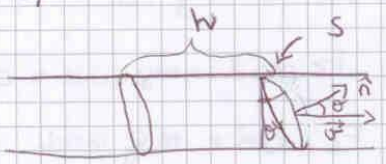
$dt \longrightarrow \vec{v}\,dt = d\vec{s}$

$v = 0,1\ m/s$

$S = 0,2\ m^2$

$\Rightarrow dV = v\,dt \cdot S$

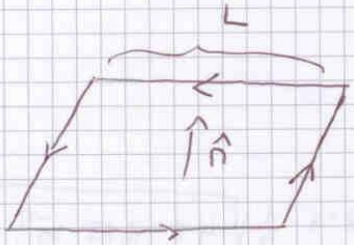
$\frac{dV}{dt} = vS = 0,02\ m^3/s = 20\ l/s$



$dV = h(S\cos\theta) = v\,dt \cdot S\cos\theta = v\,S\cos\theta\,dt = \vec{v}\cdot\hat{n}\,S\,dt$

$\frac{dV}{dt} = \vec{v}\cdot\hat{n}\cdot S$

Es.



$\Phi = ?$ → prodotto scalare

$\Phi = \int \vec{K_0}\cdot\hat{n}\,dS = \int_S |\vec{K_0}|\cos\theta\,dS =$

$|K|\cdot 1\cdot\cos\theta$

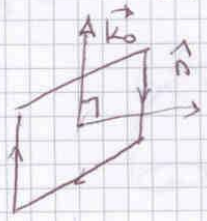
$\hat{n}$ $\hat{n}$ K_0, fessa

$\rightarrow |\vec{K_0}| \int_S dS = |\vec{K_0}|\,L^2$



$\Phi = \int_S \vec{K_0}\cdot\hat{n}\,dS = \int_S |\vec{K_0}|\cos\theta = \vec{K_0}\frac{L^2}{\sqrt{2}}$

superficie piana e K_0 uniforme



$\Phi = ?$ $\theta = \frac{\pi}{2}$ $\cos\theta = 0$

$\uparrow \vec{K_0}$

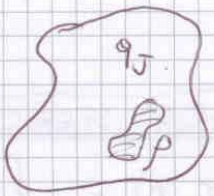
Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — 9/05/11

VII lezione

3 più cariche

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{tot\,int}}{\varepsilon_0}$$

q_i : 

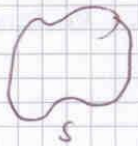
S chiusa

S: sup. chiusa qualunque
$\vec{E}$: totale

Q_{tot}: carica totale algebrica interna

↳ prendo solo le cariche interne

Es



$\vec{E}$ su S $\Rightarrow$ $Q_{tot\,interna}$

distribuzione di carica + simmetria $\Rightarrow$ prevedere qualita $\vec{E}$

PRINCIPIO DI CURIE: se sapendo Q si può prevedere qualitativamente $\vec{E}$

Superficie opportuna: $\oint_S \vec{E}\,\hat{n}\,dS = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ = $S = S' \cup S''$

$\vec{E} \parallel \hat{n}$ $\quad S'': \hat{n}'' \perp \vec{E}$ $\quad |\vec{E}| = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0 S'}$

$\vec{E}$ su S': costante

RICORDARE:

1) q, m $\quad \vec{E} \Rightarrow \vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

se $\vec{E}$ unif. e costante $\Rightarrow$ moto uniformemente accelerato

2) $\vec{E}$ elettrostatico conservativo

Lavoro $\vec{E}$: $W_{AB} = \int_A^B q\vec{E}\,d\vec{\ell} = -(U(B) - U(A)) = -q((V(B) - V(A))$

$W_{AB} = \Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 =$

$= qV(A) - qV(B) = E_c(A) + qV(A) = E_c(B) + qV(B)$

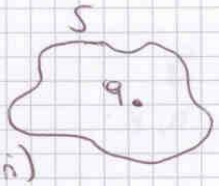
$\therefore$ Conservazione energia meccanica

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

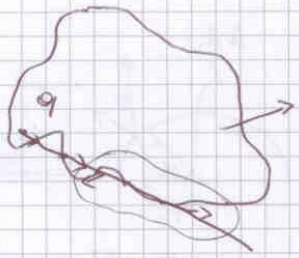
TEOREMA DI GAUSS

q puntiforme, una superficie S chiusa

1) q interna ad S



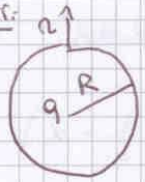
linee di $\vec{E}$ attraversano sempre una volta (o un numero dispari)



$\Phi(\vec{E}) = \oint_S \vec{E}\, d\vec{S}$ linee originate dalla carica

= costante ed indipendente dalla superficie

Dimostr.



$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\hat{r}}{r^2}$

$\hat{n} \equiv r$

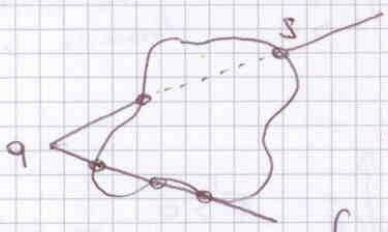
$\oint_S \vec{E}\cdot\hat{n}\, dS = \oint_S \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}\,\hat{r}\cdot\hat{n}\, dS =$ (1 perché parallele e concordi)

$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{R^2}\oint_S dS$

$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{R^2}\cdot 4\pi R^2 = \boxed{\frac{q}{\varepsilon_0}}$

$\Rightarrow$ da cui $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

2) q esterna a S



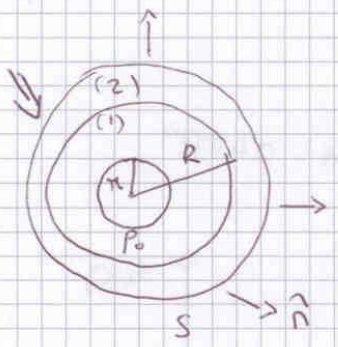
$\Phi(\vec{E}) = 0$

si dimostra

$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \begin{cases} \frac{q}{\varepsilon_0} & \text{interna} \\ 0 & \text{esterna} \end{cases}$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

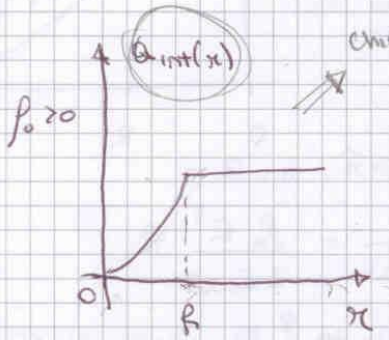
Fisica — ELETTROMAGNETISMO — IX lezione 10/05/11



$$\rho \begin{cases} kr & \text{se } r \le R \\ 0 & \text{se } r > R \end{cases}$$

All'interno di una SFERA

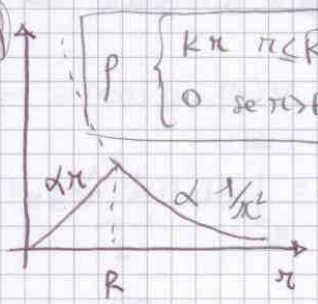
$$E(r) = \begin{cases} 0 < r < R & \dfrac{\rho_0 \frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2 \varepsilon_0} = \dfrac{\rho_0 r}{3\varepsilon_0} \\ r \ge R & \dfrac{\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi \varepsilon_0 r^2} = \dfrac{Q_{tot}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \end{cases}$$



Chiedere

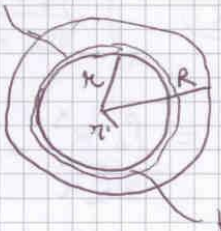
Vale per qualunque $\rho(r)$ ed è $\vec{E}$ = campo generato da una carica puntiforme $|Q_{TOT}|$ fisso nel centro

$$Q_{int}(r) = \begin{cases} r < R : Q_{int} = \int_{V(S(r))} k r' dV \\ r > R : Q_{int} = Q_{tot} \Rightarrow \int_0^R k r' 4\pi r'^2 dr' = R^4 \pi k \end{cases}$$

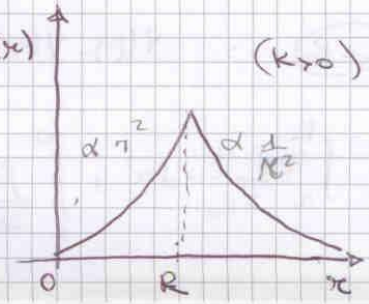


$$Q_{int} = \int_{V(S(x))} k r' dV = \int_0^x k r' 4\pi r'^2 dr' =$$

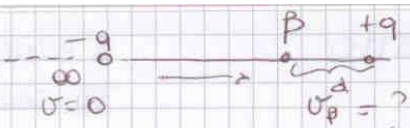
$$= \pi k \int_0^x 4 r'^3 dr' = \pi k r'^4 \Big|_0^r = r^4 \pi k$$



$$E(r) = \begin{cases} r < R & \dfrac{\pi r^2 k}{4\pi r^2 \varepsilon_0} = \dfrac{k r^2}{4\varepsilon_0} \\ r \ge R & \dfrac{Q_{tot}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \end{cases}$$



Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011



10/05/11
VIII lezione

SIMMETRIA SFERICA

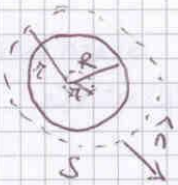
$$\rho(r,\vartheta,\varphi) = \begin{cases} \rho(r), & r \le R \\ 0, & r > R \end{cases}$$



$\vec{E} = ?$

è unico modo per non far variare le cause è che le linee di flusso devono essere radiali (se ruoto la sfera)

$$\vec{E} = E(r)\,\hat{r}$$



$$\Phi(\vec{E}) = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

$$\Phi(\vec{E}) = \oint_S \vec{E}\cdot\hat{n}\,dS = \oint_S E(r')\cdot\hat{r}'\cdot\hat{r}'\,dS$$

↳ S è una superficie sferica di raggio r $r' = r$

↳ $E(r)\oint_S dS = E(r)\,4\pi r^2$

$$E(r)\,4\pi r^2 = \frac{Q_{int}(r)}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E(r) = \frac{Q_{int}(r)}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

Q_{int} = carica interna all'interno del volume di raggio generico r

$$Q_{int}(r) = \int_{V(S)} \rho(r)\,dV$$

Per (densità di carica ρ) $\rho_0 = cost$

$$\rho = \begin{cases} \rho_0, & r \le R \\ 0, & r > R \end{cases} \qquad Q_{int} = \begin{cases} r > R : \rho_0 \frac{4}{3}\pi R^3 \\ r < R : \rho_0 \frac{4}{3}\pi r^3 \end{cases}$$

Q_{int} $r > R$ $\int \rho_0\,dV = \rho_0 \frac{4}{3}\pi R^3$

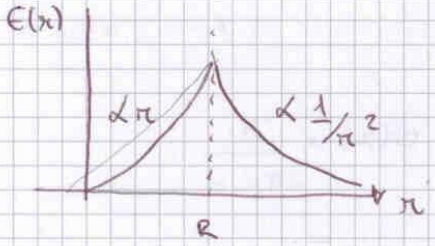
Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

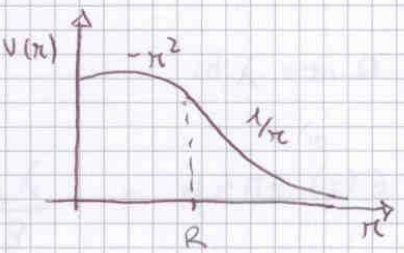
Fisica — ELETTROMAGNETISMO — IX Lezione 10/05/11

$$= \int_r^R \frac{\rho_0 r'}{3\varepsilon_0} dr' + \int_R^\infty \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon_0 r'^2} dr' \rightarrow \frac{Q_{tot}}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\frac{\rho_0}{3\varepsilon_0} \cdot \frac{r'^2}{2}\Big|_r^R + \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon_0 R} = \frac{\rho_0}{6\varepsilon_0}\left(R^2 - r^2\right) + \frac{\rho_0 R^2}{3\varepsilon_0}$$

$$V(r) = \begin{cases} \frac{\rho_0}{3\varepsilon_0} \cdot \frac{r'^2}{2}\Big|_r^R + \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon_0 R} = \frac{\rho_0}{6\varepsilon_0}\left(R^2 - r^2\right) + \frac{\rho_0 R^2}{3\varepsilon_0} & r < R \\ \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon_0 r} & r > R \end{cases}$$

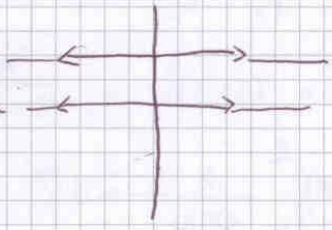


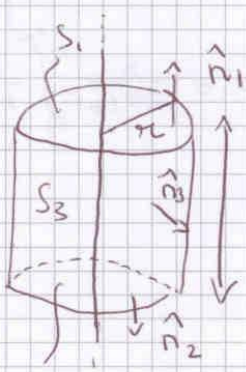


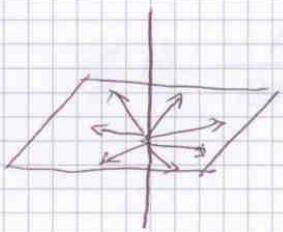
FILO UNIFORMEMENTE CARICO CON SIMMETRIA CILINDRICA



$\lambda = \text{unif} \quad \vec{E} = E(r)\hat{r}$ equipartite







$S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$

⇒

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

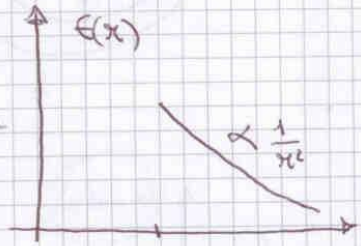
SIMMETRIA SFERICA (distribuzione di carica superficiale)

σ sup sferica R

$$Q_{int}(r) = \begin{cases} r < R \\ r > R \end{cases} \quad Q_{tot} = \sigma S_{tot} = \sigma 4\pi R^2$$

$$E(r) = \begin{cases} 0, & r < R \\ \dfrac{Q_{tot}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, & r > R \end{cases}$$

chiedere per $R=r$ cosa significa ∞ discontinuità!

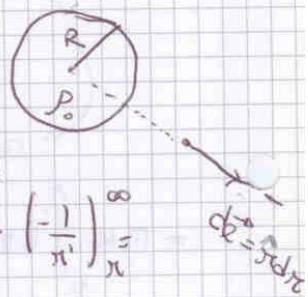


$$\rho(r,\theta,\varphi) = \begin{cases} \rho_0, & r < R \\ 0, & r > R \end{cases} \qquad \vec{E} = \begin{cases} \dfrac{\rho_0}{3\varepsilon_0} r\hat{r}, & r < R \\ \dfrac{Q_{tot}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \dfrac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r} \end{cases}$$

ie potenziale all'infinito si può prendere solo se ?... ∞ superficie equipotenziale lungo una semiretta radiale

$$V(P) - V(\infty) = -\int_{\infty}^{P} \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_{P}^{\infty} \vec{E}\, d\vec{l} = \qquad d\vec{l} = \hat{r}\,dr$$

$$= \int_r^{\infty} E(r')\,\hat{r}\cdot\hat{r}'\,dr' = \int_r^{\infty} E(r')\,dr' \qquad \vec{E} = E\hat{r}, \quad d\vec{l} = \hat{r}\,d\pi$$

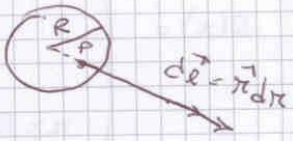


$r > R$:

$$\int_r^{\infty} \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\,dr' = \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon_0}\int_r^{\infty} \frac{1}{r'^2}\,dr' = \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r'}\right)_r^{\infty} =$$

$$= \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon_0 r} = \frac{Q_{tot}}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$V(r) = \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon_0 r} \qquad r > R$$



$r < R$:

$$V(P) - V(\infty) = \int_r^R E(r')\,dr' + \int_R^{\infty} E(r')\,dr' =$$

$$= \int_r^R \frac{\rho_0 r'}{3\varepsilon_0}\,dr' + \int_R^{\infty} \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon_0 r'^2}\,dr' = \Rightarrow$$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — X Lezione — 11/05/11

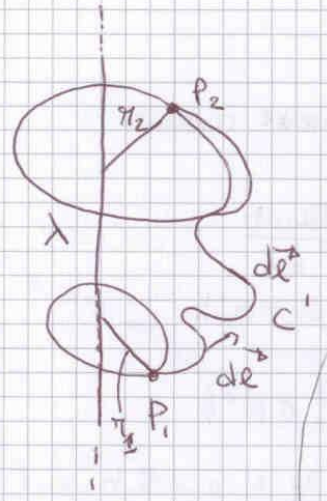
Es:

$$\vec{E} = E(r)\hat{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{r}$$

$$V(P_1) - V(P_2) = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \int_{P_1}^{P_2} \frac{\lambda}{2\pi r}\hat{r}\, d\vec{\ell}$$

$$\int_{P_1}^{P_2'} \dots + \int_{P_2'}^{P_2''} + \int_{P_2''}^{P_2}$$

$d\vec{\ell} \perp \hat{r}$ $d\vec{\ell} \perp \hat{r}$



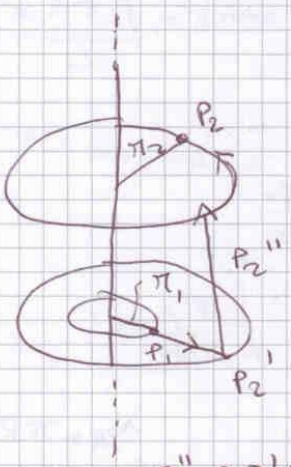
$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{r}\, d\vec{\ell} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\, dr =$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r\Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{\lambda}{(2\pi\varepsilon_0)}(\ln r_2 - \ln r_1) =$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

$$d\vec{\ell} = \hat{r}\,dr \qquad \hat{r}\cdot d\vec{\ell} = dr$$

$$= \int_{r_1}^{r_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\, dr$$



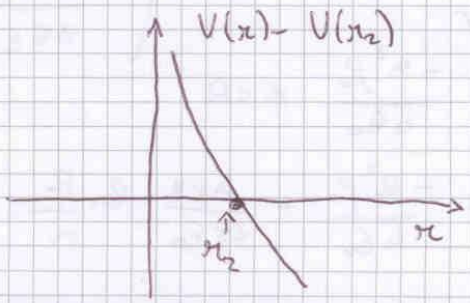
$C'' = P_1 P_2' P_2'' P_2$

$V(P_1) - V(\infty)$ $\quad r_2 \longrightarrow \infty$

(!) ogni vetro che la carica si estende fino all'infinito non si può prendere il potenziale all'infinito

$V(P) - V(P_2)$

r $\quad r_2$



$\Phi(\vec{E}) = \oint_{S_1} \vec{E}\cdot\hat{n}_1\,dS + \int_{S_2} \epsilon$ $\quad \epsilon(r)\hat{r}$

$\Phi(\vec{E}) = \oint_S \vec{E}\cdot\hat{n}\,dS = \int_{S_1} \vec{E}\cdot\hat{n}_1\,dS + \int_{S_2} \vec{E}\cdot\hat{n}\,dS + \int_{S_3} \vec{E}\cdot\hat{n}_3\cdot dS$

$\hat{r}\perp\hat{n}_1$ $\quad \hat{r}\perp\hat{n}_2$

$\int_{S_1} = 0$ $\quad \int_{S_2} = 0$

$= \int_{S_3} \epsilon(r)\,\underbrace{\hat{r}\cdot\hat{r}}_{1}\,dS = \epsilon(r)\int_{S_3} dS = 2\pi r h\cdot\epsilon(r)$

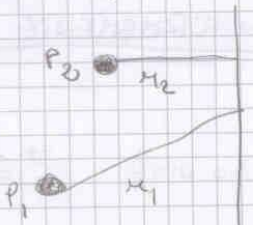
$Q_{int} = \lambda h$

$\epsilon(r)\,2\pi r h = \frac{\lambda h}{\varepsilon} \Rightarrow \epsilon(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

Es: Calcolare la differenza di potenziale tra due punti $r \neq 0$

P_1, r_1 $\quad \lambda$ densità di carica lineare

P_2, r_2



$\vec{E} = \epsilon(r)\hat{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{r}$

$V(P_1) - V(P_2) = \int_{P_1}^{P_2} \frac{\lambda}{2\pi r}\hat{r}\,d\vec{\ell} \Rightarrow d\vec{\ell} = \hat{r}\,dr$

$\int_{r_1}^{r_2} \frac{\lambda}{2\pi r\varepsilon_0}\,dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r}\,dr =$

$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}$

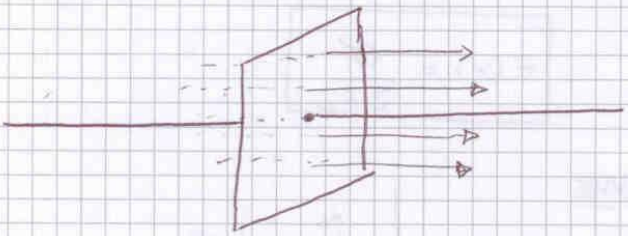
Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — X Lezione — 11/05/11

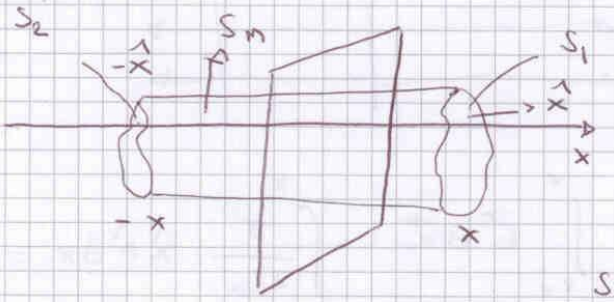
SIMMETRIE PIANE (terza applicazione di Gauss)

Piano uniformemente carico σ

perpendicolari al piano ed equi spaziate



Superficie comodo per applicare GAUSS



$S = S_1 \cup S_2 \cup S_m$

$$\Phi(\vec{E}) = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \left\{\int_{S_1} + \int_{S_2} + \int_{S_m}\right\} \vec{E}\cdot\hat{n}\, dS$$

$\perp$

$\vec{E} = (E(x)\hat{x})$

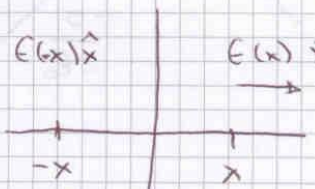
$$\int_{S_1} E(x')\underbrace{\hat{x}'\cdot\hat{x}}_{1} dS = E(x)\int_{S_1} dS = E(x)\, A(\text{area}_{S_1})$$

$$\int_{S_1} E(x')\underbrace{\hat{x}'\cdot(-\hat{x}')}_{-1} dS = E(-x)\int_S dS = -E(-x)A_{S_2}$$

$E(x) \quad \forall x \lesseqgtr$

$|E(x)| = |E(-x)| \quad \forall x$

$E(-x) = -E(x)$

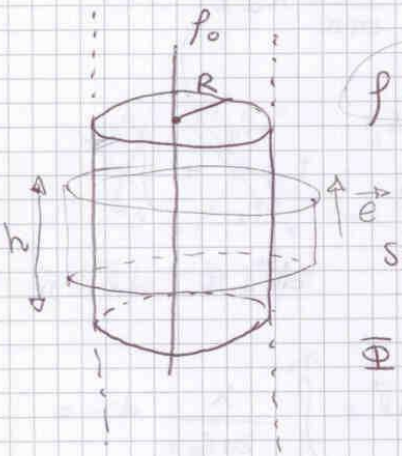


(!) funzione dispari

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

CILINDRO INDEFINITO UNIFORMEMENTE CARICO

R ρ_0 ? $\vec{E}$, V



$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0, & r \le R \\ 0, & r > R \end{cases}$$

Simm $\Rightarrow$ linee di $\vec{E}$ semirette radiali

$$\Phi(\vec{E}) = \oint_S \vec{E}\,\hat{n}\,dS = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$Q_{int} = \begin{cases} r \le R & \Rightarrow \rho_0 \pi r^2 h \\ r > R : & \Rightarrow \rho_0 \pi R^2 h \end{cases}$$

(uniforme perché $\rho_0 = \text{cost}$)

$$E = \begin{cases} r \le R \Rightarrow \int_0^r \vec{E}\,dS = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_0 \pi r^2 h}{\varepsilon_0} \Rightarrow E\,2\pi r h = \frac{\rho_0 \pi r^2 h}{\varepsilon_0} \\ r > R \Rightarrow \int_0^R \vec{E}\,dS = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_0 \pi R^2 h}{\varepsilon_0} \Rightarrow E\,2\pi r h = \frac{\rho_0 \pi R^2 h}{\varepsilon_0} \end{cases}$$

$$E = \frac{\rho_0 r^2}{2\varepsilon_0} \qquad E = \frac{\rho_0 R^2}{2\varepsilon_0 r}$$

$$V = \begin{cases} r < R \Rightarrow \int_R^r \underbrace{\vec{E}\,d\vec{r}}_{E(r)\,dr} = \int_0^r \frac{\rho_0 r}{2\varepsilon_0}\,dr = \frac{r^2 \rho_0}{4\varepsilon_0} \\ r > R \Rightarrow \int_R^r \vec{E}\,d\vec{r} = \int_R^R E(r)\,dr = \int_0^R \frac{\rho_0 r}{2\varepsilon_0}\,dr + \int_R^r \frac{R^2 \rho_0}{2\varepsilon_0 r}\,dr \end{cases}$$

(dove sta? $R \to r$)

Risultato:

$$E(r) = \begin{cases} \frac{\rho_0 r}{2\varepsilon_0}, & r \le R \\ \frac{\pi R^2 \rho_0}{2\pi\varepsilon_0 r}, & r > R \end{cases}$$

$$V(r) = \begin{cases} -\frac{r^2 \rho_0}{4\varepsilon_0} & r < R \\ -\frac{R^2 \rho_0}{4\varepsilon_0} + \frac{\lambda_{eff}}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{R}{r} & r > R \end{cases}$$

$\lambda_{eff} = \pi R^2 \rho_0$

$Q = \pi R^2 \ell \rho_0$

$\frac{Q}{\ell} = \pi R^2 \rho_0$



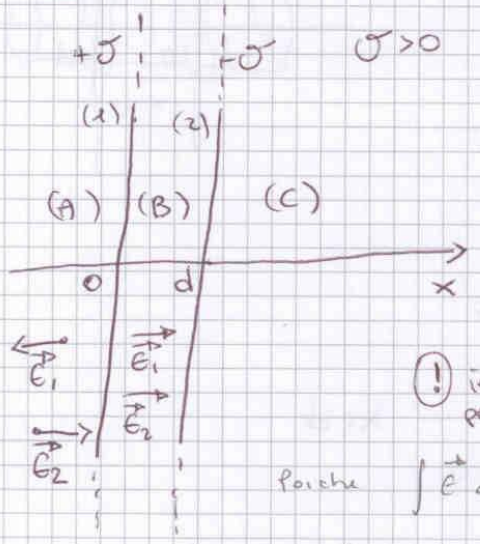
Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica

ELETTROMAGNETISMO

X Lezione
11/05/11

Es



(A) $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$

(C) $\vec{E} = 0$

(B) $\vec{E} = \frac{2\sigma}{2\varepsilon}\hat{x} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x}$

(!) le campo elettrico ha sempre verso perpendicolare rispetto alla carica!

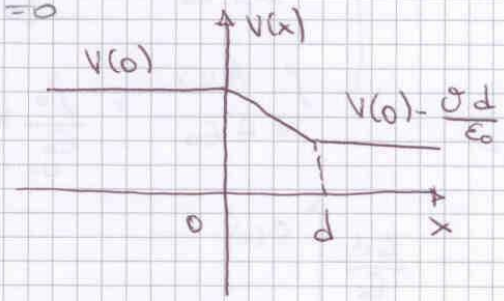
Poiché $\int \vec{E}\, d\vec{l} = 0$

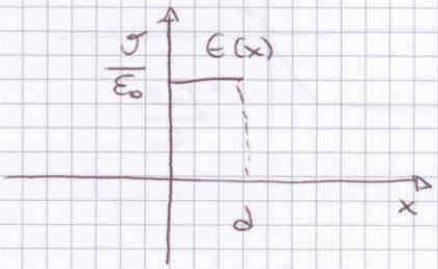
$V(x) - V(0)$

(A) 0 $V_1 + V_2 = V$

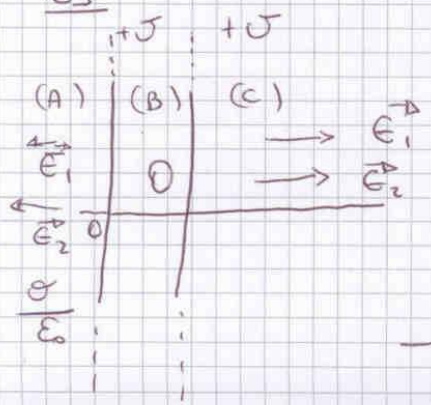
(C) 0

(B)

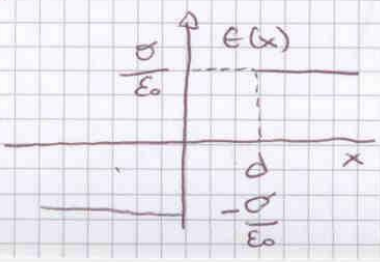


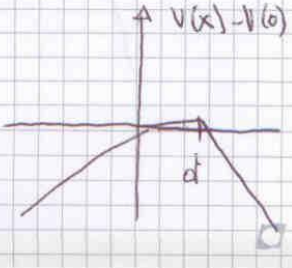


Es



$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x}$





Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

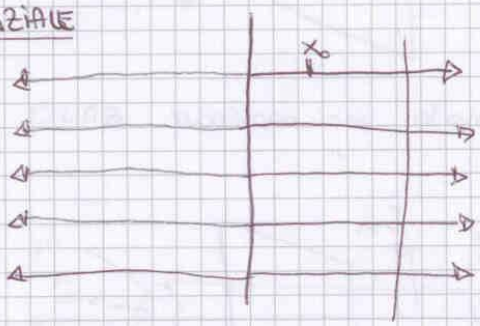
$$\Phi(\vec{E}) = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \vec{E}\,\hat{n}\,dS = 2E(x)A$$

$$Q_{int} = \sigma A$$

$$2\vec{E}(x)A = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \qquad \boxed{E(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

$\sigma > 0$

POTENZIALE



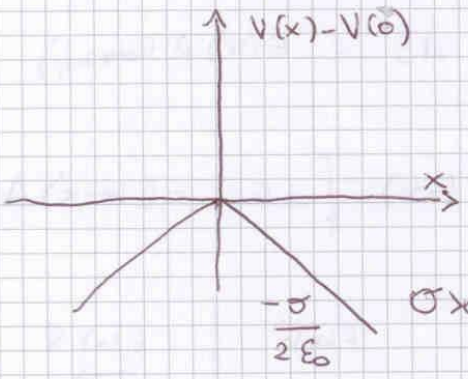
$$V(P) - V(P_0) = \int_{x_0}^{x} \vec{E}\,d\vec{x} = -\int_{x_0}^{x} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{x}\hat{x}\,dx = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}x'\Big|_{x_0}^{x}$$

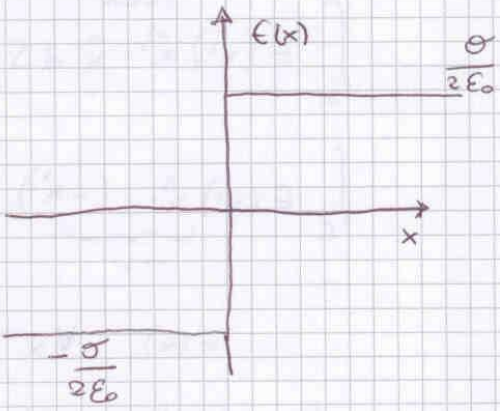
(x: $V(P)$, x_0: $V(P_0)$)

$$= \boxed{-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x - x_0)}$$

$x_0 = 0$

$$V(x) - V(0) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}x \qquad x > 0$$





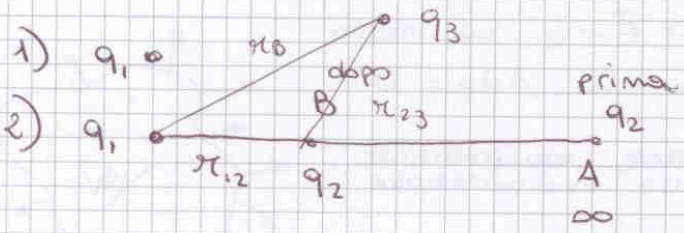
Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica

ELETTROMAGNETISMO

X lezione
11/05/11

EN. POT. ELETT. DI CARICHE P.T



$$\vec{F}_{est} = -\vec{F}_e = -q_2\vec{E}$$

$$W_{est,2} = \int_A^B \vec{F}_{est}\cdot d\vec{s} = \int_A^B (-q_2\vec{E})\cdot d\vec{s} = q_2\left\{-\int_\infty^B \vec{E}\cdot d\vec{s}\right\}$$

$$= q_2\,(V(B) - V(\infty)) = \frac{q_2\,q_1}{4\pi\varepsilon r_{12}} = U_2$$

aggiungo q_3

$$W_{est,3} = \int_\infty^{P_3}(-q_3\vec{E})\,d\vec{s} = q_3\,V(P_3) = q_3\left(\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_{13}} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{23}}\right)$$

($\vec{E}$ di q_1, q_2; $V(P_3)$ di q_1, q_2)

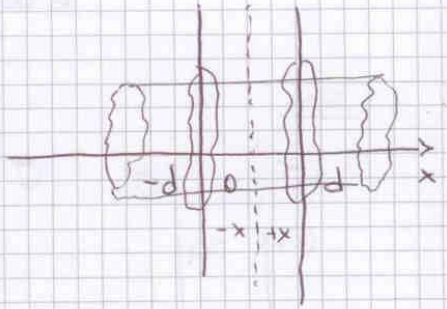
$$U = W_{est,2} + W_{est,3} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_{23}}$$

N: $W_{est,tot,N} = \boxed{U_N = \frac{1}{2}\sum_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{N} \frac{q_i q_j}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}}}$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

LASTRA PIANA UNIF. CARICA

$$\rho = \begin{cases} \rho_0, & 0 < x < d \\ 0, & \text{fuori} \quad |x| > d \end{cases}$$

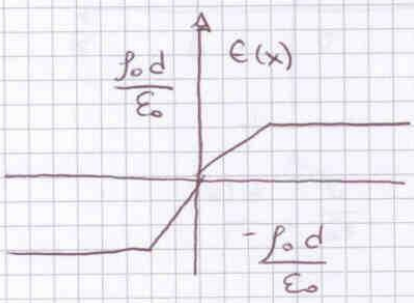


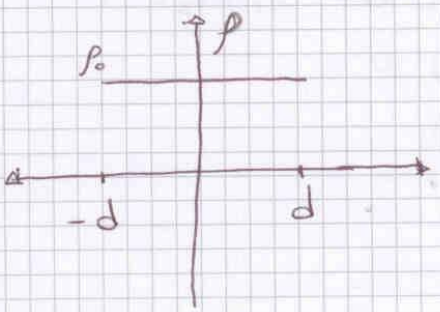
↓ come prima

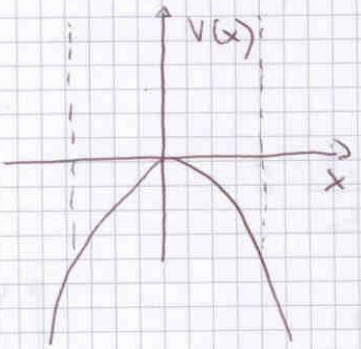
$$\Phi(\vec{E}) = 2E(x) \cdot A$$

$$Q_{int} = \begin{cases} x > d : \rho_0 2Ad \\ 0 < x < d : \rho_0 \cdot 2Ax \end{cases}$$

$$E(x) = \begin{cases} \dfrac{\rho_0 A 2d}{2A\varepsilon_0} = \dfrac{\rho_0 d}{\varepsilon_0} & x > d \\ \dfrac{\rho_0 A 2x}{2A\varepsilon_0} = \dfrac{\rho_0}{\varepsilon_0} x & 0 < x < d \end{cases}$$





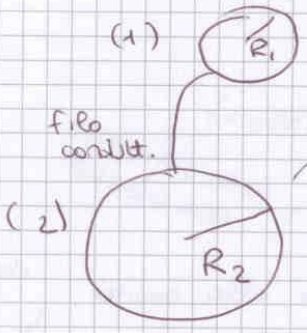


Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XI Lezione 12/05/11



$Q \neq 0$



Suff. Contorno → superfici equipotenz.

Contorno ≃ isolante

$Q = q_1 + q_2$

$$E = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 x^2} \qquad V = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 x} \quad \forall x > R_1$$

(1) $$V_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{\sigma_1 4\pi R_1^2}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon_0}$$

(2) $$V_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = \frac{\sigma_2 4\pi R_2^2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = \frac{\sigma_2 R_2}{\varepsilon_0}$$

sono uguali poiché le superfici sono equipotenziali

$$V_1 = V_2 \iff \sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1} \qquad R_1 < R_2 \Rightarrow \sigma_1 > \sigma_2$$

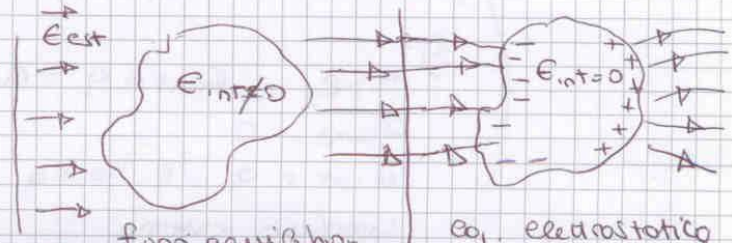


EFFETTO DELLE PONTE : cariche concentrano nelle regione a maggior curvatura

↳ per quale motivo?

GS





fuori equilibrio elettrostatico

$\vec{E}_{est} = \vec{E}$ sorgenti interne

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

ELETTROSTATICA NEI CORPI MATERIALI

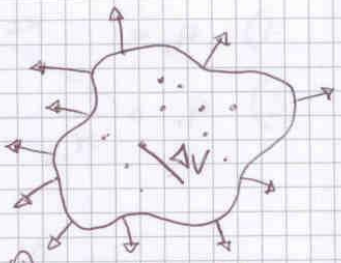
- CONDUTTORI E ISOLANTI

XI lezione
12/05/11

CONDUTTORI: All'equilibrio elettrostatico

1) $\vec{F} = 0 \quad \forall q, \forall P \Rightarrow \vec{E} = 0$ all'interno
   → tutti i punti hanno una $d.dp = 0$

2) $\Delta V = 0 \iff$ conduttore, equipotenziale, superficie equipotenziale



3) Immediatamente fuori dal conduttore
   $\vec{E}_{(est)} \perp$ superficie conduttore

(!) quando parleremo di cariche mobili che si possono muovere al di fuori del campo elettrostatico

4) cava (conduttore "carico", "neutro") $\rho = 0$
   sulla superficie: $Q_{int} = 0 \Rightarrow \sigma \neq$ eventualm.



Se avessimo cava interna al conduttore potrei prendere una superficie piccola all'interno della sup.

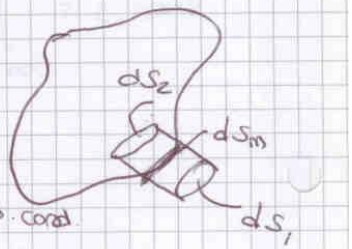
$$\oint_S \vec{E}\,\hat{n}\,dS = 0 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \quad \forall S$$

↑ Gauss

$$dS = dS_1 \cup dS_2 \cup dS_m$$

$E_{int} = 0$

$\vec{E}_{est} \perp$ sup. cond.



5) $\Phi(\vec{E}) = \vec{E}\cdot\hat{n}\,dS_1 = E\,dS_1$

$\Phi(\vec{E}) = E\,dS_1$

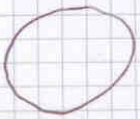
$Q_{int} = \sigma\,dS_1 \qquad E\,dS_1 = \sigma\,dS_1$

$E\,dS_1 = \frac{\sigma\,dS_1}{\varepsilon_0} \qquad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}}$$

TEOREMA DI COULOMB per GAUSS

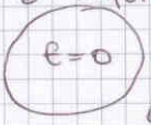
Es.



Sfera

$Q \neq 0$

σ uniforme



$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

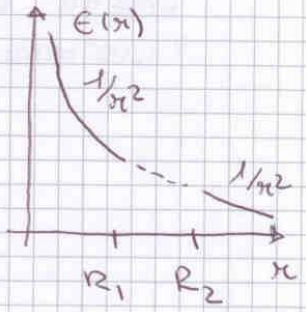
Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XI lezione 12/05/11

$$\vec{E}\begin{cases} 1) & \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \\ 2) & E=0 \\ 3) & \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \end{cases}$$

$$V(P)\ \uparrow r = -\int_{\infty}^{r} E(r')\,dr'$$

$q>0$



3) $r > R_2$: $V(r) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

2) $R_1 < r < R_2$

$$V(r) = \int_r^{\infty} = \left\{ \int_r^{R_2} + \int_{R_2}^{\infty} \right\} E(r')dr' =$$

$E=0$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

1) $r < R$:

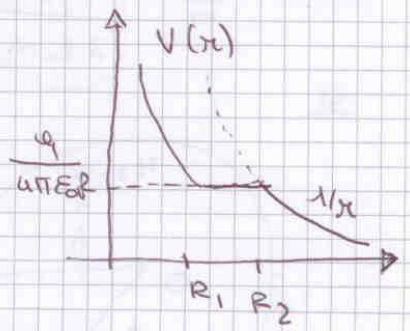
$$V(r) = \left\{ \int_r^{R_1} + \int_{R_1}^{R_2} + \int_{R}^{\infty} \right\} E(r)\,dr =$$

$E=0$

$$\int_r^{R_1} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}dr' + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r'}\right)_r^{R_1} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

non dovrebbe essere le contrario?



abbiamo una redistribuzione delle cariche ⇒ INDUZIONE ELETTROSTATICA

$\vec{E}_{est} = \vec{E}_{\text{sorgenti esterne}} + \vec{E}_{cond}$

CONDUTTORI CAVI (vuoto)

Se avessi $\vec{E} \neq 0$ ← RAGIONAMENTO PER ASSURDO

$\int_A^B \vec{E}\, d\vec{l} \neq 0$ interno alla cavità

$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ interno al conduttore

$\neq \Rightarrow \emptyset$

eq. elettrostatico $\vec{E} = ?$ dentro la cavità!



Cavità ⇒ dentro c'è il vuoto

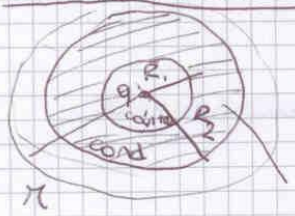
assurdo scaturito dal fatto che dentro la cavità $\vec{E} = 0$

PERFETTO SCHERMO DI FARADAY ⇒ perché lo schermo elettrostatico

⇒ GABBIA DI FARADAY

CONDUTTORE SFERICO CAVO CON q puntiforme

$\vec{E}$? V? in tutto lo spazio



$\vec{E} = E(r)\,\hat{r}$ superficie di Gauss sferica r

conduttore neutro

$\Phi_{S(r)} = E(r)\, 4\pi r^2$

Q_{int} :

1) $r < R_1$ $\quad Q_{int} = q$

2) $R_1 < r < R_2$ $\quad \Phi_S(\vec{E}) = 0 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = 0$

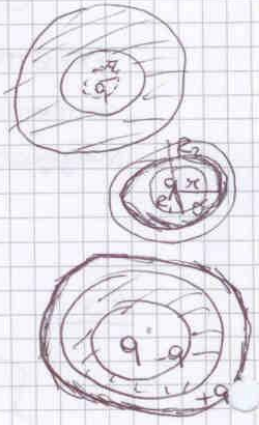
$Q_{int} = q + q_1 \quad q_1 = -q$

$\sigma_1\, 4\pi R_1 = -q$

3) $r > R_2$ $\quad Q_{int} = q + Q_{cond}$

$Q_{cond} = 0$

$Q_{int} = q$ e ho $+q$ sulla superficie esterna



Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XII lezione — 13/05/11

$$\Rightarrow \quad 0 + q\frac{\rho_0 R^2}{6\varepsilon_0} = \frac{1}{2}m v_A + q\left(\frac{\rho_0 R^2}{6\varepsilon_0} - \frac{\rho_0 r_A^2}{6\varepsilon_0}\right)$$

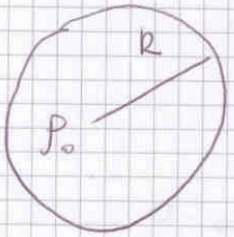
$$0 = \frac{1}{2}m v_A^2 - q\frac{\rho_0 r_A^2}{6\varepsilon_0}$$

$$v_A^2 = \frac{q\rho_0 r_A^2}{3\varepsilon_0 m} \Rightarrow v_A = r_A\sqrt{\frac{q\rho_0}{3\varepsilon_0 m}}$$

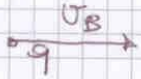
$r_A \ \frac{R}{4}$ $\quad$ $r' \ \frac{R}{2}$ → velocità doppia

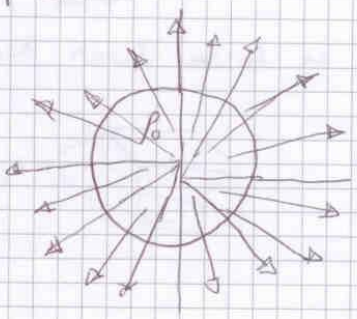
"velocità di fuga"

Es



B $\quad \vec{F} = q\vec{E}$





$\rho_0 > 0$

m, q < 0

$]0, \infty[$
↳ non incede re centro

v_{min} ? in modo che la carica vada all'infinito?

CONSERVAZIONE DELL' ENERGIA MECCANICA

$$E_m(B) = E_m(\infty)$$

$$r > R \begin{cases} V(r) = \dfrac{Q_{tot}}{4\pi\varepsilon_0 r} \\ \vec{E} = \dfrac{Q_{tot}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \end{cases}$$

$$E_m(B) = E_m(\infty)$$

$$\frac{1}{2}m v_B^2 + qV(B) = \frac{1}{2}m v_\infty^2 + qV(\infty)$$

$v_\infty = 0$ $\quad$ $V(\infty) = 0$

$$\frac{1}{2}m v_B^2 + q\frac{Q_{tot}}{4\pi\varepsilon_0 r_B} = 0$$

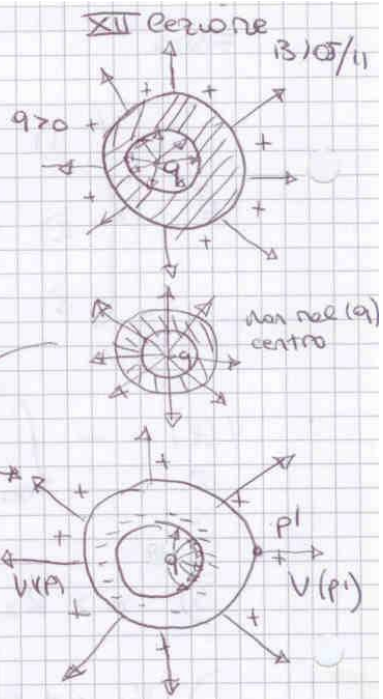
$$v_B = \sqrt{\frac{-qQ_{tot}}{2\pi\varepsilon_0 r_B m}}$$

XII Lezione 13/05/11

Es

Supponga per assurdo che le linee di campo siano più addensate nel punto dove la carica si è spostata $\Rightarrow$ esternamente

Il potenziale $V(P')$ sarà così maggiore del potenziale in $V(P)$ $\Rightarrow$ non è possibile



"EFFETTO SCHERMO"

"nell'altro verso"

Es

$Q_{tot} > 0$

$\rho_0 > 0$

$m, q > 0$



$\vec{F} = q\vec{E}$

$\vec{E} = \frac{\rho_0}{3\varepsilon_0} r \vec{r} \qquad r < R$

$\vec{E}(r=0) = 0$ equilibrio instabile

$\vec{F} = \left(\frac{q\rho_0}{3\varepsilon_0}\right) r\vec{r} = -\left(\frac{|q||\rho_0|}{3\varepsilon_0}\right) r\vec{r}$ per $q<0 \quad q = -|q|$

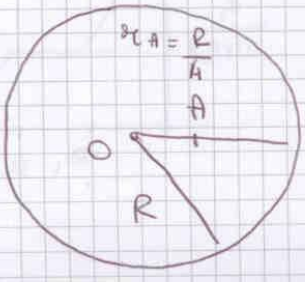
>0

equilibrio stabile

$a = \frac{F}{m} = \frac{q\rho_0 r}{3\varepsilon_0 m}$ moto armonicamente accelerato poiché dipende dalla r $\quad r<R$

Es

$v_A = ? \qquad r_A = \frac{R}{4}$



$U(P) = qV(P)$

$V(r) = \frac{\rho_0}{6\varepsilon_0}(R^2 - r^2) \qquad r \le R$

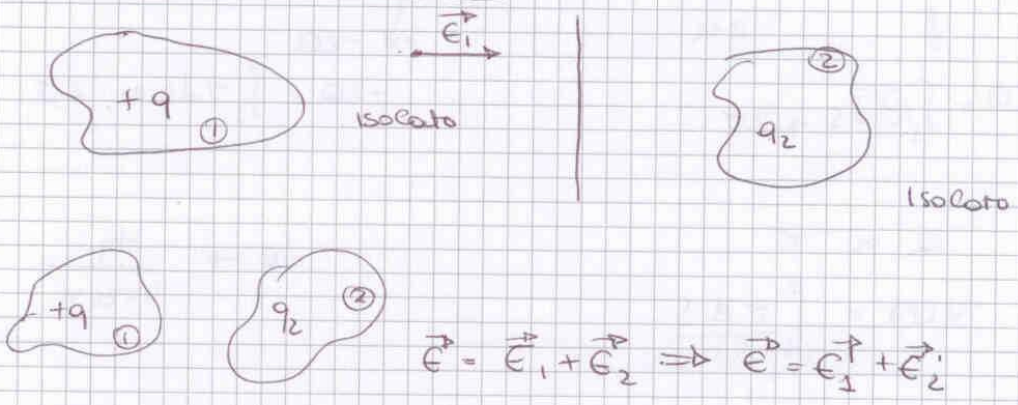
$E_m(0) = E_m(A)$ energia meccanica

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XII Lezione 13/05/11

① stesso esercizio ma con piani con $+\sigma$ e $-\sigma$

INDUZIONE ELETTROSTATICA



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

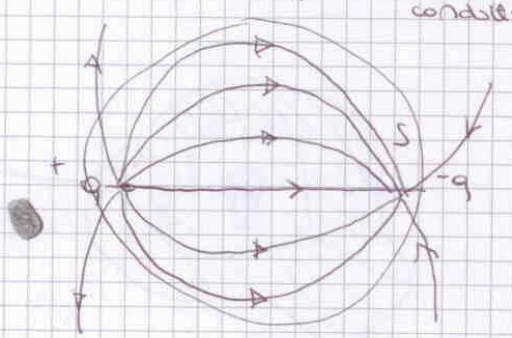
① ee conche si devono ridistribuire

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\vec{F}}{q_0}$$

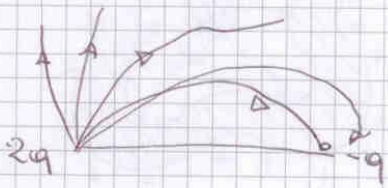
CONDENSATORI: accumulatori di carica

è costituito da una coppia di conduttori tra cui c'è induzione completa

induzione completa: tutte le linee di campo da uno dei due conduttori termina nell'altro



$$\Phi_S = 0 = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_0} = \frac{q-q}{\varepsilon_0}$$

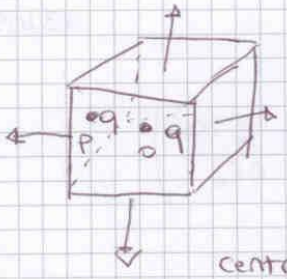


$\Phi \neq 0$

XIII Lezione 16/05/11

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

Es



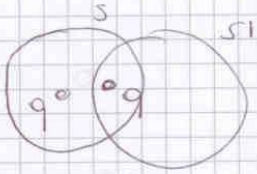
$\Phi(\vec{E})$ attraverso una faccia del cubo

$\frac{q}{\varepsilon_0} = \Phi$

centro $\Rightarrow$ $\forall$ faccia Φ_{faccia} stesso

se ea conico si

- trova ne centro allora attraverso tutte le faccie ie flusso è uguale
- se dovessi spostare ea conico q allora cambia ie flusso ~~non~~ sulle faccie del cubo



$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{q}{\varepsilon_0}$

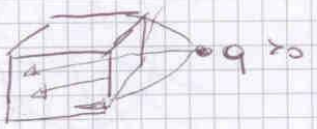
$\Phi_{S'}(\vec{E}) = \frac{q}{\varepsilon_0}$

S qualunque !

$$\frac{q}{\varepsilon} = \Phi \cdot 6\Phi$$

$$\Phi_{faccia} = \frac{q}{6\varepsilon_0}$$

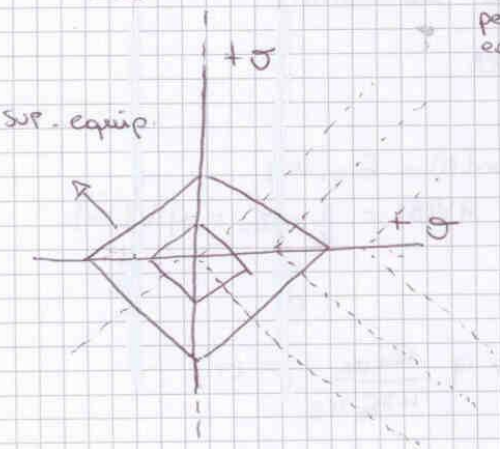
se fosse fuori del cubo



$\Phi_{sup\ cubo} = 0$

$\Phi_{faccia} \neq 0$ non è ea stesso

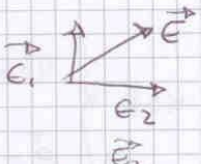
Es

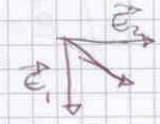


per ogni punto passa una superficie equipotenziali

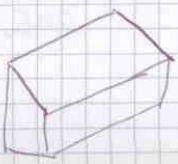
$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ $\perp$ piano

$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$





ie campo è uniforme
$\Rightarrow$ superficie ~~equi~~ equipotenziali
= superfici equispaziate



Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica ELETTROMAGNETISMO XIII lezione
16/05/11

CAPACITÀ (di un condensatore)

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{V_1 - V_2} \qquad V \propto \sigma \propto Q$$

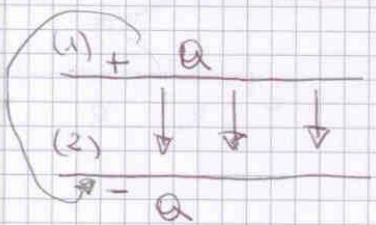
non dipende da: Q, ΔV (dal potenziale di riferimento)
non dipende dalla presenza di altri conduttori

dipende: dalla geometria, dal mezzo (dal materiale isolante che è stato messo tra le armature)

$$[C] = F = \frac{C}{V}$$

pF 10^{-12} F
nF 10^{-9} F
μF 10^{-6} F

CONDENSATORE PIANO



(piani finiti)



PIANI INFINITI

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\sigma = \frac{Q}{S} \qquad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

(!) all'esterno il campo elettrostatico non è uguale a 0
↳ poiché l'integrale su una superficie chiusa è uguale 0 ma tutto che tra le armature E non è nullo all'esterno deve compensare (stesso modulo ma verso opposto)

con $d \ll \sqrt{S}$

trascurando gli effetti di bordo (se la distanza delle armature è molto minore delle dimensioni trasversali)

↳ possiamo prendere questo campo (riferito ai piani inf)

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \qquad \Delta V = V_1 - V_2 = \int_1^2 \vec{E}\, d\vec{l} = E \int_1^2 dl =$$

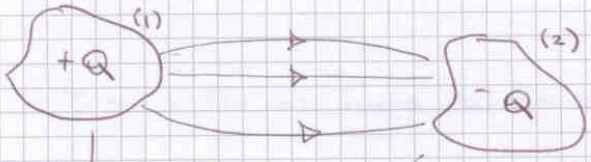
$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d \qquad C = \frac{Q}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0} d} = \varepsilon_0 \frac{\sigma S}{\sigma d} = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

↳ percorso normale

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

CONDENSATORI ED INDUZIONE COMPLETA:

c)



$Q = \int_S \sigma \, dS \rightarrow 2Q$

$-Q = \int_S \sigma_2 \, dS \rightarrow -2Q$

$2Q = \int_S \sigma \, dS \rightarrow 2\sigma$

$-2Q = \int_S \sigma \, ds \rightarrow -2\sigma$

$Q \propto \sigma$

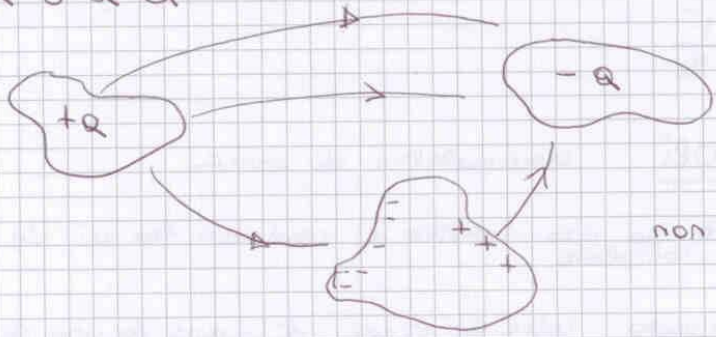
$V(P) = \int_{S=S_1 \cup S_2} \frac{\sigma \, dS}{4\pi\varepsilon_0 r}$

$dV \rightarrow \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$

$Q \propto \sigma$

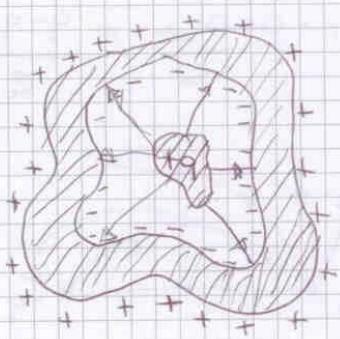
$V \propto \sigma \propto Q$

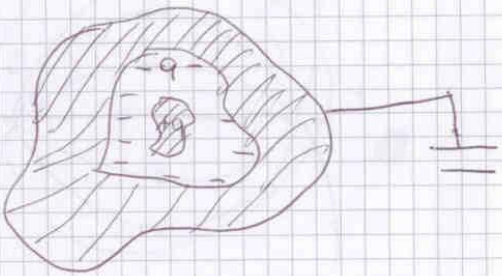
d)



non isolati (stesso q)
non c'è induzione completa

CONDUTTORE CAVO



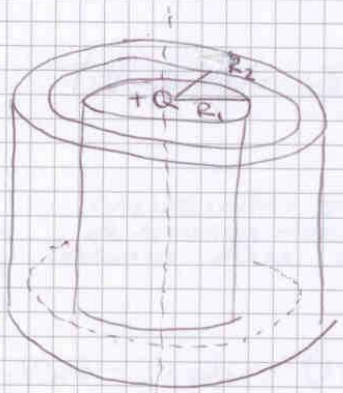


ottimo dal metodo per costruire un condensatore

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica ELETTROMAGNETISMO XIII Lezione 16/05/11

CONDENSATORE CILINDRICO



$R_2 - R_1 = d$

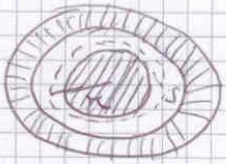
se $d \ll l$

$\Rightarrow$ trascuro bordo

$\vec{E} = (E(x))\,\hat{r}$

GAUSS

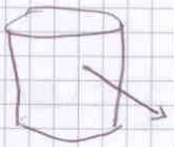
$$\Phi_S(\vec{E}) = E(r)\underbrace{2\pi r l}_{S_M} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$



$$\Rightarrow E(r) = \frac{(Q/l)}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$V_1 - V_2 = \int_1^2 \vec{E}\,d\vec{l} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q/l}{2\pi\varepsilon_0 r}\,dr =$$

$d\vec{l} = \hat{r}\,dr$



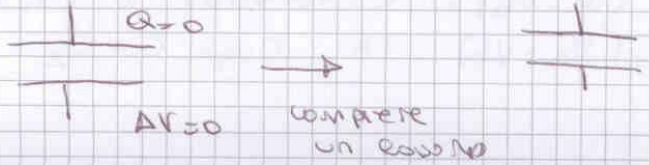
$$= \frac{Q/l}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1} \qquad C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln R_2/R_1}$$

limite

$d \ll R_1 \qquad \ln(1+x) \simeq x \quad |x| \ll 1 \qquad \rightarrow C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{d/R_1} =$

$$= \varepsilon_0\frac{(2\pi R_1 l)}{d}$$

ENERGIA IN UN CONDENSATORE

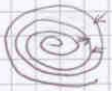


$\Rightarrow \Delta$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

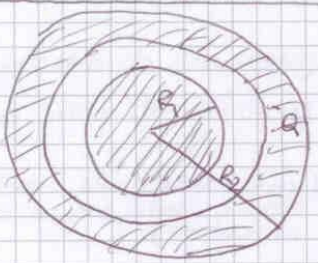
La capacità di un condensatore è direttamente proporzionale alla superficie e inversamente proporzionale alla distanza

Se voglio un condensatore con alta capacità => aumento superficie



SIMBOLO CIRCUITO

CONDENSATORE SFERICO



$$\vec{E} = E(r)\vec{r} \qquad C = \frac{Q}{\Delta V}$$

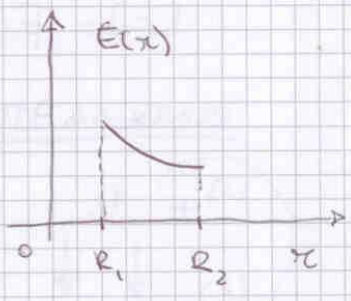
$$\Delta V = V_1 - V_2 = \int_1^2 \vec{E}\, d\vec{l}$$

$$\Phi_S(\vec{E}) = E(r)\, 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\Delta V = V_1 - V_2 = \int_1^2 \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_{R_1}^{R_2} E(r)\, dr =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow$$



$$C = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{1}{\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}}$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

LIMITI

$R_2 - R_1 = d \ll R_1$ $\qquad C \cong \varepsilon_0 \frac{4\pi R_1^2}{d} = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \sim$ piano

$R_1 \cong R_2$

LIMITE

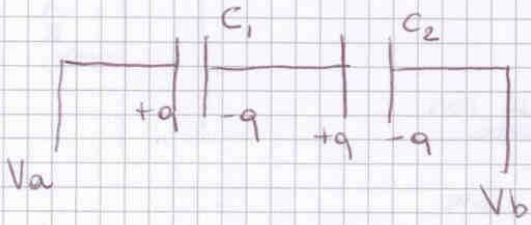
$R_2 \longrightarrow +\infty$ cond. R_1 isolato

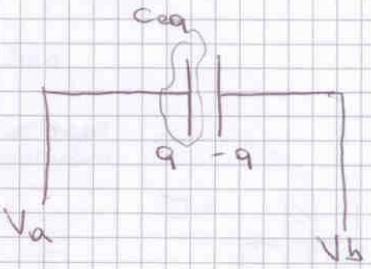
$$C = 4\pi\varepsilon_0 R_1$$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XIII Lezione 16/05/11

SERIE





$$\begin{cases} V_a - V_0 = \frac{q}{C_1} \\ V_0 - V_b = \frac{q}{C_2} \end{cases} \qquad V_a - V_b = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) \qquad \begin{cases} V_a - \frac{q}{C_1} = V_0 \\ V_b + \frac{q}{C_2} = V_0 \end{cases}$$

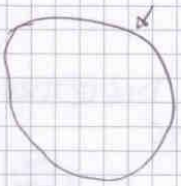
$$\begin{cases} V_a - \frac{q}{C_1} = V_b + \frac{q}{C_2} \end{cases}$$

$$V_a - V_b = \frac{q}{C_{eq}} \qquad V_a - V_b = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \frac{q}{C_{eq}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Es

$E \sim 100/150$ V/m



TEOREMA DI COULOMB

Il campo elettrostatico dell'esterno di un conduttore $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$$\sigma = -E\varepsilon_0 \simeq -100 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \simeq -9 \cdot 10^{-10} \ C/m^2$$

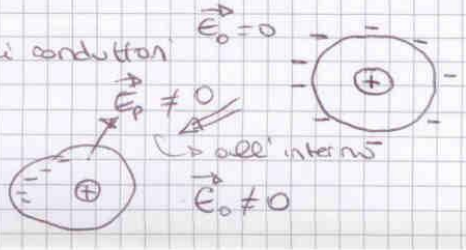
$$Q_{tot} = \sigma 4\pi R_T^2 = -1 \cdot 10^{-9} \cdot 4\pi (6{,}4 \cdot 10^6)^2 \simeq 5 \cdot 10^5 C$$

$= 500$ KC

17/05/11 XIV Lezione

ISOLANTI O DIELETTRICI

- Le cariche non sono libere di muoversi ma sono vincolate
  - → Le cariche possono subire solo piccoli spostamenti PER POLARIZZAZIONE
  - ↳ cioè per effetto dell'induzione nei conduttori



processo di carica in una fase intermedia

(1) $+q$ | $+q+dq$
(2) dq
$-q$ | $-q-dq$

$$dL_{ap} = \int_2^1 \vec{F}_{ap} \cdot d\vec{l} = \int_2^1 (-\vec{F}_e) \cdot d\vec{l} =$$

$$= \int_2^1 (-dq\vec{E})\, d\vec{l} = dq \int_1^2 \vec{E}\, d\vec{l} = dq\,(V_1 - V_2)$$

$$= \boxed{dq\,\frac{q}{C} = \frac{q\,dq}{C}}$$ → (lavoro infinitesimo per incrementare la carica sulle armature)

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2} \quad \Rightarrow \quad V_1 - V_2 = \frac{q}{C}$$

Es ENERGIA COND

(1) | q — V_1 →
(2) | $-q$ — V_2

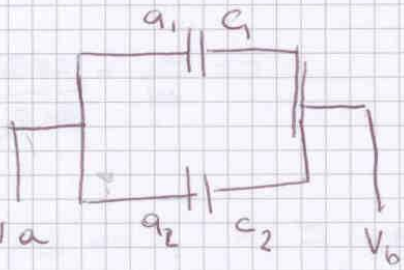
$$dU = dq\,V_1 - dq\,V_2 = dq\,(V_1 - V_2)$$

$$L_{ap} = U = \int_0^Q dL_{ap} = \int_0^Q \frac{q\,dq}{C} = \frac{1}{C}\,\frac{q^2}{2}\Big|_0^Q = \frac{1}{2}\,\frac{Q^2}{C} =$$

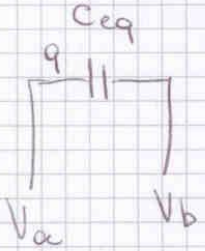
$$= \frac{1}{2}\,C(\Delta V)^2 = \frac{1}{2}\,C(\Delta V)^2 = \frac{1}{2}\,Q\Delta V$$

CONDENSATORE IN SERIE ED IN PARALLELO

PARALLELO



Si trovano allo stesso potenziale C_1 e C_2



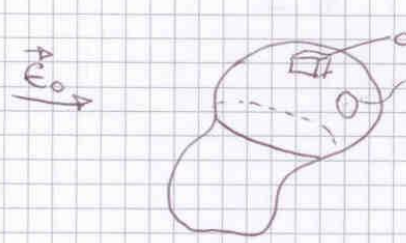
$$q = q_1 + q_2$$

$$q_1 = C_1 (V_A - V_B)$$
$$q_2 = C_2 (V_a - V_b)$$

$$q = C_{eq}(V_a - V_b) = C(V_a - V_b) = C_1(V_a - V_b) + C_2(V_a - V_b) \Rightarrow C_{eq} = C_1 + C_2$$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XIV lezione — 17/05/11



a) $\vec{E}_0 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sigma_p = 0 \\ \rho_p = 0 \end{cases}$ $\vec{E}_0$ $\quad \vec{E}_p = 0$

b) $\vec{E}_0 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} \sigma_p \neq 0 \\ \rho_p \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{E}_p \neq 0$ all'interno dei dielettrici

$\Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p$

~~sopra~~ sovrapposizione (sorgenti esterne Q non perturbate)

Se il mezzo è Lineare Isotropo Omogeneo (si dimostra)

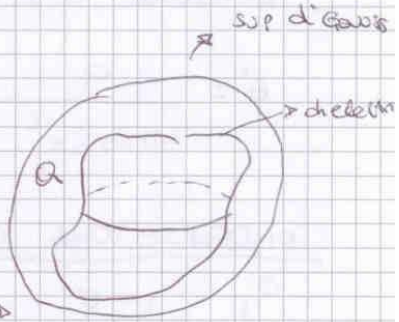
$\vec{E}_p$ (campo elettrostatico di polarizzazione) $= -\chi \vec{E}$ di

χ : ~~suo~~ suscettività elettrica (costante), numero puro $\chi > 0$

$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ → invariato anche nel caso dei dielettrici

$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{tot\,int}}{\varepsilon_0}$

$\oint \varepsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q_{tot\,int} = Q + Q_p$



distinguiamo le cariche libere da quelle polarizzate

(si dimostra)

$Q_p = \oint \varepsilon_0 \vec{E}_p \cdot d\vec{S} = -\oint \varepsilon_0 \chi \vec{E} \cdot d\vec{S}$

↕ L.I.O

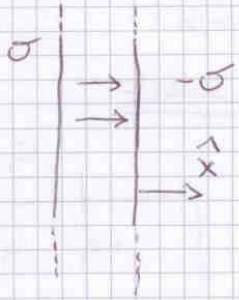
$\vec{E}_p = -\chi \vec{E}$ $\Rightarrow$ □

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

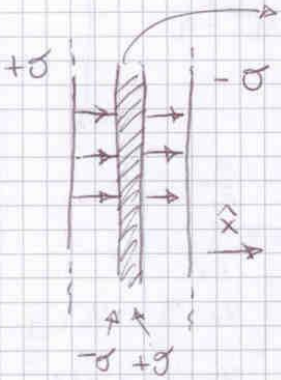
analogia con conduttore

$\vec{E}_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x}$

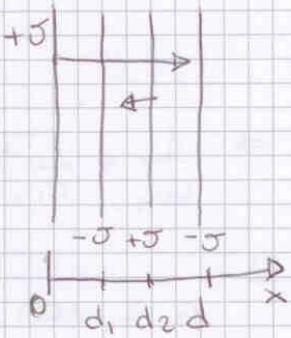
nel vuoto



lastra conduttrice con induzione completa



$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\varepsilon_0} & \text{vuoto} \\ 0 & \text{nel conduttore} \end{cases}$

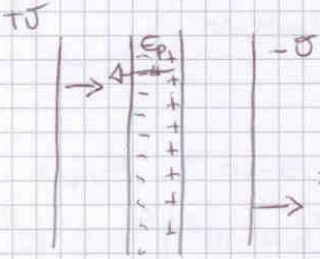


$\vec{E}_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x} \quad 0 < x < d_1$

$\vec{E}_c = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x} \quad d_1 < x < d_2$

$\vec{E} = \begin{cases} \vec{E}_0 & \text{fuori dal cond} \\ \vec{E}_0 + \vec{E}_c & \text{dentro cond} \end{cases}$

DIELETTRICI



$\vec{E}_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x}$

DIELETTRICI che ottiamo

LINEARE ISOTROPO OMOGENEO

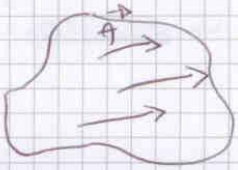
$\vec{A}$ causa $\Rightarrow$ $\vec{B}$ effetto

~~effetto associato~~ al campo esterno è applicato un campo elettrico di polarizzazione interno

ISOTROPO: se $\forall$ direzione $\vec{A} \Rightarrow \vec{B} \parallel \vec{A}$

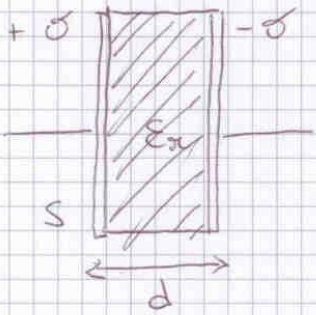
LINEARE: se il vettore effetto $|\vec{B}| = k|\vec{A}|$ $K = cost$

OMOGENEO: $\vec{A}$ costante cambiando punto p stesso B



Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XIV lezione 17/05/11



$$\vec{D} \to \vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}}$$

$$\Delta V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} d$$

$$C = \frac{\sigma S}{\frac{\sigma d}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}} = \varepsilon_r \left(\varepsilon_0 \frac{S}{d}\right) = \varepsilon_r C_0 = C$$

vale per ogni geometria

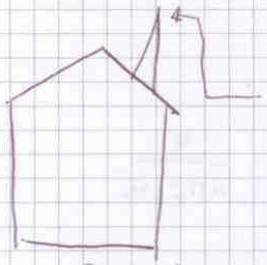
$\varepsilon_r > 1 \Rightarrow C > C_0$

RIGIDITÀ ELETTRICA

La rigidità dielettrica indica quanto il materiale isolante tende a resistere al passaggio movimento di cariche

	V/m	ε_r
aria	$3 \cdot 10^6$	~ 1
ambra	$90 \cdot 10^6$	$\sim 2,7$
teflon	$60 \cdot 10^6$	$\sim 2,1$
vetro	$90 \cdot 10^6$	$\sim 4-7$

(V/m)



$\sigma R = \text{cost}$

σ grande $\to$ $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \hat{n}$

TEOREMA DI COULOMB

rompere
Es SUPERFICIE SFERICA → perdo rigidità dell'aria



dielettrico L.I.O ε_r

$\vec{E}, V$?

SIMMETRIA $\Rightarrow$ linee di $\vec{E}$ radiali

$\vec{E} = E(r)\hat{r}$

$\Rightarrow$

$$\oint \varepsilon_0 \vec{E}\cdot d\vec{S} = Q - \oint_S \varepsilon_0 \chi \vec{E}\, d\vec{S} \qquad \forall S$$

$$\oint_S \varepsilon_0 (1+\chi)\vec{E}\cdot d\vec{S} = Q$$

ε_r

$$\varepsilon_r = 1+\chi > 1$$

$$\varepsilon_0 \varepsilon_r = \varepsilon$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0(1+\chi)\vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$ vettore spostamento elettrico

(L.I.O)

$$\boxed{\oint \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q}$$ (Gauss nei dielettrici)

Con Q ed una certa simmetria $\Rightarrow \vec{D}$ con Gauss $\Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon}$

assegnata Q

A) nel vuoto

$$Q = \oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} \Rightarrow \vec{E}_0 = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0}$$

nel dielettrico

B) $Q = \oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} \Rightarrow$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r} < \vec{E}_0}$$

$\varepsilon_r > 1$ perché è predetto!

dielettrico L.I.O riempe tutto lo spazio

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}\hat{r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}\hat{r}$$

CONDENSATORE CON DIELETTRICO



$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad \Delta V_0 = E_0 d = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d$$

$$Q = \sigma S \qquad C_0 = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma S}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0} d} = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \Rightarrow$$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

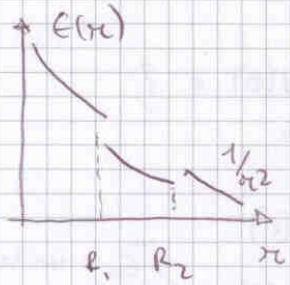
Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XIV lezione 17/05/11

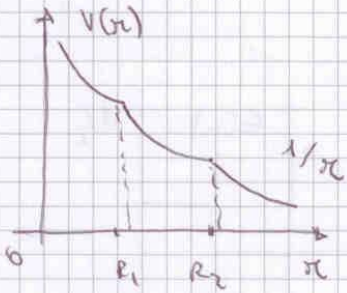
$0 < x < R_1$

$$V(x) = \left(\int_x^{R_1} + \int_{R_1}^{R_2} + \int_{R_2}^{\infty} \right) E(x')dx' =$$

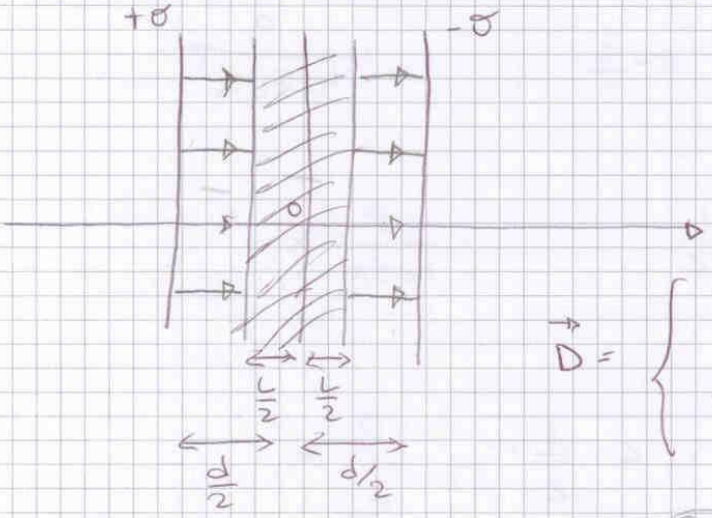
$$\Rightarrow E(x')dx' = \int_x^{R_1} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2} dx + \int_{R_1}^{\infty} E(x)dx = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R_1}\right) +$$

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\varepsilon_r R_1} + \frac{1}{R_2}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right)\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{x} + \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right)\right]$$





Es.



DIELETTRICO LINEARE OMOGENEO ISOTROPO

$\vec{D} \parallel \hat{x}$

$\vec{E} \parallel \hat{x}$

$$\vec{D} = \begin{cases} \sigma, & |x| < d/2 \\ 0, & |x| > d/2 \end{cases}$$

$$E = \frac{D}{\varepsilon} = \begin{cases} |x| < L/2, & \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \\ \frac{L}{2} < |x| < \frac{d}{2}, & \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \\ 0 & 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \Rightarrow$ linee di $\vec{D}$ radiali $\quad \vec{D} = D(r)\hat{r}$

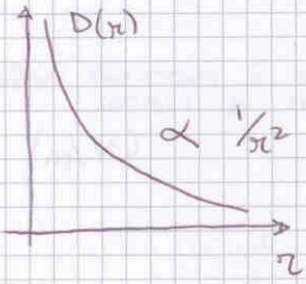
$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q = q$$

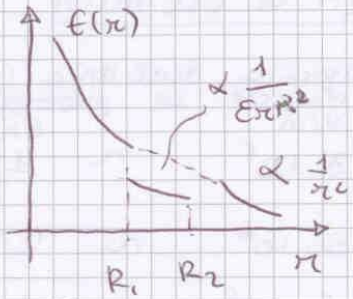
Gauss $\qquad \Phi = D(r)\, 4\pi r^2$

$$D(r) = \frac{q}{4\pi r^2} \quad \forall r$$

$$\underline{E(r)} = \frac{D(r)}{\varepsilon} = \begin{cases} \frac{D(r)}{\varepsilon_0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & r < R_1 \quad r > R_2 \\ \frac{D(r)}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_r r^2} & R_1 < r < R_2 \end{cases}$$

L.I.O





$$V(P) - V(\infty) = \int_P^\infty \vec{E}\, d\vec{l} = \int_r^\infty E(x)\, dx$$

$$d\vec{l} = \hat{r}\, dx$$
$$\vec{E} = E(r)\hat{r}$$

$r > R_2$: $\quad V(r) = \int_r^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2} dx = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

~~$r < R_1$~~ $\quad R_1 < r < R_2$: $\quad V(r) = \left(\int_r^{R_2} + \int_{R_2}^\infty \right) E(x')dx' =$

$$= \int_r^{R_2} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r x^2} dx + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\varepsilon_r r} + \frac{1}{R_2}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right)\right) \quad = \Delta$$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XV lezione

ESERCITAZIONE — 28/05/11

Es ① Data una sfera uniformemente carica ρ uniforme O_1, R_1

O_2, R_2

$\overline{O_1O_2} = x_0$

$\vec{E}_{cavità} = ?$

$\rho > 0$



cavità sferica vuota $\rho_c = 0$

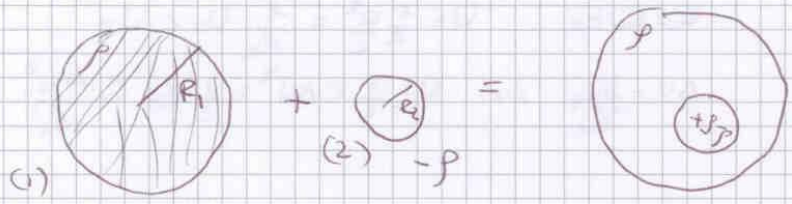
• se ci fosse stato omocentrico

⇓

Bawole

↳ $\vec{E}_{CAVITÀ} = 0$

→ uso il principio di sovrapposizione una sfera senza cavità



$\vec{E}_{cavità} = \vec{E}_{(1)} + \vec{E}_{(2)}$

$F_2(P) = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{x}_2, \quad \vec{x}_2 = \overrightarrow{O_2P}$



$\vec{E}_1(P) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \underbrace{x_1 \hat{x}_1}_{\vec{x}_1} \Rightarrow \vec{x}_1 = \overrightarrow{O_1P}$

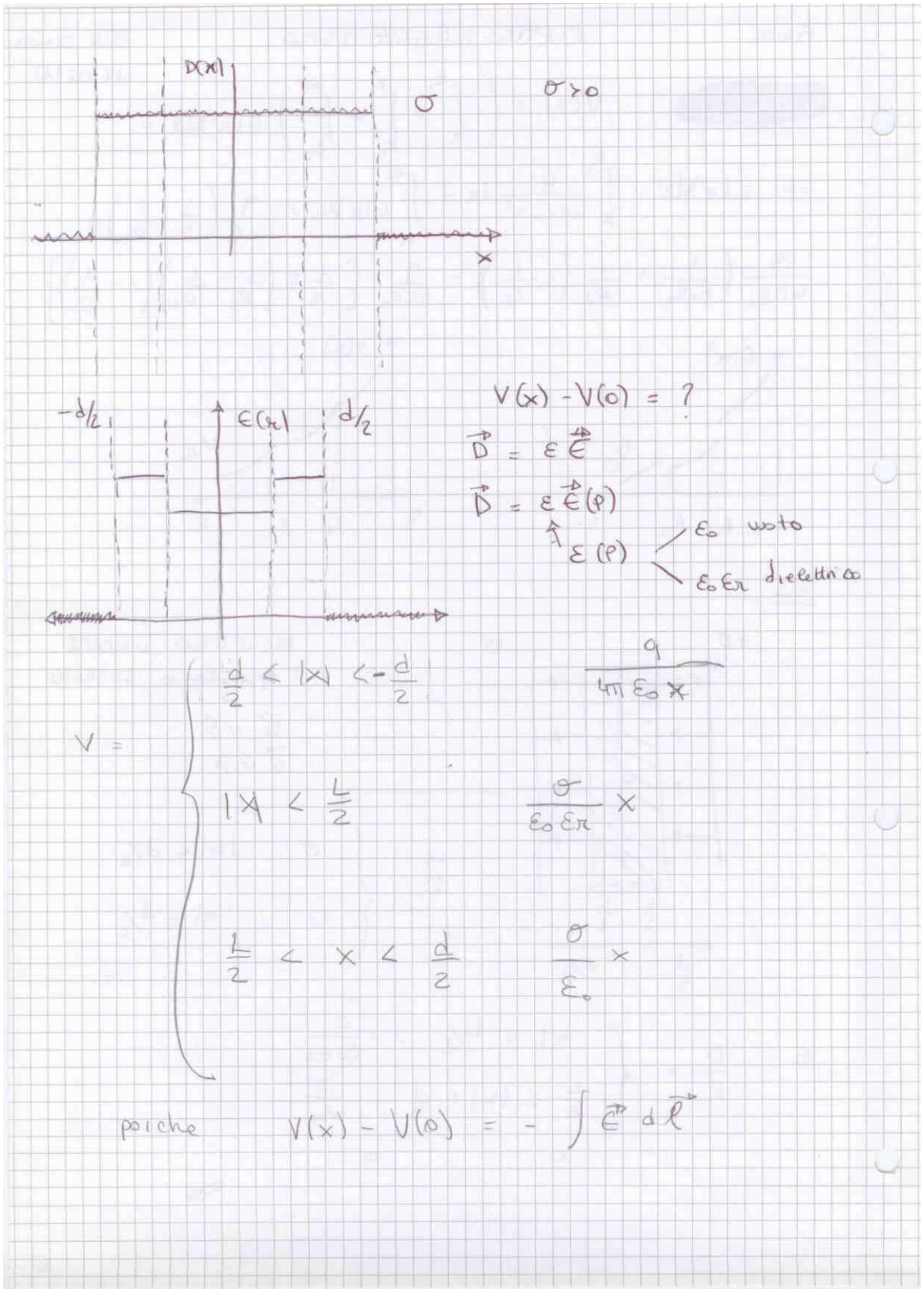
$\vec{E}(P) = \vec{E}_1(P) + \vec{E}_2(P) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)$

$\vec{E}(P) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{x}_0$

$\boxed{\vec{E}_{CAVITÀ} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{x}_0}$



Se $O_1 = O_2$, $\vec{x}_0 = 0 \Rightarrow \vec{E}_{CAVITÀ} = 0$


D(x)
σ
σ > 0
x
-d/2
E(x)
d/2
V(x) - V(0) = ?
$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$
$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}(P)$
$\varepsilon(P)$
ε_0 vuoto
$\varepsilon_0 \varepsilon_r$ dielettrico
$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x}$
$V =$
$\frac{d}{2} < |x| < -\frac{d}{2}$
$|x| < \frac{L}{2}$
$\frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} x$
$\frac{L}{2} < x < \frac{d}{2}$
$\frac{\sigma}{\varepsilon_0} x$
poiché $V(x) - V(0) = -\int \vec{E}\, d\vec{\ell}$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XV Lezione 28/05/11

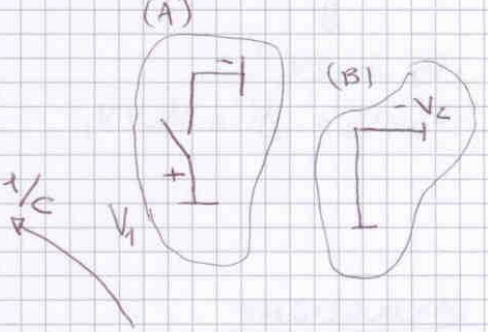
$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = 0$$

$$= \int_A^C \vec{E}\,d\vec{\ell} + \cancel{\oint} + \int_C^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell} + \int_B^A \vec{E}\,d\vec{\ell}$$

$$-V_3' + V_2' + V_1' = 0$$

$V_1 + V_2 + V_3 \neq 0$ perché? bisognerebbe considerare d.d.p. ai capi dei conduttori → equilibrio elettrostatico

$$C = \frac{Q_1'}{V_1'} = \frac{Q_2'}{V_2'} = \frac{Q_3'}{V_3'}$$



punto B $\cdot\ V_1 - V_2 = V_1' - V_2'$

punto A

$$-Q_1 + Q_3 = -Q_1' + Q_3' \qquad +Q_1 - Q_2 = Q_2' - Q_2'$$

$$\cdot\ V_1' + V_3' = V_1 + V_3$$

punto C $-V_3 + V_2 = -V_3' + V_2'$ ma è dipendente perché si ricava dall'altra

$$\begin{cases} V_1' - V_2' + 0 = V_1 - V_2 \\ -V_1' + 0 + V_3' = -V_1 + V_3 \\ V_1' + V_2' + V_3' = 0 \end{cases}$$

con Kramer

$$V_1' = \frac{\begin{vmatrix} V_1 - V_2 & -1 & 0 \\ -V_1 + V_3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}} =$$

OSSERVAZIONE:

$\Delta V_2' = \cancel{V_{(2)+}} \quad V_{(2)+} - V_{(2)-}$

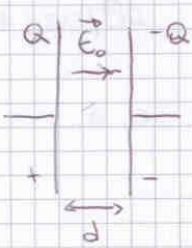
$$= \frac{V_2 + V_3 - 2V_1}{3} = -40\,V$$

$V_2' = -10\ V$

$V_3' = 50\ V$

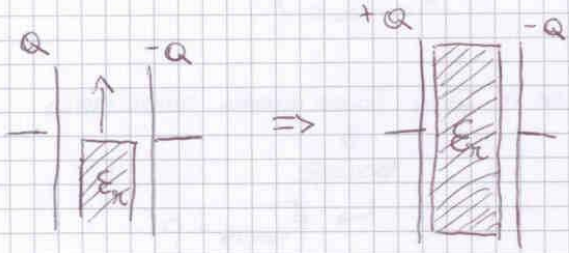
Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

OSSERVAZIONE:



nel vuoto $C_0 = \frac{Q}{\Delta V_0} = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$ $\quad \Delta V = E_0 d$

$U_0 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_0} = \frac{1}{2} C_0 \Delta V_0^2$

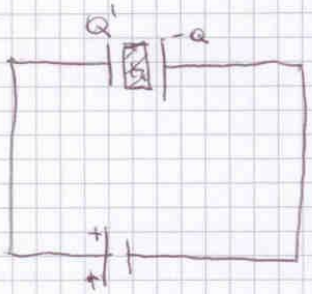


DIELETTRICO

$\varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_r}$ $\quad \varepsilon_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q/S}{\varepsilon_0}$

$C = C_0 \varepsilon_r$ $\quad U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{\varepsilon_r} U_0 < U_0$

$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{\varepsilon_r} \Rightarrow U = \frac{1}{2} C \Delta V^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_r C_0 \frac{\Delta V_0^2}{\varepsilon_r^2} = \frac{1}{\varepsilon_r} U_0$



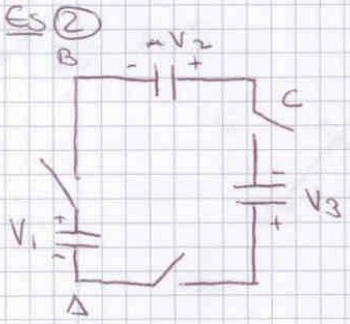
$C = \varepsilon_r C_0$

$U = \frac{1}{2} C \Delta V_0^2 = \varepsilon_r U_0 > U_0$

$\Delta V_0 \rightarrow \varepsilon = \frac{\Delta V_0}{d} = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{Q'}{S \varepsilon_0 \varepsilon_r} = \varepsilon_0$

$\Rightarrow \frac{Q'}{\varepsilon_r} = Q \Rightarrow Q' = 3 \times Q$

ES ②



cond = ideale : C

$V_1 = 30V$

$V_2 = 60V$

$V_3 = 120V$

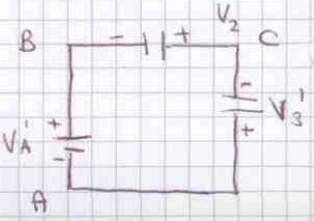
A) CHIUSURA INTERRUTTORE

B) TRANSITORIO

C) NUOVO EQ. ELETTROSTATICO

$V_1' = ? \quad V_2' = ? \quad V_3' = ?$

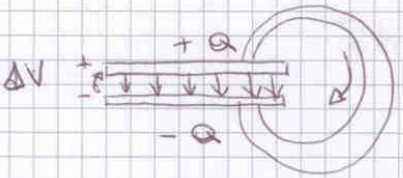
$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{e} = 0$



Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

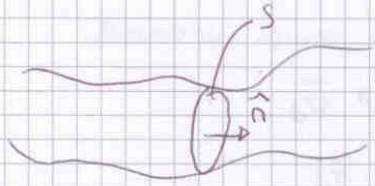
Fisica ELETTROMAGNETISMO XVI lezione 19/05/11

CONDUZIONE ELETTRICA: si ha se si ha moto ordinato di cariche ordinato (moto di cariche)



$\Rightarrow$ la condizione di equilibrio per cui la dd.P si uguale a 0

$\rightarrow$ nella fase transitoria le cariche si muovono



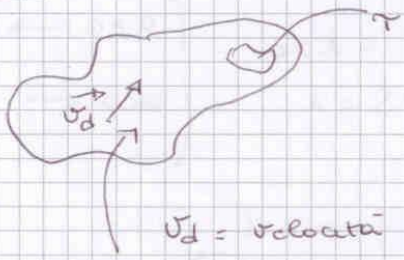
Δt, ΔQ

Si $i_m = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ intensità della corrente media

$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} \gtrless 0$$

$$[i] = A = \frac{C}{S}$$

Es



$\rho = qn$, ρ densità di carica di volume

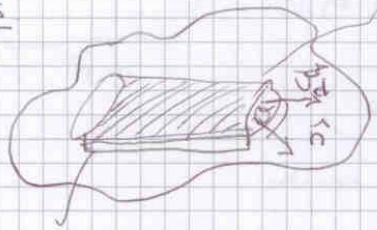
$q = -e$

n densità di volume (numero di particelle per unità di volume)

v_d = velocità di deriva

$\vec{E} \neq 0 \Rightarrow$ moto di cariche $\Rightarrow$ $n(\vec{x}, t)$ $\vec{v}_d(\vec{x}, t)$

Es



$dl = v_d dt$

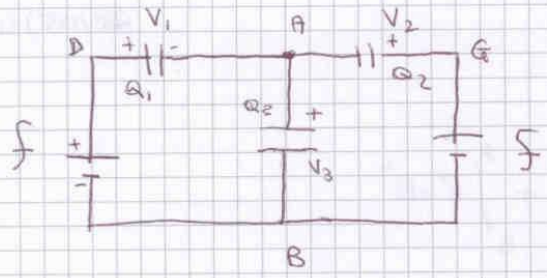
$d\vec{l} = \vec{v}_d dt$

$d\tau = v_d dt \cdot dS \cos\theta$

dt

volume

Es ③



$f = 90\ V$ equilibrio

$V_A - V_B = ?$

$V_G - V_D = f \Rightarrow V_G = f + V_D$

$V_D - V_B = f \Rightarrow V_D = f + V_B$

$\Big\} V_G = V_D$

A viene detto nodo

$V_G - V_A = V_D - V_A \rightarrow$

$V_2 = V_1$

$\Downarrow$

$V_3 = 2V_1$

$V_D - V_B = f = V_3 + V_1$

$-Q_1 - Q_2 + Q_3 = 0$

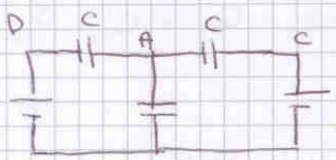
$-V_1 - V_2 + V_3 = 0$

$\hookrightarrow V_3 = V_1 + V_2$

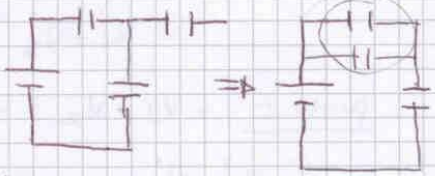
essendo $C = \frac{Q}{V}$ $\leftarrow Q = CV$

$$\begin{cases} V_3 = 2V_1 \\ V_3 + V_1 = f \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = \frac{V_3}{2} \\ \frac{3V_3}{2} = f \end{cases} \Rightarrow V_3 = 60$$

OSSERVAZIONE:



è equivalente a $\Rightarrow$





Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XVI lezione — 19/05/11

$$\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = -\frac{dQ_{i(interna)}}{dt}$$

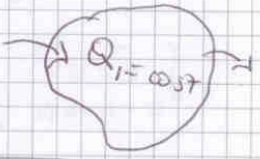
dQ_i = variazione della carica interna

$dQ_{esterna} = -dQ_i$

CORRENTI STAZIONARIE

→ le grandezze elettriche non dipendono dal tempo moto tale che $Q_i \ \forall i \in (S)$ è costante

$$\frac{dQ_i}{dt} = 0 \iff \oint_{S(\Gamma)} \vec{J}\cdot d\vec{S} = 0 \ \forall S$$



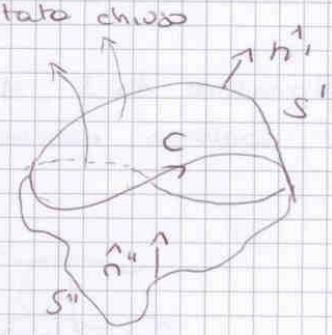
$\vec{J}$ è solenoidale (campo) $\forall S$ chiusa, $\Phi_S(\vec{J}) = 0$

(!) $\vec{J}$ campo solenoidale $\forall S$ chiusa, $\Phi_S(\vec{J}) = 0 \iff$ linee chiuse

CAMPI SOLENOIDALI

$\vec{K}$ solenoidale, C linea orientata chiusa

S, aperto di contorno C



$S = S' \cup S''$ S chiusa, $\hat{n}$

$$\Phi_S(\vec{K}) = \oint \vec{K}\cdot\hat{n}\,dS = \int_{S'} \vec{K}\cdot d\vec{S}$$

$$= \int_{S'} \vec{K}\cdot\hat{n}'\,dS + \int_{S''} \vec{K}\cdot(-\hat{n}'')\,dS =$$

$$= \Phi_{S'}(\vec{K}) - \Phi_{S''}(\vec{K}) = 0 \qquad \Phi_{S'}(\vec{K}) = \Phi_{S''}(\vec{K})$$

S', S'' superfici aperte che hanno in comune C

(!) Φ dipende solo dal contorno e non dalla superficie

⇓

K solenoidale ⇒ Flusso S aperto di C dipendente da C ⇒ □

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

$dQ = nq\,d\tau = nq\,v_d\,dt\,dS\cos\theta$

$di = \frac{dQ}{dt} = \frac{nq\,v_d\,dt\,dS\cos\theta}{dt}$

$(d\vec{S}) =$

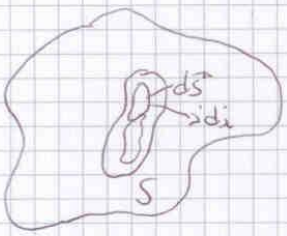
$nq\,\vec{v}_d \cdot \hat{n}\,dS = (nq\vec{v}_d)\,d\vec{S}$

$\vec{J} = nq\vec{v}_d$ (densità di corrente)

$di = \vec{J}\cdot d\vec{S}$ $\quad \vec{v}_d$, $\vec{J}$ sono campi vettoriali

$\vec{J}_d \parallel \vec{J}$ $\quad \begin{cases} q>0 & \vec{J} \nearrow\nearrow \vec{v}_d \\ q<0 & \vec{J} \nearrow\swarrow \vec{J}_d \end{cases}$

$S: \boxed{i = \int_S di = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{S}}$ flusso di $\vec{J}$ attraverso $\vec{S}$





$i>0$

$\vec{J}\cdot\vec{S} = i > 0$

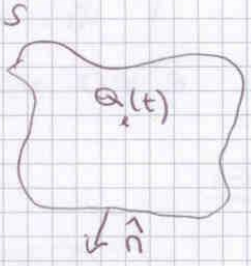
$\vec{J}\cdot\hat{n}\cdot S = i$

$\begin{cases} q>0 \rightarrow \vec{v}_d \\ q<0 \leftarrow \vec{J}_d \end{cases}$

EQ. DI CONTINUITÀ

S, chiusa, $S(\tau)$

$Q_i(t) = \int_\tau \rho(t)\,d\tau = \int_\tau \rho(\vec{r},t)\,d\tau$



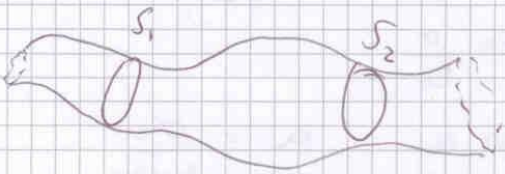
$i = \oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = \frac{dQ_{uscente}}{dt}$

↓ conservazione delle cariche

$dt \rightarrow dQ_i = -dQ_{uscente}$

$$\boxed{\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = -\frac{dQ_i}{dt}}$$

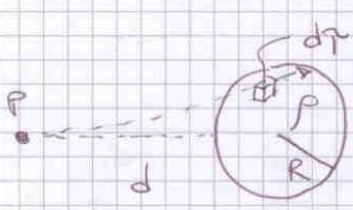
Fisica ELETTROMAGNETISMO XVII lezione
19/05/11



in condizioni stazionarie
$\Rightarrow i_1 = i_2 \quad \forall S_1, S_2$
(i può variare col tempo)

CORRENTE CONTINUA
i indipendente da t (I)

Es.



$\vec{F}$ su sfera)

$$\vec{E}_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\vec{F}_{\text{su sfera}} = -\vec{F}_{\text{su } q}$$

$$d\vec{F} = dq \cdot \vec{E}_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}\,\rho\,d\tau$$

$$\vec{F}_{\text{su sfera}} = \int_{\text{sfera}} d\vec{F} = \frac{q\rho}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{1}{r^2}\hat{r}\,d\tau$$

$$\vec{F}_{\text{su } q} = q\,\vec{E}_{\text{sfera}}(P) = q$$

$$\vec{E}_{\text{sfera}} = \frac{\rho\,\frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$$

⇒

flusso di $\vec{K}$ (solo) concatenato a C $\quad \Phi = \int_{S(C)} \vec{K} \hat{n} dS$

C = linea orientata chiusa

indipendente dalla particolare scelta di S avente C

CAMPO CONSERVATIVO

$\forall L \quad \oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0$

$\Downarrow$

$\int_{L: A \to B} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

dipende solo da A, B indipendenti L

CAMPO SOLENOIDALE

$\oint_S \vec{K} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \forall S$

$\Downarrow$

$\int_{S(C)} \vec{K} \cdot d\vec{S}$

dipende da C indipendente da S

(C: contorno orientato)

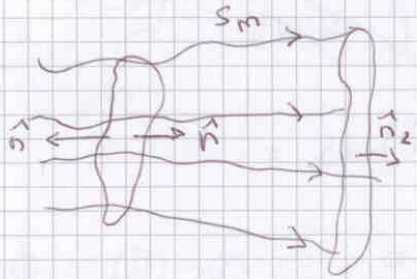
Staz $\Rightarrow$ $\vec{J}$ è solenoidale $\quad \oint_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS = 0$

flusso $\vec{J}$ concatenato a C

corrente concatenata a C $\quad i = \int_{S(C)} \vec{J} \hat{n} dS =$

indipendente da S, dipendente solo da C

C: contorno orientato di S



tubo di flusso $\quad \oint_S \vec{J} \hat{n} dS = 0$

$\oint_S \vec{J} \hat{n} dS = 0 \quad \int_{S_1} \vec{J}(-\hat{n}_1) dS + \int_{S_2} \vec{J} \cdot \hat{n}_2 dS + \Phi_m \Rightarrow$

$\int_{S_1} \vec{J} \cdot \hat{n} dS = \int_{S_2} \vec{J} \cdot n_2 dS$

$\Rightarrow$

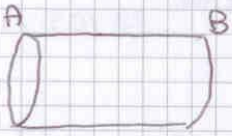
Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica ELETTROMAGNETISMO XVII lezione 20/05/11

GENERATORE REALE : f, r
GENERATORE IDEALE : $f\ (r=0)$



EFFETTO JOULE



$$i = \frac{dq}{dt}$$

dt $\quad \Delta V = V_A - V_B$

dq $\quad dL = dq\,(V_A - V_B) = (V_A - V_B)\, i\, dt \Rightarrow \frac{dL}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{dL}{dt} = (V_A - V_B)\, i = \boxed{\Delta V \cdot i = P}$$ EFFETTO JOULE

a) OHMICO (obbedisce alla legge di OHM)

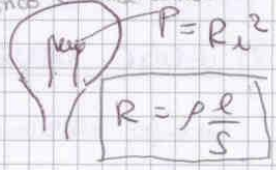
$$P = Ri^2 = \frac{\Delta V^2}{R} > 0$$

$$\Delta V = Ri$$

$\frac{\Delta V^2}{R}$ per i materiali normali $\neq 0$

} la potenza dissipata calore EFFETTO JOULE

si applica solo quando il campo elettrico è conservativo



Superconduttori : $R = 0$ correnti continue

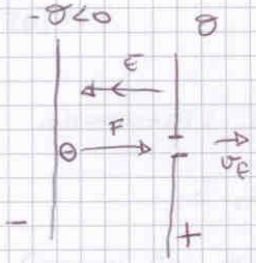
b) (NON SEGUE LA LEGGE DI OHM)

$P = \Delta V \cdot i \qquad \vec{E}_{nc} \neq 0$

$$(V_A - V_B) + \int_A^B \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{l} = Ri$$

$$(V_A - V_B) = Ri - \int_A^B \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{l}$$

Es :



$q = -e \qquad \vec{F} = q\vec{E} = -e\vec{E}$

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$F = \frac{\Theta e}{\varepsilon_0} = m a \qquad a = \frac{\sigma e}{\varepsilon_0 m}$

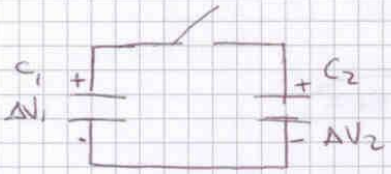
$\Delta E_c = -qV = -\Delta U = -e(-e)\frac{\sigma d}{\varepsilon_0} - \frac{e\sigma d}{\varepsilon_0} > 0$

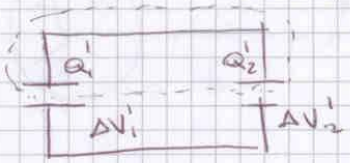
$\frac{1}{2} m v_f^2 - 0 = \frac{e\sigma d}{\varepsilon_0}$

$v_f = \sqrt{\frac{2e\sigma d}{\varepsilon_0 m}} = 1{,}3 \cdot 10^7 \text{ m/s} \qquad \Delta V = 10^3 \text{ V}$

$e\Delta V = 10^3 e V = 10^3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

XVII Lezione
20/05/11





$\begin{cases} \Delta V_1 = \Delta V \\ \Delta V_2 = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{matrix} Q_1 = C_1 \Delta V \\ Q_2 = 0 \end{matrix}$

$\Delta V_1' = \Delta V_2' = \Delta V'$

$Q_1' + Q_2' = Q_1 \rightarrow$

$\rightarrow C_1 \Delta V' + C_2 \Delta V' = C_1 \Delta V$

$\Delta V' = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \Delta V \qquad \Delta V'(C_1 + C_2) = C_1 \Delta V \Rightarrow \Delta V' = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \Delta V$

$Q_1' = C_1 \Delta V' = \frac{C^2}{C_1 + C_2} \Delta V$

$Q_2' = C_2 \Delta V' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \Delta V$

Energia?

$E_i ? \qquad E_f = ?$

$E_i = \frac{1}{2} C \Delta V^2 \qquad C = C_1 = C_2 \Rightarrow \Delta V' = \frac{1}{2}\Delta V$

$E_f = \frac{1}{2} C \Delta V^2 + \frac{1}{2} C \Delta V_2^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} C \Delta V^2 = C\left(\frac{\Delta V}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} C \Delta V^2\right) = \frac{1}{2} E_i$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica ELETTROMAGNETISMO XVII lezione
20/05/11

⇒ caso particolare $\mathcal{E}_{nc} = 0$

$V_A - V_B = \Delta V = R_{eq} \cdot i$

$\begin{cases} V_A > V_B & i > 0 \\ V_B > V_A & i < 0 \end{cases}$

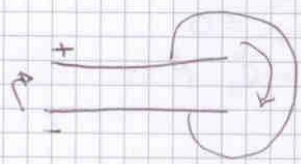
Resistenza $[R] = \Omega$
Corrente $[A] = \frac{C}{s}$
potenziale $[V] = \frac{Nm}{C} = \frac{J}{C}$

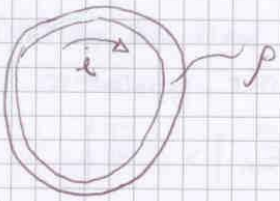
$$\Omega = \frac{V}{A} = \frac{J}{C} \cdot \frac{s}{C} = \frac{Js}{C^2}$$

Un oggetto che obbedisce alla legge di OHM è detto resistore

GENERAZIONE

GENERATORI DI FORZA ELETTROMOTRICE





per mantere in moto delle cariche devo avere un percorso chiuso

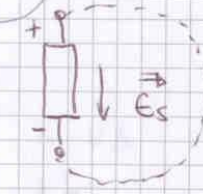
devo inoltre fornire energia in quanto quest'ultima viene dissipata

$$\oint \vec{F}_{es} \cdot d\vec{\ell} = \oint q\vec{\mathcal{E}}_s \cdot d\vec{\ell} = q \oint \vec{\mathcal{E}}_s \, d\vec{\ell} = 0$$

↳ ie lavoro: non può essere compiuto da $\vec{\mathcal{E}}$

$\frac{1}{T} f$

all'interno $\vec{\mathcal{E}}_m$ → campo elettromotore non conservativo



→ generatore a morsetti aperti
→ all'equilibrio ho una separazione di cariche

dentro: $\vec{\mathcal{E}}_{tot} = \vec{\mathcal{E}}_m + \vec{\mathcal{E}}_s = 0 \Rightarrow \vec{\mathcal{E}}_s = -\vec{\mathcal{E}}_m$

fuori: $\vec{\mathcal{E}}_{tot} = \vec{\mathcal{E}}_s \neq 0$

$$\oint_C \vec{\mathcal{E}}_{tot} \cdot d\vec{\ell} = f \quad \text{(forza elettromotrice per definizione)}$$

$f \Leftrightarrow$ percorso chiuso

⇒

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

$P = \Delta V \cdot i = R \cdot i^2 - i \int \epsilon_{nc} \cdot d\vec{\ell}$

$\vec{\epsilon}_{nc} \nearrow d\vec{\ell}_{A\to B} \Rightarrow \left(-i \int \vec{\epsilon}_m d\vec{\ell}\right) > 0$ ($V_A < V_B$)

$\vec{\epsilon}_{nc} \nearrow d\vec{\ell}$

$\hookrightarrow P + i \underbrace{\int \vec{\epsilon}_{nc} \cdot d\vec{\ell}}_{>0} = R i^2$

XVIII Lezione 23/05/11

RETI ELETTRICHE: insieme di dipoli opportunamente ordinati

↳ ~~LA STA~~ STUDIATO NEL CASO STAZIONARIO

- **NODI**: punti in cui confluiscono tre o più dipoli
- **RAMI**: segmenti (qualsiasi) tra due bipoli (tutto ciò che trovo tra due nodi è un ramo)
- **MAGLIA**: percorso chiuso ⇒ LINEARMENTE INDIPENDENTI

LEGGI DI KIRCHHOFF

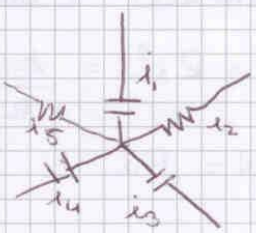
① LEGGE DEI NODI

regime stazionario ⇒ $\vec{J}$ solenoidale

correnti ⇒ quantità algebriche

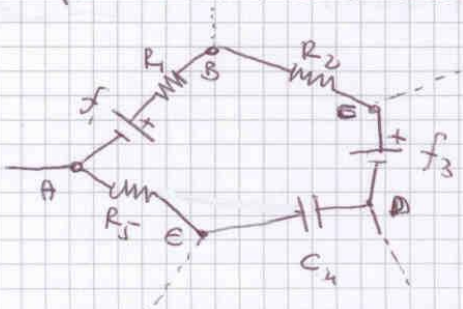
$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0$

$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_5 = 0$ (poiché è solenoidale)



② LEGGE DELLE MAGLIE

Campo elettromotore (solo dell'interno del generatore)



$\oint_\epsilon \vec{\epsilon}_s \cdot d\vec{\ell} = 0 = (V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_E) + (V_E - V_A) = \sum_{k=1}^{N} \Delta V_k = 0$

ie campo elettrostatico è conservativo

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XVII lezione — 20/05/11

Viene dissipata energia ⇒ sotto forma di calore

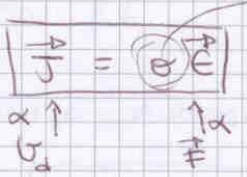
(!) se non ci fosse un minimo di resistenza non si raggiungerebbe mai l'equilibrio → tende ad oscillare



$\vec{E} = 0 \iff$ cariche ferme

$\vec{J} \neq 0 \iff \vec{E} \neq 0$

dimostrazione:



$\vec{J} = nq\vec{v}_d$

$\vec{F} = q\vec{E}$ ← $\vec{E}$ elettrico qualunque

$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}_d}{dt}$

gli urti delle particelle in movimento contro le reticolo

↳ $F_a = q\vec{E} - b\vec{v}_d$

con l'attrito viscoso si raggiunge una condizione di regime

$q\vec{E} - b\vec{v}_d = m\frac{d\vec{v}_d}{dt} = 0$

$q\vec{E} = b\vec{v}_d \Rightarrow \vec{v}_d = \frac{q}{b}\vec{E}$

$\vec{J} = nq\vec{v}_d = \frac{nq^2}{b}\vec{E}$

$\vec{J} = \sigma\vec{E} \qquad \sigma = \frac{nq^2}{b}$

$\begin{cases} b>0 \\ n>0 \\ q^2>0 \end{cases} \sigma > 0$

$\vec{J} = \sigma\vec{E} \qquad \vec{J} \parallel \vec{E}$

LEGGE DI OHM LOCALE

$\vec{E} = \frac{1}{\sigma}\vec{J} = \rho\vec{J}$ $\quad \rho$: resistività elettrico $\quad \rho = \frac{1}{\sigma}$

Ma per la conducibilità e la resistività useremo sempre L.I.O

→ σ, ρ costanti, uniformi, indipendenti da $|\vec{E}|$, direzione e del punto considerato

materiale	resistività (ρ) Ωm
Argento	$1,6 \cdot 10^{-8}$
Rame	$1,75 \cdot 10^{-8}$
Ferro	$1,5 \cdot 10^{-7}$
Acqua distillata	$1,8 \cdot 10^{5}$

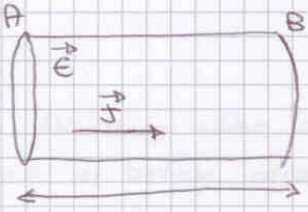
ad una temperatura di 20°C

Resistività → legata al punto

Resistore → legato al blocco

① se aumentiamo la temperatura aumenta la resistività (e geometrie del materiale)

LEGGE FORMA DI OHM (GENERALIZZATA) & LEGGE



$\vec{E} = \rho\vec{J}$

$\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \int_A^B \rho\vec{J}\,d\vec{\ell}$

campo elettrico qualunque → $\vec{E} = \vec{E}_S + \vec{E}_{nc}$

$\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \int_A^B (\vec{E}_S + \vec{E}_{nc})\,d\vec{\ell} = \int_A^B E_S\,d\vec{\ell} + \int_A^B \vec{E}_{nc}\cdot d\vec{\ell} =$ elettrostatico, non conservativo

$= (V_A - V_B) + \int_A^B \vec{E}_{nc}\cdot d\vec{\ell}$ → non posso definire un potenziale in quanto il campo non è conservativo

$\vec{F} = q\vec{E}$

$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$

$\int_A^B \rho\vec{J}\cdot d\vec{\ell} = \rho J\ell\frac{S}{S} = \left(\frac{\rho\ell}{S}\right)J\cdot S = Ri$ (R, i)

ρ cost, $\vec{J}$ cost

regime stazionario

$i = (J\cdot S) =$ cost

$\vec{J}$, uniforme lungo la sezione

$R = \frac{\rho\ell}{S}$

$$V_A - V_B + \int_A^B \vec{E}_{nc}\cdot d\vec{\ell} = Ri$$

LEGGE OHM GENERALIZZATO

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XVIII Lezione — 23/05/11

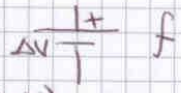
LEGGE COSTITUTIVA

Leggono Resistenze o condensatori generatori $\Rightarrow$ differenza di potenziale

$\Delta V = Ri$



$\Delta V = f$



(vado + a meno)

$\Delta V = \frac{Q}{C}$

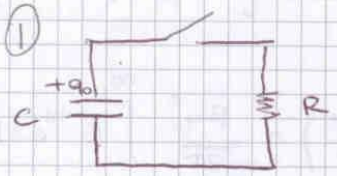


$$-f_1 + R_1 i_1 + R_2 i_2 + f_3 + \frac{Q_4}{C_4} - R_5 i_5 = 0$$

$$-f_1 + R_1 i_1 + R_2 i_2 + f_3 + \frac{Q_4}{C_4} - R_5 i_5 = 0$$

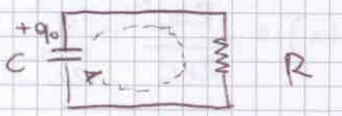
$$= \sum_{k=1}^{N} \Delta V_k = 0$$

Ex

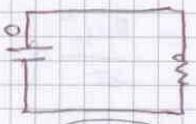


all'istante $t=0$ chiudiamo il circuito

$\Delta V_C = \frac{q_0}{C}$ $\quad \Delta V_R = 0$



per



$t > \infty$

1) al tempo 0^+ il condensatore è in corto (ovvero come un filo)

SCARICA CONDENSATORE

$\Delta V_C = \frac{q(t)}{C} = \Delta V_R = Ri(t)$

$i(t) = \frac{q(t)}{R \cdot C}$ $\quad RC = \tau$ costante di tempo

$i(t) = -\frac{dq}{dt}$ perché è negativa la corrente

$|dq| = i\,dt$

$$\frac{dq(t)}{dt} = -i = -\frac{q(t)}{\tau} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{\tau}$$

$$\int_{q(0)}^{q(t')} \frac{dq}{q} = -\frac{1}{\tau}\int_0^{t'} dt = \ln\frac{q(t')}{q(0)} = -\frac{1}{\tau}(t'-0)$$

$$\Rightarrow \frac{q(t')}{q(0)} = e^{-t/\tau} \Rightarrow q(t) = q(0)\,e^{-t/\tau}$$

$\Rightarrow$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

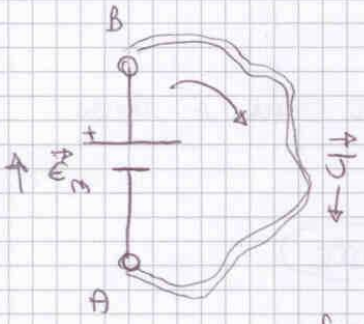
$$\oint (\vec{\mathcal{E}}_m + \vec{\mathcal{E}}_s)\cdot d\vec{\ell} = \oint \vec{\mathcal{E}}_m \cdot d\vec{\ell} + \oint \vec{\mathcal{E}}_s \cdot d\vec{\ell} = \boxed{\int_A^B \vec{\mathcal{E}}_m \cdot d\vec{\ell} = f \quad (\text{dentro gen})}$$

a morsetti aperti:

$\vec{\mathcal{E}}_m = -\vec{\mathcal{E}}_s$

$$f = \int_A^B \vec{\mathcal{E}}_m \, d\vec{\ell} = -\int_A^B \vec{\mathcal{E}}_s \cdot d\vec{\ell} \qquad f = V_B - V_A = V$$

a morsetti chiusi



Equilibrio dinamico

$\exists\ \vec{\mathcal{E}}_s \neq 0$ nel filo

$\vec{J} = \sigma \vec{\mathcal{E}} = \sigma \vec{\mathcal{E}}_s$ (fuori)

$\vec{J} \neq 0 \quad \vec{\mathcal{E}} \neq 0 \quad \vec{\mathcal{E}}_s \neq 0$

fuori dal generatore: $\vec{\mathcal{E}}_{TOT} = \vec{\mathcal{E}}_s \neq 0$

nel generatore: $\vec{\mathcal{E}}_{TOT} = \vec{\mathcal{E}}_m + \vec{\mathcal{E}}_s \neq 0$

$|\vec{\mathcal{E}}_m| > |\vec{\mathcal{E}}_s|$

$$f = \oint \vec{\mathcal{E}}_{TOT} \cdot d\vec{\ell} = \oint_c \vec{\mathcal{E}}_m \cdot d\vec{\ell} + \oint_c \vec{\mathcal{E}}_s \cdot d\vec{\ell} = \int_A^B \vec{\mathcal{E}}_m \cdot d\vec{\ell}$$

f è la stessa (chiusi / aperti)

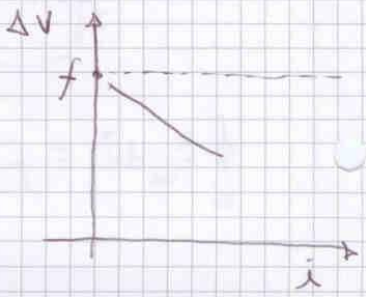
$(V_B - V_A)$ non è la stessa: chiusi $V_B - V_A < f$; aperti $V_B - V_A = f$

$V_B - V_A = \Delta V$

aperti: $\Delta V = f$

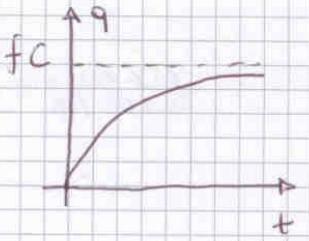
chiusi: sperimentalmente $\Delta V = f - r_i$

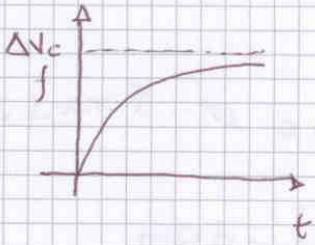
r = resistenza intrinseca del generatore

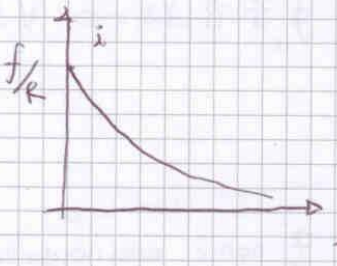


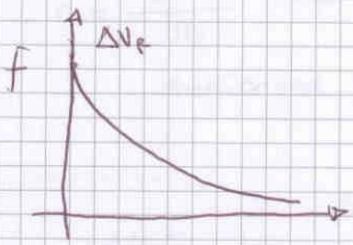
Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XVIII lezione — 23/05/12

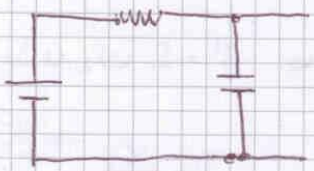




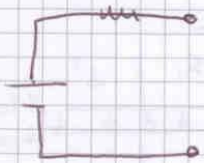




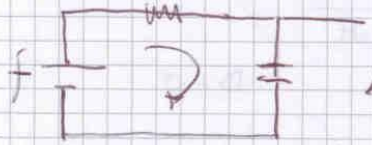
per $t \to +\infty$ all'equilibrio



$\Delta V_c = f$ $\Longleftrightarrow$ equivalente



per $t = 0^+$



$\Delta V_c = 0$ $\quad i = \frac{f}{R}$ "CORTO CIRCUITO"

equivalente $\Longleftrightarrow$



$t \to +\infty$

$$U_e = \frac{1}{2} C \Delta V_c^2 (t \to \infty) = \frac{1}{2} C f^2$$

$$P_{gen} = -P_{\text{es nel generatore}} = -(V_- - V_+) i = (V_+ - V_-) i$$

$\vec{E}_m = -\vec{E}_s$

$$U_{gen} = \int_0^\infty P_{gen}\, dt = \int_0^\infty f\, i(t)\, dt \overset{\text{calcoli}}{=} f^2 C = 2U_e$$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

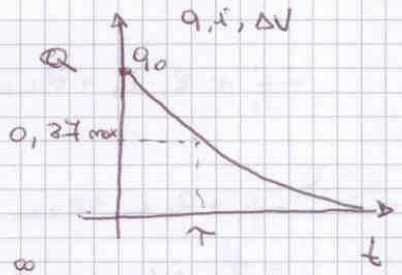
$$q(t) = q(0)\, e^{-t/\tau}$$

$$i(t) = \frac{q_0 e^{-t/\tau}}{\tau}$$

$$\Delta V_C = \Delta V_R = Ri = \frac{Rq_0}{RC} \cdot e^{-t/\tau} = \Delta V_0 e^{-t/\tau}$$

τ piccolo $\Rightarrow$ scarico rapido

$$\frac{q(\tau)}{q_0} = e^{-1}$$



$$U_e = \frac{1}{2}\frac{q_0^2}{C}$$

$$P = \frac{dL}{dt} = Ri^2$$

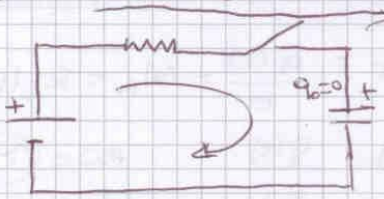
$$U_R = L = \int_0^\infty P\,dt = \int_0^\infty Ri^2(t)\,dt$$

$$= R\int_0^\infty \left[\frac{q_0}{\tau} e^{-t/\tau}\right]^2 dt = \frac{2}{2} R \frac{q_0^2}{\tau^2}\int_0^\infty e^{-2t/\tau}\frac{dt}{\tau} =$$

$$= \frac{Rq_0^2}{2\tau}\int_0^\infty e^{-2t/\tau}\, d\left(\frac{2t}{\tau}\right) = \frac{Rq_0^2}{2\tau}\int_0^\infty e^{-w}\,dw =$$

$$= \frac{Rq_0^2}{2\tau}\left(-e^{-w}\right)_0^\infty = \frac{Rq_0^2}{2\tau}(1) = \frac{Rq_0^2}{2RC} = \frac{q_0^2}{2C}$$

Ex: CARICA CONDENSATORE



2° legge di Kirkof

$$\Delta V_{tot} = -f + Ri + \Delta V_C = 0$$

def di C: $\Delta V_C = \frac{q}{C}$

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

$$-f + Ri + \Delta V_C = 0 \Rightarrow f = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = \frac{f}{R}, \quad \tau = RC$$

$$q(t) = fC\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad i(t) = fC\left(-e^{-t/\tau}\left(-\frac{1}{\tau}\right)\right) = \frac{f}{R}e^{-t/\tau}$$

$$\Delta V_C = f\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$\Delta V_R = f\, e^{-t/\tau}$$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XIX lezione — 24/05/11

$\oint_S \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) \hat{n}\, dS = 0 \quad \forall S$ anche con variazioni (lente) nel tempo

$\vec{J}_{gen} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ è solenoidale : ha linee chiuse

$\vec{J}_c$ $\qquad$ $\vec{J}_s = \frac{\partial \vec{D}}{dt} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

conduzione : spostamento nel vuoto nei condensatori (modello)

$\vec{J}$ ALL'INTERNO DI UN CONDUTTORE

$\vec{J}_{generale} = \vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \simeq \vec{J}$ solenoidale !

$\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \ll \vec{J}$ variazioni lente

- se non ho variazioni nel tempo

$\frac{\partial}{\partial t} = 0 \Rightarrow$ cond. corrente continua (i, V, Q = cost. nel tempo) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{J}$ è solenoidale rigorosamente

- se ho variazioni nel tempo ($\vec{J}$ non è solenoidale)

J_{gen} è sol se $\left[\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \ll \vec{J}\right] \Rightarrow \vec{J}_{gen} \simeq \vec{J}$

$\Rightarrow$ dentro i conduttori $\Rightarrow \vec{J}$ nei conduttori è solenoidale

$\Rightarrow$ variazioni lente $\Rightarrow$ quasi stazionarie $\vec{J} = \sigma \vec{E} \Rightarrow I$ (conduttività elettrica)

$\vec{E}$ varia nel tempo, variazioni lente istante per istante $V(t) \rightarrow I$ (secondo legge di Kirk)

(primo principio legge di Kirkhoff)

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

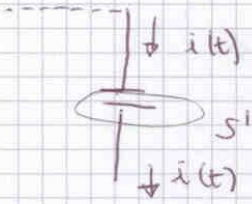
$$U_R = \int_0^\infty \Delta V_R(t)\, i(t)\, dt = \int_0^\infty R\, i^2(t)\, dt = \frac{f^2 C}{2} \leftarrow \text{INDIPENDENTE DA R}$$

XIX lezione 24/05/11

$Q(t) \Rightarrow \frac{dQ}{dt} \neq 0$ ⇙ $\exists$ una S chiusa

$$\oint_S \vec{J}\cdot\hat{n}\, dS = -\frac{dQ_{int}}{dt} = 0 \quad \forall S \Rightarrow \oint_S \vec{J}\cdot\hat{n}\, dS = 0 \quad \forall S$$

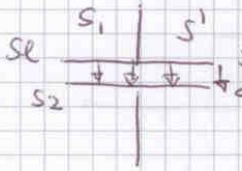
$\Rightarrow$ J è solenoidale



$$\oint_{S'} \vec{J}\cdot\hat{n}\, dS = i(t) \neq 0 \Rightarrow \vec{J} \text{ non è solenoidale}$$

⇙ allora facciamo solenoidale con una piccola modifica

Ex



S' chiusa $S' = S_1 \cup S_2 \cup S_l$

$D = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \rightarrow \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ * legge di Coulomb

$$C = \varepsilon\frac{S}{d} \qquad \oint_S \vec{J}\,\hat{n}\, dS = -\frac{dQ_{int\,S'}}{dt}$$

$Q_{int} = Q = \sigma S = DS = DS_2$ ↗ su armature $\qquad D = \sigma$

$S = S_2$

$$\vec{D}\cdot\vec{S_2} = \int_{S_2} \vec{D}\cdot\hat{n}\cdot dS = \oint_{S'} \vec{D}\cdot\hat{n}\, dS$$

$$Q_{int} = \oint_{S'} \vec{D}\cdot\hat{n}\, dS$$

$$\oint_{S_1} \vec{J}\cdot\hat{n}\, dS = -\frac{d}{dt}\oint_{S'} \vec{D}\cdot\hat{n}\, dS = -\oint_{S'} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot\hat{n}\, dS \Rightarrow$$

S' fisso (indipendente da t)

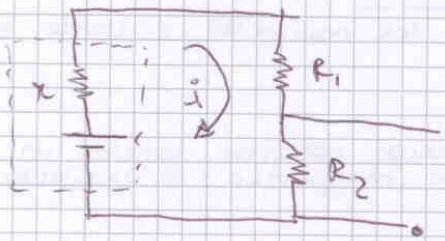
$$\Rightarrow \boxed{\oint_{S'} \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{dt}\right)\hat{n}\, dS = 0}$$

campi variabili lentamente

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica ELETTROMAGNETISMO XIX Lezione 24/05/11

PARTITORE RESISTIVO DI TENSIONE



$\Delta V_{R_2} = ?$

$\Delta V_{R_2} = R_2 i$

applico la legge di Kirchhoff

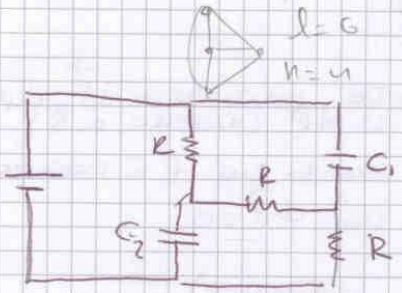
$$ri + R_1 i + R_2 i - f = 0$$

$$f = i(r + R_1 + R_2) \rightarrow i = \frac{f}{r + R_1 + R_2}$$

$$\Delta V_{R_2} = f \frac{R_2}{r + R_1 + R_2} = f \frac{R_2}{R_{TOT}} \leq f$$

(!) per un generatore reale $\Delta V_{gen\ reale} = f - ri$

Ex

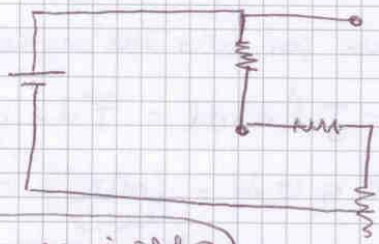


all equil. = a regime

Q_1, Q_2 ?

$$\Delta V_R = \frac{f}{3} \quad \text{PARTIZIONE}$$

↳ equivalente



$Q_1 = C_1 \Delta V_1 = C_1 2\Delta V_R = C_1 \frac{2}{3} f$

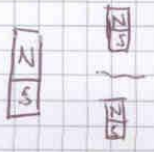
$Q_2 = C_2 \frac{2}{3} f$

MAGNETISMO

I fenomeni magnetici sono equivalenti a quelli elettrostatici

nel magnetizzato le cariche $\Rightarrow$ si cambia solamente la disposizione nello spazio

: poli magnetici non sono separabili



Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

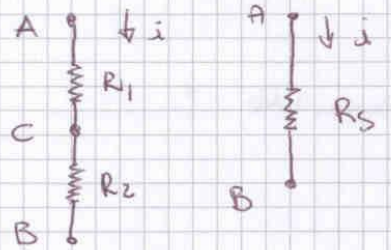
$\frac{\partial Q}{\partial t} = 0$, $i(t) \Rightarrow \vec{J}$ solenoidale

$\frac{\partial Q}{\partial t} = 0$, $i = cost_t \Rightarrow J$ solenoidale

Nei conduttori $J_{generale}$ è (variazioni nel tempo) è solenoidale per variazioni nel tempo lente $\Rightarrow J$ è solenoidale

Ex

R in parallelo o in serie



IN SERIE

$i = i_1 = i_2$

$V_A - V_C = R_1 i_1 \quad i_1 = R_1 i$

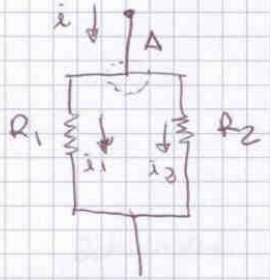
$V_C - V_B = R_2 i_2 = R_2 i$

$$\left.\begin{aligned} V_A - V_B &= R_1 i + R_2 i = (R_1 + R_2) i \\ V_A - V_B &= R_S i \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$R_S = R_1 + R_2$

$R_S = \sum_{k=1}^{N} R_k$

IN PARALLELO



$i - i_1 - i_2 = 0$

$i = i_1 + i_2$

$$\begin{cases} V_A - V_B = R_1 i_1 \\ V_A - V_B = R_2 i_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{V_A - V_B}{R_1} = i_1 \\ \frac{V_A - V_B}{R_2} = i_2 \end{cases}$$



$V_A - V_B = R_p i$

$\frac{V_A - V_B}{R_p} = i$

$\frac{1}{R_p} = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{R_k}$

$R_p < R_k \ \forall R$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica ELETTROMAGNETISMO

XIX lezione
24/05/11

Proprietà Forza di LORENZ

1) $\vec{F} \perp \vec{v}$, $\vec{F} \perp \vec{B}$

2) $\vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{F} = 0$

3) $|\vec{F}| = |\vec{v}||\vec{B}| \sin\vartheta$

UNITÀ DI MISURA ~~CAMPO MAGNETICO~~

$$[B] = \frac{[F]}{[q][v]} = \frac{N}{C\frac{m}{s}} = \frac{Ns}{Cm} = \frac{N}{Am} = T$$

Tesla $= 10^4$ G (Gauss) $\Rightarrow$ quello della terra è 0,5 G

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{s} = \vec{F} \cdot \vec{v}\, dt = 0$$

($d\vec{s}$ ↑ dt, $\vec{F}$ ↑↑ $\vec{v}$)

Il campo di induzione magnetica

Σ_S
$\vec{E}$, $\vec{B}$, q, $\vec{v}$

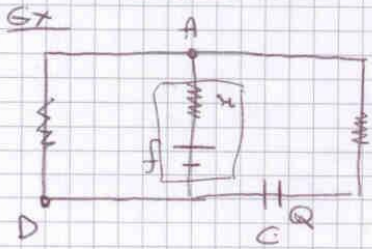
$$\vec{F}_{TOT} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

PRINCIPIO DI INVARIANZA GALILEIANO

cambio sistema di riferimento → cambio $\vec{v}$ → cambio $\vec{F}_{TOT}$?

$\vec{F}_{TOT}$ non cambia $\Rightarrow$ $\vec{E}$, $\vec{B}$ dipende dal sistema di riferimento

XX lezione
25/05/11



Q su C ? $V_E - V_A = ?$

$Q = \text{cost} \Rightarrow i_C = 0 \Rightarrow i_{R_1} = 0$

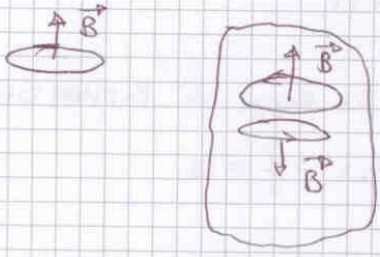
$V_A - V_E = R_1 i_{R_1} = 0$

⇒

La forza con cui interagiscono due bobine magnetiche è proporzionale $\propto \frac{1}{r^2}$

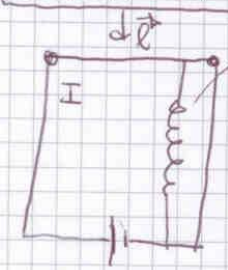
$\vec{B}$ CAMPO DI INDUZIONE MAGNETICA

ie campo magnetico è generato dal movimento di cariche e quindi dalla variazione di corrente



↳ un campo elettrico genera un campo magnetico e viceversa

FORZA DI LORENZ



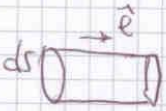
$\vec{B} \neq 0$

1) $|d\vec{F}| \propto |I\, d\vec{l}|$
2) $d\vec{F} \perp d\vec{l}$
3) se valore della posizione → $d\vec{F}$ dipende dall'orientamento di $d\vec{l}$ (rispetto a $\vec{B}$)
la direzione secondo cui f è massima, è ⊥ alla direzione in cui $d\vec{F}=0$

$$\boxed{d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B}}$$ 2° legge (elementare) Di LAPLACE

↳ prodotto vettoriale modulo dei due per seno dell'angolo

$$I\, d\vec{l} = J\, dS\, d\vec{l} = J\, dS\, dl\, \hat{l} = J\hat{l}\, dS\, dl = \vec{J}\, dS \cdot dl =$$



$$= n q \vec{v}_d\, dS\, dl = n q v_d dV = (n dV q)\, \vec{v}_d = dN q \vec{v}_d$$

stessa direzione

dN → numero di cariche

$$d\vec{F} = dN q \vec{v}_d \times \vec{B}$$

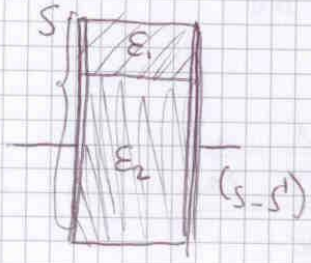
$$\boxed{\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}}$$ forza di LORENZ

so anche puntiforme

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XX Ottobre — 25/05/11

Ex



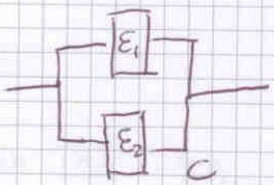
Simmetria piana ⇒ ci consente di trascurare gli effetti di bordo

⇒ le armature del condensatore devono essere allo stesso potenziale

$\mathcal{E}_1 = \Delta V d$ $\quad D_1 = \varepsilon_1 \mathcal{E}_1 = \varepsilon_1 \mathcal{E}$

$\mathcal{E}_2 = \Delta V d$ $\quad D_2 = \varepsilon \mathcal{E}_2 = \varepsilon_2 \mathcal{E}_2$

||



Ex: trovare la resistenza in un condensatore sferico

Resistenza = ?



Per la legge di OHM $\quad \Delta V = I R$

$$\Delta V = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\, d\vec{l} = \int_{r_A}^{r_B} \mathcal{E}(r)\, dr =$$

non posso calcolare direttamente il campo elettrico poiché i due dielettrici possiedo una ε_r diverso ⇒ quindi dovrei sommare alla conca interna la conca di polarizzazione (1)

↳ Ottengo $\vec{D}$ ⇒

↳ per le prox prob della pagina prima

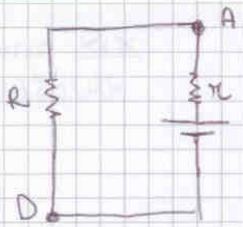
$$\vec{J} = \sigma \vec{\mathcal{E}} \qquad \vec{\mathcal{E}} = \frac{\vec{J}}{\sigma}$$

$$\Delta V = \frac{1}{\sigma} \int_{r_A}^{r_B} J(r)\, dr$$

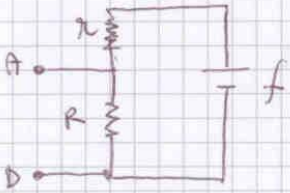
$$I = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n}\, d\vec{S} \Rightarrow \int_S J(r) \cdot d\vec{S} = J(r) \int_S dS =$$

⇒

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011



$V_C - V_D = V_A - V_D$



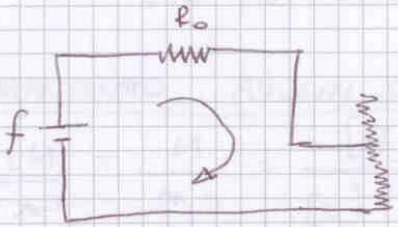
$V_A - V_D = f \frac{R}{r+R}$

$Q = C(V_A - V_0) = C f \frac{R}{r+R}$

REOSTATO

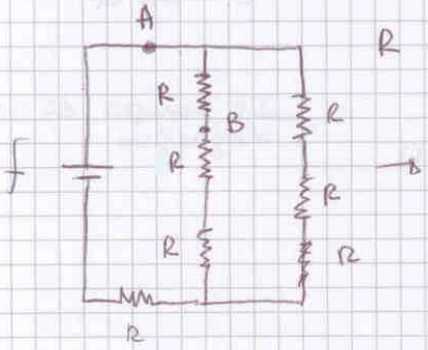
$R = \rho \frac{x}{S}$

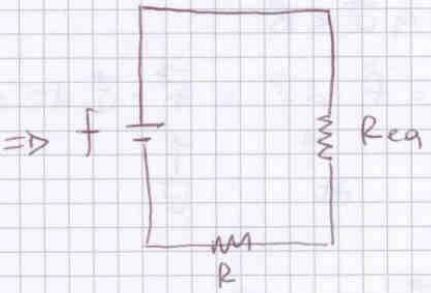
$i = \frac{f}{R_0 + \frac{\rho}{S} x}$



Es

Qual è la ddp ai capi di AB?





$R_{eq} = \frac{3}{2} R$

$i = \frac{f}{\frac{3}{2}R + R} = \frac{f}{\frac{5}{2}R} = \frac{2}{5}\frac{f}{R}$

$3R i_1 = 3R i_2$

$i_1 = \frac{i}{2}$

$V_a - V_b = R i_1 = \frac{R}{2}\frac{2}{5}\frac{f}{R} = 4V$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XX lezione — 25/05/11

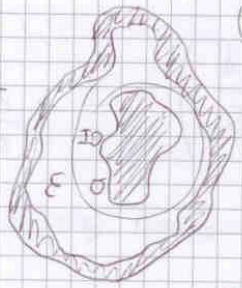
$$C = \frac{2\pi h}{\ln(R_2/R_1)}\varepsilon \qquad RC = \frac{\varepsilon}{\sigma} = \rho\varepsilon \quad \text{dipende solo dal mezzo}$$

Ex — R?



sfera

Ex



DIMOSTRARE CHE $RC = \rho\varepsilon$

$$I = \oint_S J\hat{n}\,dS = \oint \sigma\vec{E}\cdot\hat{n}\,dS = \quad (\vec{J} = \sigma\vec{E})$$

$$= \sigma\oint_S \vec{E}\hat{n}\,dS = \frac{\sigma}{\varepsilon}\oint(\varepsilon\vec{E})\hat{n}\,dS = \frac{\sigma}{\varepsilon}\oint_S \vec{D}\cdot\hat{n}\,ds \quad (\text{LIO})$$

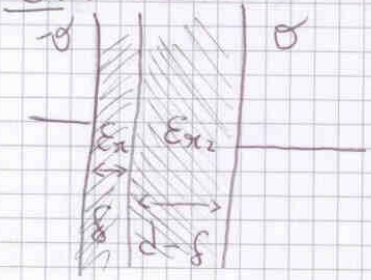
$$= \frac{\sigma}{\varepsilon}Q \quad (\text{GAUSS}) \qquad \Leftrightarrow \quad C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$I = \frac{\sigma}{\varepsilon}C\Delta V$$

$$\frac{\varepsilon}{\sigma} = \varepsilon\rho = \varepsilon\frac{\Delta V}{I} = RC$$

(!) dielettrico di materiale diverso

Ex: trovare la capacità



STESSO LA GEOMETRIA PIANA

$\vec{E}$, $\vec{D}$ perpendicolari alle armature e parallele tra loro

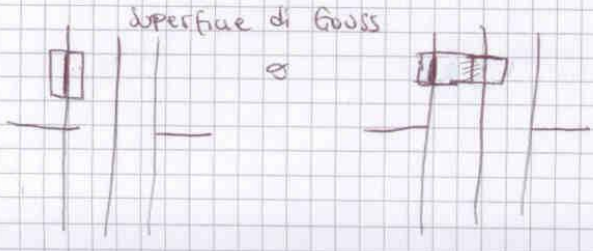
$$\text{GAUSS} = \oint_S \vec{D}\cdot\hat{n}\,dS = Q_{\text{interna al bordo}}$$

$$\oint_S \vec{D}\hat{n}\,dS = DS = \sigma S$$

$$D = \sigma$$

RAGIONIAMO IN TERMINI DI $\vec{D}$ perché vogliamo togliere la carica di polarizzazione

Superficie di Gauss



Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

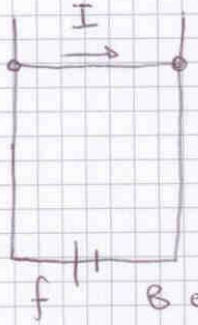
$J(\pi) \int_S dS = 4\pi r^2 J(\pi) = I \Rightarrow J(r) = \frac{I}{4\pi r^2}$

$\frac{1}{\sigma} = \rho$

$\Delta V = \frac{1}{\sigma} \int_{r_A}^{r_B} \frac{I}{4\pi r^2} dr = \frac{\rho I}{4\pi} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) = \Delta V$

$\Delta V = RI \qquad R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{\rho I}{4\pi} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) \frac{1}{I}$

$$R = \frac{\rho}{4\pi} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$



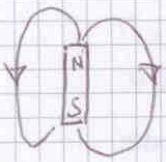
$d\vec{F} = I d\vec{\ell} \times \vec{B}$

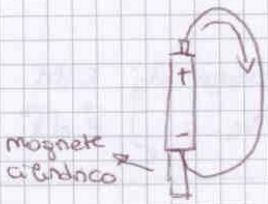
$\vec{F} = \int_L I d\vec{\ell} \times \vec{B} = \oint_L I d\vec{\ell} \times \vec{B}$ se chiuso

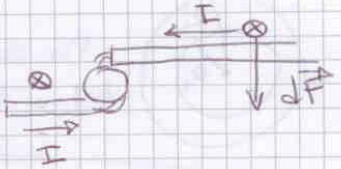
XXI lezione 26/05/11

FORZA DI LORENZ

MOTORE ELETTRICO







Forza ramo $= I\ell B$

ipotesi B uniforme

Momento $= \left(-(I\ell B)\frac{\ell}{2} \cdot 2 = -\ell^2 I B\right)$

$M = \alpha I$

$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$



uniforme inizialmente 1) $\vec{v} \in$ piano $\perp \vec{B}$ ($\vec{v} \perp \vec{B}$)

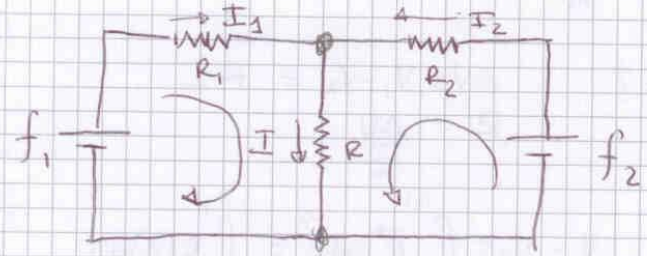
$(q > 0)$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XX esercizi

25/05/11

Es



$n = 2$

$n-1 = 1$

(f_1, f_2, R_1, R_2) $\quad I_1, I_2, I$?

R tale che $I_2 = 0$?

A 1) $I_1 + I_2 = I$

ABD 2) $RI - f_1 + R_1 I_1 = 0$

EAB 3) $R_2 I_2 + RI - f_2 = 0$

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I = 0 \\ R_1 I_1 + 0 + RI = f_1 \\ 0 + R_2 I_2 + RI = f_2 \end{cases}$$

$$I_1 = \frac{f_1(R+R_2) - f_2 R}{RR_2 + R_1R_2 + RR_1}$$

$$I_2 = \frac{f_2(R+R_1) - f_1 R}{RR_2 + R_1R_2 + RR_1}$$

$$I = \frac{f_1 R_2 + f_2 R_1}{RR_2 + R_1R_2 + RR_1}$$

$I_2 = 0 = 0 \iff$

$f_2(R+R_1) - f_1 R_1 = 0$

$(f_2 - f_1)R + f_2 R_1 = 0$

$$R = \frac{-f_2 R_1}{f_2 - f_1} = \frac{R_1 f_2}{(f_1 - f_2)} = (f_1 > f_2)$$

! La Resistenza $\Rightarrow$ sempre positiva

METODO ALTERNATIVO PER $I_2 = 0$



$I_2 = 0 \Rightarrow \quad V_\epsilon - V_A = 0$

$V_A - V_B = f_1 \frac{R}{R+R_1} = V_\epsilon - V_B = f_2$

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}} \quad , \quad \epsilon_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_{r2}}$$

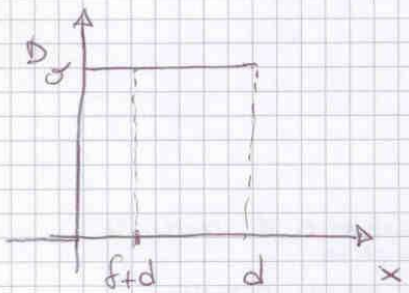
$$\Delta V = \epsilon_1 \delta + \epsilon_2 (d-\delta) = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}} \delta + \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_{r2}} (d-\delta) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{\delta}{\epsilon_{r1}} + \frac{d-\delta}{\epsilon_{r2}} \right)$$

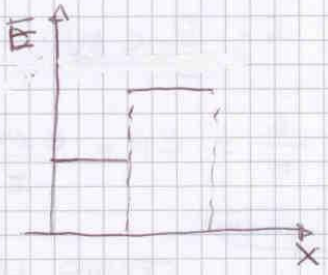
$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma S_c}{\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{\delta}{\epsilon_{r1}} + \frac{d-\delta}{\epsilon_{r2}} \right)} = \frac{S_c}{\frac{\delta}{\epsilon_1} + \frac{d-\delta}{\epsilon_2}} = C$$

$$\frac{1}{C} = \frac{\frac{\delta}{\epsilon_1} + \frac{d-\delta}{\epsilon_2}}{S_c} = \left(\frac{\delta}{\epsilon_1 S_c} \right) + \left(\frac{d-\delta}{\epsilon_2 S_c} \right) = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

OSSERVAZIONE: è analogo a due condensatori posti in serie

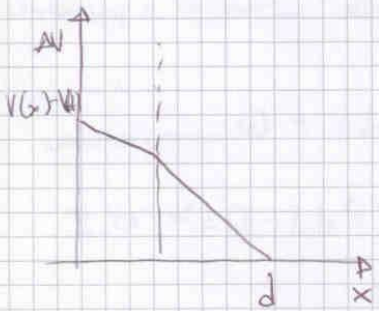






$\epsilon_1 > \epsilon_2$

$$\epsilon = -\frac{dV}{dx}$$



Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica ELETTROMAGNETISMO XXI Lezione
26/05/11

$\vec{F_L} = q\vec{v} \times \vec{B} = m\vec{a}$

$\vec{B}$ ⊙ → $\vec{v}$ (uniforme) ($q > 0$)

1) inizio: $\vec{v} \in$ piano $\perp \vec{B}$ ($\vec{v} \perp \vec{B}$)

2) $\vec{F_L} \perp \vec{B}$ $\quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \perp \vec{B}$

$d\vec{v} = \vec{a}\,dt \perp \vec{B}$

$\Rightarrow \forall t : \vec{v}(t) \perp \vec{B}$

3) $\vec{v} \perp \vec{F}$ $\quad (|\vec{v}|$ cost

F_L non compie lavoro

$(dL = \vec{F_L} \cdot d\vec{s} = 0)$

$\Delta E_c = 0$ teorema forze vive

$|\vec{v}| = \text{cost}$

$\Rightarrow a = \frac{F_L}{m} = \frac{qvB}{m} \Rightarrow$ moto circolare uniforme

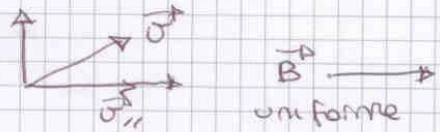
$a = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{a} = \frac{v^2 m}{qvB} = \frac{vm}{qB}$



$\omega = \frac{v}{R} = \frac{v}{vm/qB} = \frac{qB}{m} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$

$\vec{F_L} = q\vec{v} \times \vec{B} = m\vec{a}$

$\vec{v} = \vec{v_\perp} + \vec{v_\parallel}$



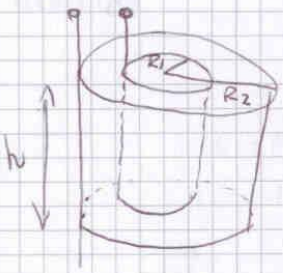
$\vec{F_L} = q\vec{v} \times \vec{B} = q(\vec{v_\perp} + \vec{v_\parallel}) \times \vec{B} = q\vec{v_\perp} \times \vec{B} + \cancel{q\vec{v_\parallel} \times \vec{B}} =$

$= q\vec{v_\perp} \times \vec{B}$

$\vec{F_L} = m\vec{a}$ $\quad \vec{a} = \cancel{\vec{a_\parallel}} + \vec{a_\perp}$

⇒

Ex: Un resistore è costituito da due cilindri conduttori reali coassiali di raggi r_1 e r_2



$R = ?$ $\quad \Delta V = V_1 - V_2 = RI$

$$R = \frac{\Delta V}{I}$$

$$V_1 - V_2 = \int_{(1)}^{(2)} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int_{R_1}^{R_2} E(r)\,dr$$

$d\vec{\ell} = \hat{r}\,dr$

L I O σ

$J = \sigma E$

$J(r) = \sigma E(r)$

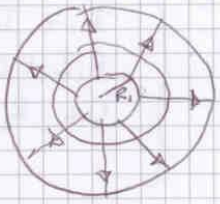
$$V_1 - V_2 = \int_{(1)}^{(2)} \vec{E}\,d\vec{\ell} = \int_{R_1}^{R_2} E(r)\,dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{J(r)}{\sigma}\,dr = \frac{I}{\sigma}\int_{R_1}^{R_2} J(r)\,dr$$

$d\vec{\ell} = \hat{r}\,dr$ $\qquad$ L I O

$$I = \int_{S(r)} \vec{J}\,\hat{n}\,dS = \int J(r)\,dS$$

$$= J(r)\,2\pi r h \Rightarrow J(r) = \frac{I}{2\pi r h}$$

$S(r)$



$I = \text{cost}$ $\quad r$

J solenoidale

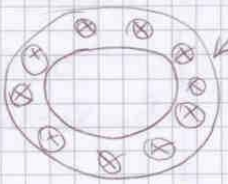
$$V_1 - V_2 = \frac{1}{\sigma}\int_{R_1}^{R_2} J(r)\,dr = \frac{1}{\sigma}\int_{R_1}^{R_2} \frac{I}{2\pi r h}\,dr = \frac{1}{\sigma}\frac{I}{2\pi h}\int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r}\,dr$$

$$= \frac{I}{2\pi h \sigma}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{\Delta V}{I} = \frac{\ln(R_2/R_1)}{\sigma\,2\pi h} = R$$

OSSERVAZIONE





$S = \pi(R_2^2 - R_1^2)$

$$R = \frac{1}{\sigma}\cdot\frac{h}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}$$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica ELETTROMAGNETISMO XXI Lezione
26/05/11

$$\frac{H}{m} = \frac{T_m}{A} \rightarrow H = \frac{T m^2}{A}$$

μ_0 permeabilità magnetica del vuoto

distribuzione delle cariche (carica elettrica) $\vec{E}$

$$\vec{E} = \int \frac{K \hat{r}\, dq}{r^2} = \int \frac{K \vec{r}\, \rho\, dV}{r^2}$$

LEGGE DI AMPERE - LAPLACE

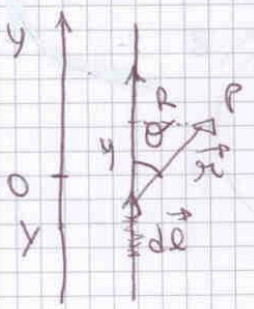
circuito i $d\vec{\ell}$ correnti continue

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{i\, d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^2}$$

esteso al circuito chiuso attraversato da i correnti continue

MAGNETOSTATICA NEL ~~vuoto~~ VUOTO → campo magnetico che non varia nel vuoto

FILO: RETT INDEFINITO I



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\, d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$|d\vec{\ell} \times \hat{r}| = |d\ell| \cdot \sin\theta = dy \frac{R}{\sqrt{R^2+y^2}}$$

y coordinata del generico elemento

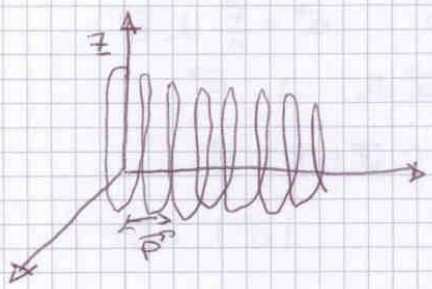
$$r = \sqrt{R^2+y^2}$$

$$R = r \sin\theta \rightarrow \sin\theta = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2+y^2}}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I\, dy \frac{R}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{R}{(R^2+y^2)^{3/2}} dy$$

moto complessivo $\begin{cases} \parallel : \vec{a}_\parallel = 0 \quad \vec{v}_\parallel \text{ costante} \Rightarrow \text{moto (rett) unif} \\ \perp : \text{moto circolare uniforme} \end{cases}$

$$a_\perp = \frac{q v_\perp B}{m} = \frac{q v \sin\vartheta B}{m}$$



$$P = v_\parallel T = \frac{2\pi m}{qB} v\cos\vartheta$$

chi è che genera B?

→ ELETTROSTATICA → genera un campo elettrostatico → $\vec{E}_1 = K\frac{q_1}{r^2}\hat{r}$

q_1 carica pt. ferme

→ forza su cariche elettriche

$\vec{F}_e = q_0 \vec{E}_1$ (q_0 di prova)



→ MAGNETISMO → $i\,d\vec{l}_1$

campo, induzione magnetica → forza su correnti elettr

$$d\vec{B}_1 = \frac{K_m i_1 dl_1 \times \hat{r}}{r^2} \qquad d\vec{F} = i_2\, d\vec{l} \times \vec{B}_1$$

(I) legge elementare di LAPLACE — (II) legge elementare di LAPLACE

LEGGI SPERIMENTALI



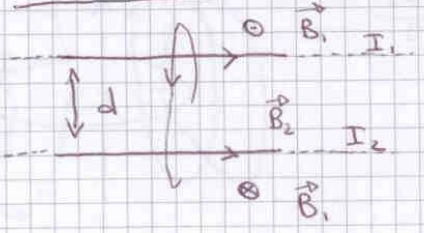
$$K_m = 10^{-7}\frac{Tm}{A} = 10^{-7}\,H$$

H ⇒ Henry

Fisica — ELETTROMAGNETISMO

XXI lezione
26/05/11

FILI PARALLELI CON I_1, I_2



I fili si attraggono

$I_2 \, d\vec{\ell}_2$

$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$

$$F_{12} = I_2 \ell_2 B_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \ell_2}{2\pi d}$$

$$\boxed{\frac{F_{12}}{\ell_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}}$$

Ex: $d = 1\,m$ $\quad \frac{F}{\ell} = 2 \cdot 10^{-7}\ N/m$

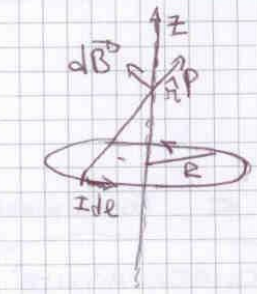
$$\frac{F}{L} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 1}{2\pi \cdot 1} = 2 \cdot 10^{-7}\ N/m$$

↳ trovare la forza tra due fili con corrente di verso opposto
se la corrente ha la stessa intensità allora è uguale a 0

chiedere se è uguale a 0

XXII lezione
27/05/11

$\vec{B}$ GENERATO SU UN ASSE SPIRA



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^2}$$

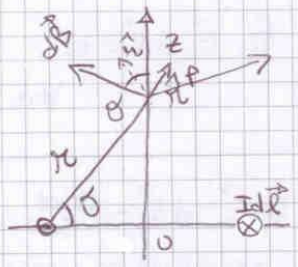
$$dB_z = dB \cos\theta$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\ell}{r^2} \cos\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} I d\ell \frac{R}{r^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} I d\ell \frac{R}{(R^2+z^2)^{3/2}}$$

! angoli formati da rette perpendicolari tra loro sono uguali

$\cos\theta = \frac{R}{r}$



$$\vec{B} = \int_{anello} dB_z = \int_{anello} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{R}{(R^2+z^2)^{3/2}} I d\ell =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{R}{(R^2+z^2)^{3/2}} I \int_{anello} d\ell = \frac{\mu_0}{2\cancel{4\pi}} \frac{RI}{(R^2+z^2)^{3/2}} \cancel{2\pi} R =$$

$$\boxed{B_z = \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}}}$$

⇒

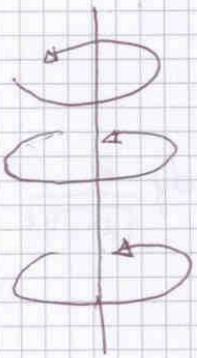
$$\vec{B} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{R}{(R^2+y^2)^{3/2}}\, dy = \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{\left(R^2\left(1+\frac{y^2}{R^2}\right)\right)^{3/2}} =$$

$$= \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{R^3\left(1+\frac{y^2}{R^2}\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d(y/R)}{\left(1+\left(\frac{y}{R}\right)^2\right)^{3/2}} =$$

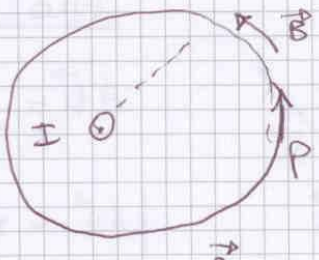
$$w = \frac{y}{R} \qquad = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dw}{(1+w^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cdot \frac{w}{\sqrt{1+w^2}} \Bigg|_{-\infty}^{\infty} =$$

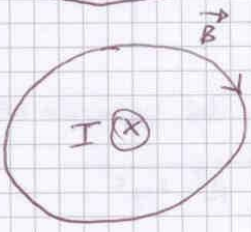
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(1-(-1)\right) = \boxed{\frac{\mu_0 I}{2\pi R}}$$

SIMMETRIA CILINDRICA : manca la simmetria per traslazione





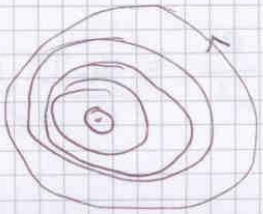




$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0 R}$$

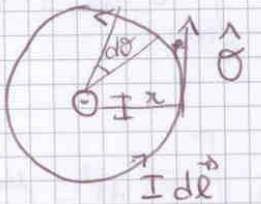
LEGGE DI BIOT - SAVART



Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica ELETTROMAGNETISMO XXII lezione 27/05/11

LINEA CHIUSA



C: linea flusso di $\vec{B}$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\theta}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\theta}\, d\vec{\ell} = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi r} d\ell$$

$\hat{\theta} \parallel d\vec{\ell}$

$d\ell = r\,d\theta$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\oint d\ell = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\oint r\,d\theta = \boxed{\mu_0 I}$$

posso scrivere anche $\oint$ lungo il dominio $2\pi r$

LINEA APERTA

2)



$$\int_{P(1)}^{Q} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \int_{P(1)}^{Q} \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\theta}\, d\vec{\ell} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_{P(1)}^{Q} \frac{\hat{\theta}\, d\vec{\ell}}{r} =$$

misura del dominio di Integrazione

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_{P(1)}^{Q} d\theta =$$

2 BIS



$$\int_{P(2)}^{Q} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \int_{P(2)}^{Q} \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\theta}\cdot d\vec{\ell} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(-\int_{P(2)}^{Q} d\theta\right)$$

$\hat{\theta} \parallel d\vec{\ell}$

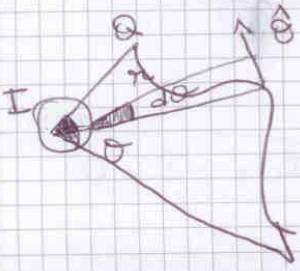
$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}(-\theta_2) = -\frac{\mu_0 I}{2\pi}(2\pi - \theta)$$

$\theta_1 + \theta_2 = 2\pi$

3) LINEA APERTA GENERICA

COMPONENTE AZIMUTALE: perpendicolare alla radiale

$d\vec{\ell}\,\hat{\theta} = r\,d\theta$



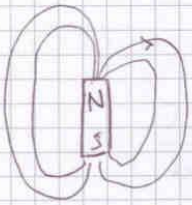
$$\int_{P(*)}^{Q} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_{P(*)}^{Q} \frac{\hat{\theta}\cdot d\vec{\ell}}{r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_{P(*)}^{Q} d\theta =$$

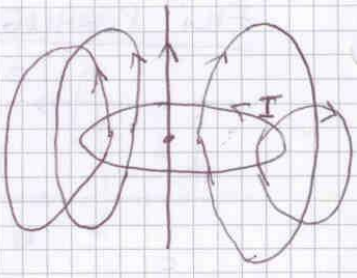
$$= \boxed{\frac{\mu_0 I}{2\pi}\theta_{(*)}}$$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

$z = 0 \qquad B(0) = \frac{\mu_0 I}{2R}$

$z \gg R \qquad B(z) = \frac{\mu_0 I R^2 \pi}{2 z^3 \pi} = \frac{\mu_0 (IS)}{2\pi z^3}$

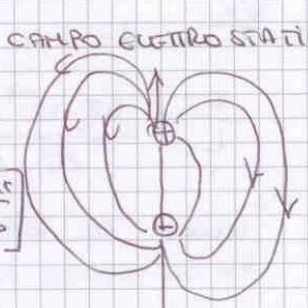




$\vec{B}$ GENERATO DA CARICHE PT. FORTI

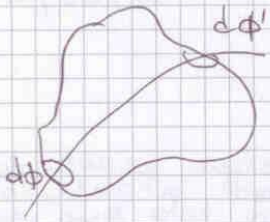
PROPRIETÀ $\vec{B}$

$\vec{B}$ è SOLENOIDALE



analogia $\left[d\vec{E} = k \frac{dq}{r^2} \hat{r} \right]$ → si dimostra $\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

$d\vec{B} = K_m \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$ → si dimostra $\oint_S \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS = 0 \quad \forall S \iff \vec{B}$ linee chiuse



$\int_S (d\Phi + d\Phi') = 0$

$\int_{S(C)} \vec{B} \hat{n}\, dS \Rightarrow$ dipende da C (concatenamento)

	CONSERVATIVITÀ
$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_C$ $\forall C$ LEGGE DI AMPÈRE	$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ $\forall C$
$\oint \vec{B} d\vec{S} \hat{n} = 0$ $\forall S$ SOLENOIDALITÀ $\vec{B}$	$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ TEOREMA DI GAUSS $\vec{E}$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica ELETTROMAGNETISMO XXII lezioni 27/05/11



$I_{concatenato} = 0$

Ex



$I_c = +I_1 - I_2$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_c$$

$I_{tot\ algebrica}$ concatenata alla linea chiusa c

LEGGE DI AMPERE

NOTE

1) $\vec{B}$: totale

2) c è qualunque

3) CONCATENAZIONI MULTIPLE



$I_c = I$



Devo calcolare quanti giri faccio attorno al filo

$I_c = 2I$

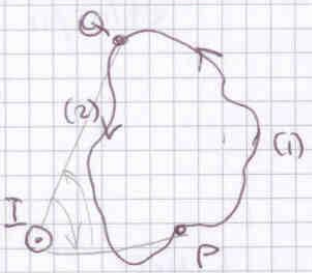
4) $\vec{B}$ non è conservativo

5) SIMMETRIE DI I

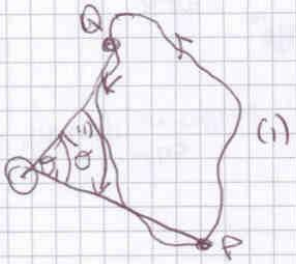
$\Downarrow$

$\vec{B}$

PERCORSO CHIUSO



$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{P_{(1)}}^{Q} \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{Q_{(2)}}^{P} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}$$

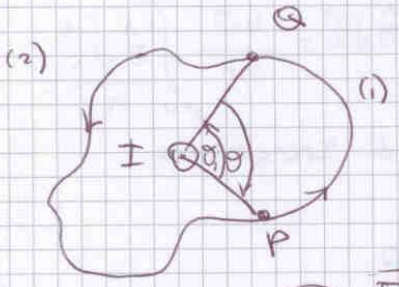


$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{P_{(1)}}^{Q} \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{Q_{(2)}}^{P} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\theta_1 + \frac{\mu_0 I}{2\pi}(-\theta_1)$$

$$= 0$$

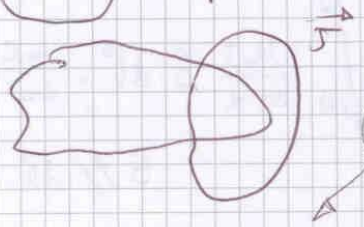
CORRENTE CONCATENATA $\Rightarrow$ FLUSSO DI $\vec{J}$ lungo

$$\oint_C \vec{B}\,d\vec{l} = \int_{P_{(1)}}^{Q} \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{Q_{(2)}}^{P} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\theta_1 +$$



$$+ \frac{\mu_0 I}{2\pi}\theta_2 = \mu_0 I$$

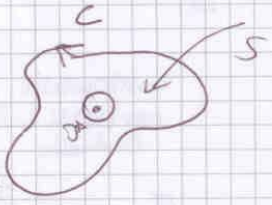
$\theta_1 \theta_2 = 2\pi$ C. concatenato I



$I_C = \int_{S(C)} \vec{J}\,\hat{n}\,dS$ qualunque S aperto di bordo orientato C

QUANTITÀ ALGEBRICA

Ex





$I_C = -I < 0$

$I_C = +I > 0$



$I_C = +I > 0$



$I_C = -I < 0$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XXIII lezione — 30/05/11

LEGGE DI AMPERE

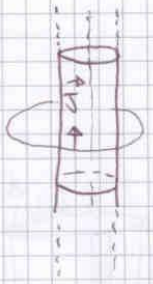
$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_C$$

$$I_C = \int_{S(C)} \vec{J}\cdot\hat{n}\, dS$$

Ex: CONDUTTORE CILINDRICO INDEFINITO ($\vec{J}$ uniforme dall'asse)

applico la legge di AMPERE (non quella di Ampere-Laplace)

~~Se le~~ le linee di $\vec{B}$ devono essere circolari perché devono essere linee chiuse



simmetria → $\vec{B}$ linee circolari

B non dipende né dall'angolo né da z

$$\vec{B} = B(r)\hat{\theta}$$



$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \oint B(r)\hat{\theta}\, d\vec{\ell} = B(r)\oint_C d\ell = B(r)\,2\pi r$$

(costante su C; $\hat{\theta}$ // $d\vec{\ell}$)

$\hat{n}$ e $\vec{J}$ sono parallele nello stesso verso

$$I_C = \int_{S(C)} \vec{J}\cdot\hat{n}\, dS$$

$r > R$ — $S(C)$: cerchio, circonferenza C

$$I_C = \int_{S(C)} \vec{J}\cdot\hat{n}\, dS = \int_{S(1)} \vec{J}\cdot\hat{n}\, dS + \int_{S(2)} \vec{J}\cdot\hat{n}\, dS = \quad (\vec{J}\perp\hat{n} \Rightarrow \text{perché si annulla?})$$

$$\int_{S(1)} J\, dS = J\int dS = J\pi R^2 = I$$

→ perché può fare questo passaggio?

$r < R$

$$I_C = \int_{S(C)} \vec{J}\cdot\hat{n}\, dS = J\int_{S(C)} dS = J\pi r^2$$

$$2\pi r B(r) = \begin{cases} \mu_0 J\pi r^2, & r < R \\ \mu_0 J\pi R^2 = \mu_0 I, & r > R \end{cases}$$

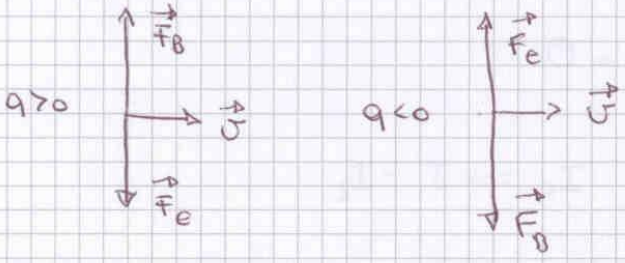
$$B(r) = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 J r}{2}, & r < R \\ \dfrac{\mu_0 J\pi R^2}{2\pi r} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} & r > R \end{cases}$$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

Es

SELETTORE DI VELOCITÀ

$$\vec{F} = \vec{f}_E + \vec{f}_B = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

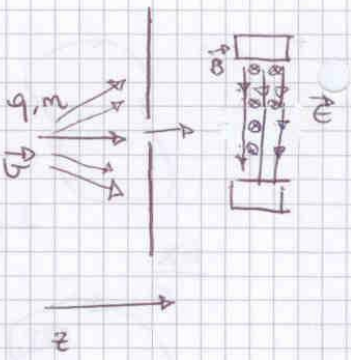


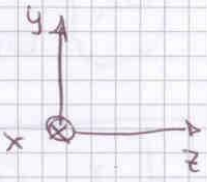
se mettessimo un aereo fendituro

↳ $v_B \neq \text{cost} \Rightarrow \vec{F} = 0$ (passaggio di particelle)

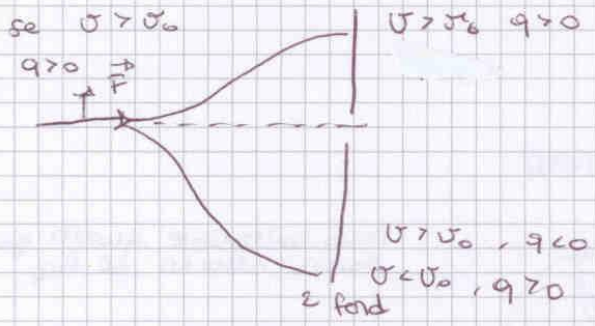
$$|q||E| = |q||v|B|$$

$$E = vB \Rightarrow \boxed{v = \frac{E}{B}}$$





$\vec{B} = B\hat{x}$
$\vec{E} = -E\hat{y}$
} unif - stat



Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

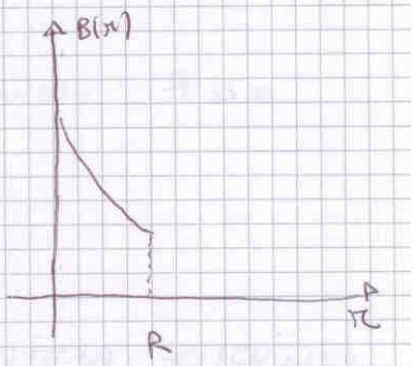
Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XXIII lezione — 30/05/11

(1) $r < R$: $I_c = I$

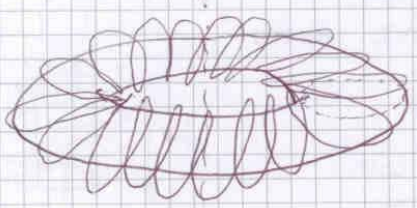
(2) $r > R$: $I_c = +I - I = 0$

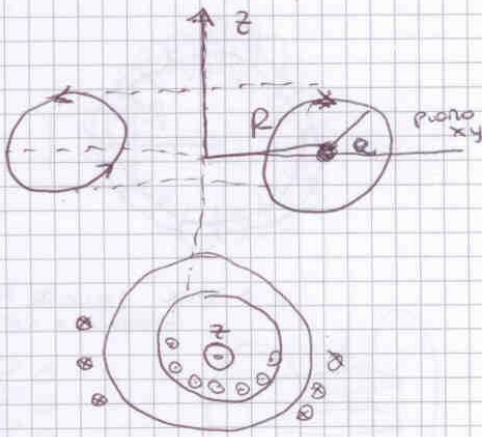
B)

$$B(r) = \begin{cases} \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, & r < R \\ 0 & r > R \end{cases}$$



$\vec{B}$ SOLENOIDE TOROIDALE





simmetria rotazione intorno a $z \Rightarrow$ linee di $\vec{B}$: circolari in piani $\perp z$ centrate in z

$B = B(r, z)$ indipendente θ

su xy

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B(r) 2\pi r$$

(a) $0 < r < R - a$

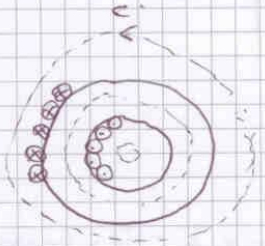
$I_c = 0$

(b) $R - a < r < R + a$

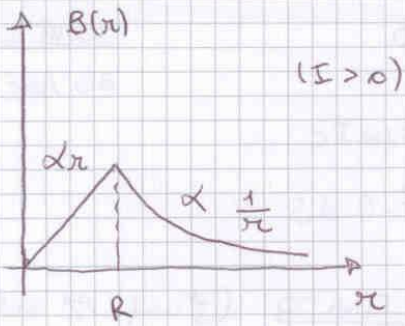
$I_c = NI$

↳ n° di avvolgimenti intorno al toroide

(c) $r > R + a$: $I_c = NI$

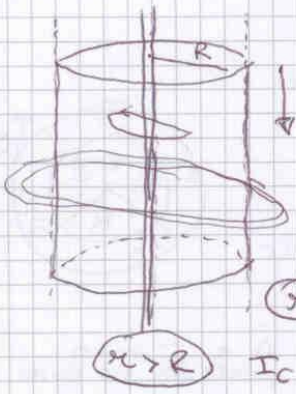


Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011



$\vec{B}$ GENERATO DA UN CAVO COASSIALE

A) I sulla sua superficie

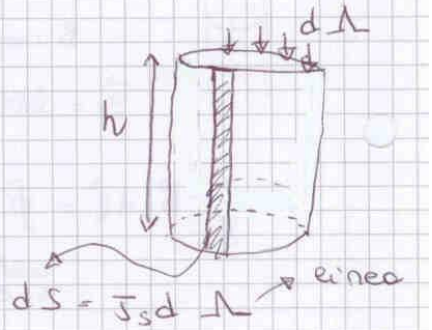


$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = B(r)\,2\pi r$$

$r < R$: $I_C = 0$

$r > R$ $I_C = -I$

$\Big\} B(r)$



$$\Rightarrow B(r) = \begin{cases} 0, & r < R \\ -\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} & r > R \text{ (come fuori)} \end{cases}$$

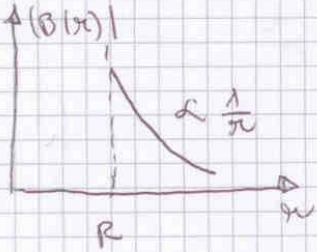


$dI = J\cdot dr\,d\Lambda$

$= J_S\,d\Lambda$

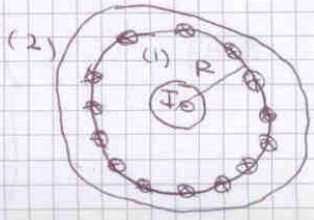
↳ su linea





B) I scorre sul mantello ↓ ed I nel conduttore ↑

$$\oint \vec{B}\,d\vec{\ell} = \mu_0\, B(r)\,2\pi r$$

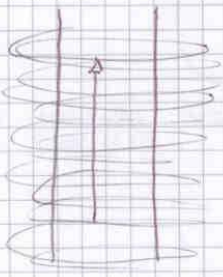


⇒

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XXIV ciclo 31/05/11

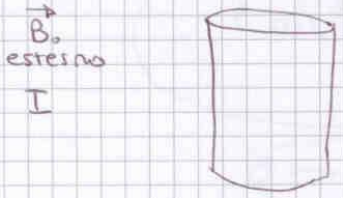
SOLENOIDE RETTILINEO INDEFINITO



$$B = \begin{cases} \mu_0 n I & \text{interno} \\ 0 & \text{fuori} \end{cases}$$

POLARIZZAZIONE MAGNETICA (MAGNETIZZAZIONE)

NON NEL ~~VUOTO~~ VUOTO



↳ si ha quando consideriamo l'oggetto messo alla o in qualsiasi altro mezzo

$\vec{J}$ ↗ correnti di magnetizzazione

$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$

le cariche microscopiche è diverse da 0

$$\oint_c \frac{\vec{B}\, d\vec{\ell}}{\mu_0} = I_c = (I + I') = \int_{S(c)} \left(\vec{J} + \vec{J}'\right) \hat{n}\, d\vec{S} =$$

I: correnti libere (di conduzione)

I': correnti di magnetizzazione

↳ nei mezzi lineari isotropi omogenei

• introduciamo μ_R : permeabilità relativa del mezzo

$$\oint_c \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_R} \cdot d\vec{\ell} = I$$

$\chi_m = \mu_R - 1$ ↗ suscettività magnetica

↳ CAMPO DI INDUZIONE MAGNETICA

$\vec{H}$ → CAMPO MAGNETICO

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_R} = \frac{\vec{B}}{\mu}$$

μ: permeabilità magnetica assoluta

$\mu = \mu_0 \mu_R$

LEGGE DI AMPERE NEI MEZZI MATERIALI

$$\oint_c \vec{H}\, d\vec{\ell} = I_c \qquad [H] = \frac{A}{m} \Rightarrow$$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

$$B(r) = \begin{cases} \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} & R-a < r < R+a \\ 0 \text{ , fuori} & \end{cases}$$

sul piano medio in generale dentro il toro

$\forall z$

$a \ll R$: all'interno $r \simeq R$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R} = \mu_0 n I$$

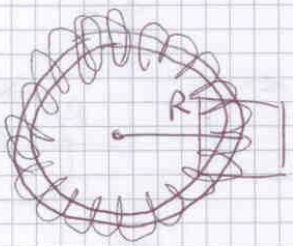
n : n° di spire per unità per unità di lunghezza

N : n° di spire totale

$\ell_{tot} = 2\pi R$

SOLENOIDE RETTILINEO INDEFINITO

(avvolgimenti di un filo)

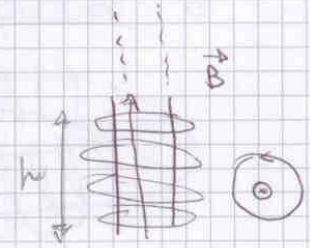


$$B = \begin{cases} 0 \text{ fuori} \\ \mu_0 n I \text{ dentro} \end{cases}$$

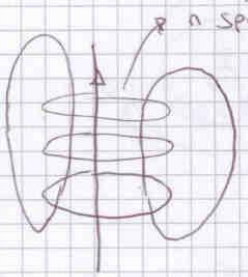
$R \to \infty$

mantenendo cost

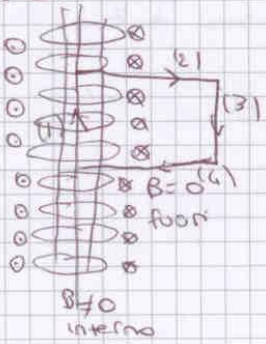
$n = cost$



C_0 per qualsiasi forma



n spire percorse tutte dallo stesso corrente



applico la legge di Ampère

$$\oint_C \vec{B}\, d\vec{\ell} = \left(\int_1 + \int_2 + \int_3 + \int_4 \right) \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$$

$B = 0$ fuori

$I_C = I$ - ie numero di spire $(n \cdot h)$

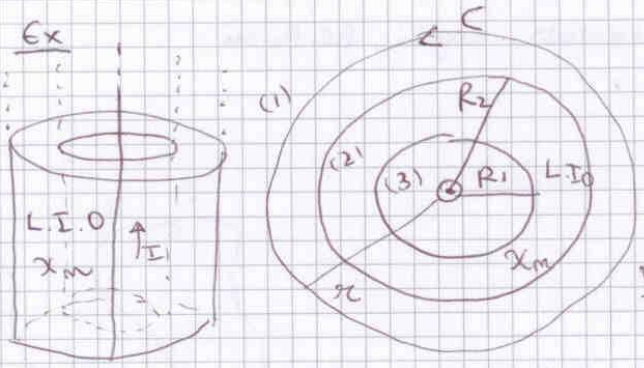
$$= \int \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int B\, d\ell = Bh$$

($\vec{B} \nparallel d\vec{\ell}$)

$$Bh = \mu_0 I_C = \mu_0 n I h \qquad B = \mu_0 n I$$

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XXIV lezione — 31/05/11

Ex



Le comp H avrà ei nee concentrico

$\forall r$! Le correnti di magnetizzazione si generano dal a partire dal materiale

$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{\ell} = I_C \quad \text{Conduzione}$$

$$\oint_C \vec{H}\, d\vec{\ell} = \oint_C H(r)\, d\ell = H(r)\int d\ell = H(r)\, 2\pi r$$

Se avessi considerato ~~le correnti~~ $\vec{B}$ avrei dovuto considerare le correnti di magnetizzazione

$$\forall r: \oint \vec{H}\cdot d\vec{\ell} = \oint_C H(r)\, d\ell = H(r)\int d\ell = H(r)\, 2\pi r$$

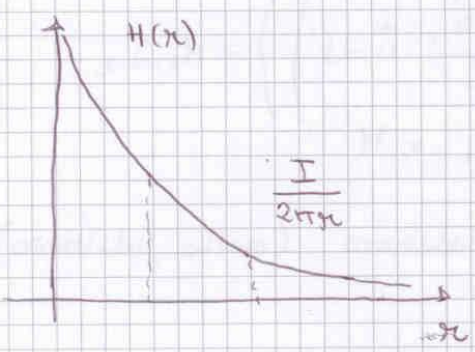
$I_C = I$

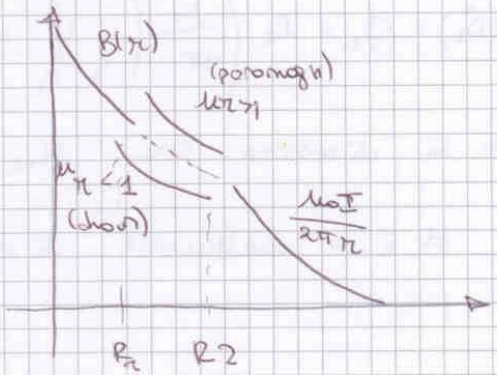
$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

$\Rightarrow$ indipendente dalla presenza della bucca

$$\vec{B} = \mu\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H}$$

$$B = \begin{cases} \mu_0 H = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} & r<R_1,\ r>R_2 \\ \mu_0\mu_r H = \dfrac{\mu_0\mu_r I}{2\pi r} & R_1<r<R_2 \end{cases}$$





Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

$\oint \vec{B}\,\hat{n}\,dS \Rightarrow$ quest'espressione rimane inalterata

$$\oint \vec{B}\cdot\hat{n}\,dS = 0 \qquad \oint \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = 0$$

$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{\ell} = I_C \qquad \oint_S \vec{D}\,\hat{n}\,dS = Q_{INT}$$

se correnti di magnetizzazione non hanno dissipazione (ex: elettroni negli orbitali)

$$\chi_m = \mu_r - 1 \gtrless 0$$

$\mu_r > 0$

DIAMAGNETICI
$\chi_m < 0$; 10^{-9} / 10^{-5}
$\mu_r \lesssim 1$

PARAMAGNETICI
> 0 10^{-6} / 10^{-3}
$\gtrsim 1$

FERROMAGNETICI (non lineare) $H \leftrightarrow B$
$\chi_m \gg 0$
$\mu_r \gg 1$

Ex

$I \rightarrow \vec{B}_0$ vuoto
L.I.O. $\vec{B} = \mu_r \vec{B}_0$
nello spazio

Ex

	χ_m	
N_2 gas	$-1{,}4 \cdot 10^{-9}$	diamagnetici
H_2O	$-9 \cdot 10^{-6}$	"
O_2 gas	$2 \cdot 10^{-6}$	paramagnetici
superconduttori	1	diam. perfetto

} sono indipendenti dalla temperatura

Per i materiali paramagnetici

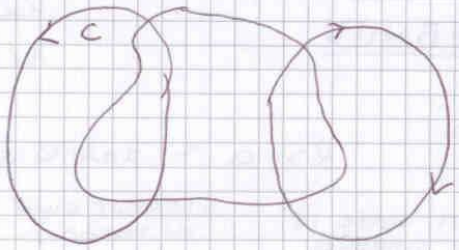
$$\chi_m = \frac{C\rho}{T}$$

C : costante di Curie
ρ : densità di massa

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica ELETTROMAGNETISMO XXIV lezione
31/05/11

Ex



Quanto vale ~~è effetto~~ $\vec{B}$ concatenato al circuito

$$\Phi_{a} = \int_{S(C)} \vec{B}\cdot\hat{n}\,dS = I \int_{S(C)} \left(\oint \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2} \right) \hat{n}\,dS = (L) I$$

→ L coefficiente di auto ~~induttanza~~ induzione
INDUTTANZA

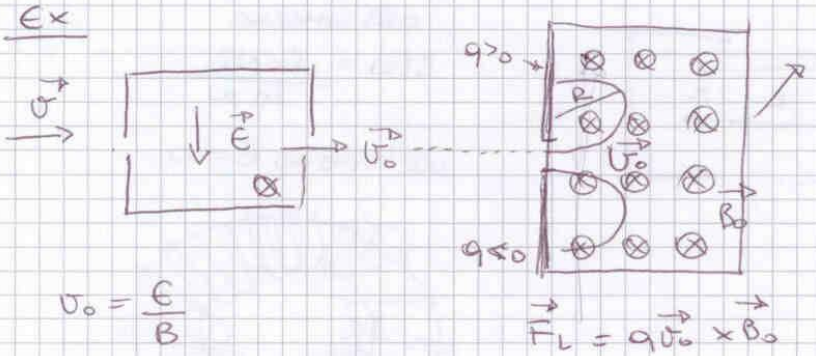
dipende solo se da geom indipendente da I

$$\boxed{L = \frac{\Phi}{I}} \quad \text{analogia} \quad \boxed{C = \frac{Q}{\Delta V}}$$

C dipende solo dalla geometria e del materiale

$$[L] = \frac{[\Phi]}{[I]} = \frac{T\,m^2}{A} = H \longrightarrow \text{Henry}$$

Ex



$$v_0 = \frac{E}{B}$$

selettore di velocità

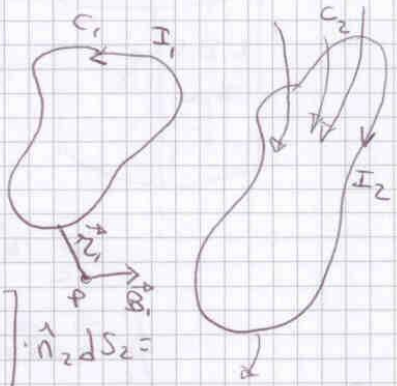
$$\vec{F}_L = q\vec{v}_0 \times \vec{B}_0$$

m, q > 0

COEFF. DI MUTUA INDUZIONE

C_1, C_2 chiusi, orientati, rigidi, filiformi
I_1, I_2

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint \frac{d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$



$$\Phi_2(\vec{B}_1) = \Phi_{12}$$

$$\Phi_{12} = \int_{S_2(C_2)} \vec{B}_1 \cdot \hat{n}_2 \, dS_2 = \int_{S_2(C_2)} \left[\oint \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{\ell}_1 \times \hat{r}_{12}}{r_{12}^2} \right] \cdot \hat{n}_2 \, dS_2 =$$

prendo come superficie questo di contorno C_2

$$\Rightarrow \Phi_{12} = \int_{S_2(C_2)} \vec{B}_1 \cdot \hat{n}_2 \, dS_2 = \int_{S_2(C_2)} \left[\oint \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{\ell}_1 \times \hat{r}_{12}}{r_{12}^2} \right] \cdot \hat{n}_2 \, dS_2$$

$$\Rightarrow I_1 \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \left[\int_{S(2)} \oint \frac{d\vec{\ell}_1 \times \hat{r}_{12}}{r_{12}^2} \cdot \hat{n}_2 \, dS_2 \right] \right) = \underbrace{M_{12}}_{\text{coefficiente di mutua induzione}} I_1 = \Phi_{12}$$

sono tutte quantità geometriche

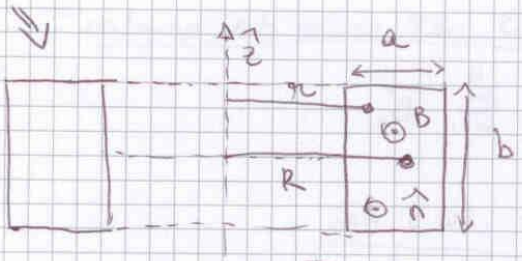
$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi} \oint_{C_2} \frac{d\vec{\ell}_2 \times \hat{r}_2}{r_2^2}$$

$$\Phi_1(\vec{B}_2) = \Phi_{21} = I_2 \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \left(\int_S \oint_{C_2} \frac{d\vec{\ell}_2 \times \hat{r}_{21}}{r_{21}^2} \hat{n} \, dS' \right) \right) = M_{21} I_2$$

$\hookrightarrow$ si dimostra che $M_{12} = M_{21} = M$

M è il coefficiente di mutua induzione (mutua induttanza)

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XXV lezione — 11/06/11



$L = \frac{\Phi}{I}$

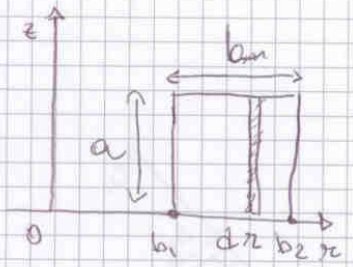
$\Phi = N \Phi_{spira}$

$\hat{n}$ è normale alla superficie

B non è uniforme

$\Phi = \int_{spira} \vec{B} \hat{n} dS = \int_{spira} B dS =$

$= \int_{b_1}^{b_2} \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} a \, dr = \frac{\mu_0 N I a}{2\pi} \int_{b_1}^{b_2} \frac{dr}{r} =$



$= \frac{\mu_0 N I a}{2\pi} \ln \frac{b_2}{b_1}$

$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{N \Phi_{spira}}{I} = \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi} \ln \frac{b_2}{b_1}$

così semplice

$R \gg b$

$\frac{b_2}{b_1} = \frac{R + \frac{b}{2}}{R - \frac{b}{2}} = \frac{1 + \frac{b}{2R}}{1 - \frac{b}{2R}}$

SVILUPPO DI TAYLOR

$\frac{1}{1-x} \simeq 1 + x$

per taylor?

$\simeq \left(1 + \frac{b}{2R}\right)\left(1 + \frac{b}{2R}\right) = \left(1 + \frac{b}{2R}\right)^2$

$\simeq 1 + \frac{b}{R} + \frac{b^2}{2R}$

$\ln(1+x) \simeq x$

$\ln \frac{b_2}{b_1} \simeq \ln\left(1 + \frac{b}{R}\right) \simeq \frac{b}{R}$

$L \simeq \frac{\mu_0 N^2 a b}{2\pi R} = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell}$

$R = \frac{mv_0}{qB_0}$ $\quad \frac{m}{q} = \frac{RB_0}{v_0} = R\frac{BB_0}{\epsilon}$

SOLENOIDE RETTILINEO INDEFINITO

~~XXV~~ Lezione 11/06/11



$B = \mu_0 I n$

$l \gg a \sim$ rettilineo indefinito (trascuriamo gli effetti di bordo)

ie flusso è n volte ie flusso della singola spira

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

$$\Phi = NB\pi a^2 = NBS = NS\mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} I$$

$$L = \frac{\Phi}{I} = \boxed{\mu_0 \frac{N^2 S}{l} = L}$$

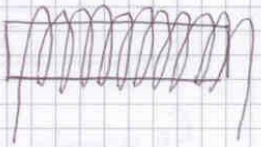
analogia condensatore

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

Se riempiamo lo spazio con L.I.O (μ_R)

$$B = \mu_R B_0 = \mu_R \mu_0 \frac{N}{l} I$$

$$L = \mu_R \mu_0 \frac{N^2 S}{l} = \mu_R L_0$$



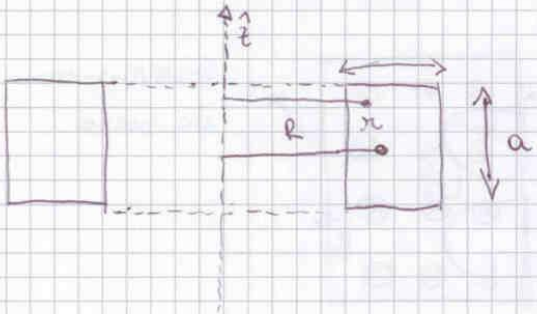
analogia

$\mu_R \geq 1$

~~$L = \mu_R \mu_0 N^2 l$~~

$C = \epsilon_R C_0$ $\quad \epsilon_R > 1$

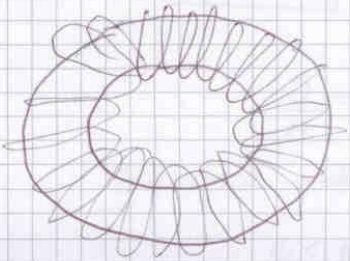
SOLENOIDE TOROIDALE



all'interno

$$B(r) = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

all'esterno $B = 0$



Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XXV lezione 1/06/11

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl\sin\varphi}{r^2} = \underset{dl=dy}{} \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\sin\varphi\sin^2\varphi}{R^2}dy$$

$$B = \int_{semifilo} dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\int_0^{\infty}\sin\varphi^3 dy =$$

$$\tan^2\varphi\cdot\cos^2\varphi = \sin^2\varphi \Rightarrow \frac{\sin^2\varphi}{\cos^2\varphi}\cdot\cos^2\varphi =$$

$$R = y\tan\varphi$$

$$y = \left(\frac{R}{\tan\varphi}\right) \qquad dy = R\left(-\frac{1}{(\tan^2\varphi)}\right)\cdot\frac{1}{\cos^2\varphi}d\varphi$$

$$B = \int_{semifilo} dB = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}\int_0^{\infty}\sin^3\varphi\, dy = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\int_{\frac{\pi}{2}}^{0}\sin^3\varphi\, R\left(-\frac{1}{\sin^2\varphi}\right)d\varphi$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\cos\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{0} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\cdot 1 \qquad \text{(vale per i fili (1),(3))}$$

2 caso



$$d\vec{B} = dB(-\hat{z}) \qquad dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{|d\vec{l}\times\hat{r}|}{r^2} =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{dl}{R^2}$$

$d\vec{l}\perp\hat{r}$

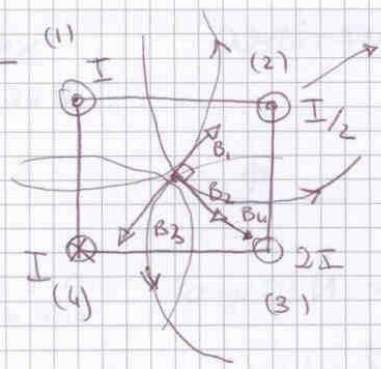
$$B = \int_{semispira} dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\int_{semispira} dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\pi R = \frac{\mu_0 I}{4R}$$

P

$$\vec{B} = (-\hat{z})\frac{\mu_0 I}{4\pi R} + (-\hat{z})\frac{\mu_0 I}{4R} + (-\hat{z})\frac{\mu_0 I}{4\pi R} = -\hat{z}\frac{\mu_0 I}{4R}\left(\frac{2}{\pi}+1\right)$$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Ex



quadrato

B nel centro del quadro

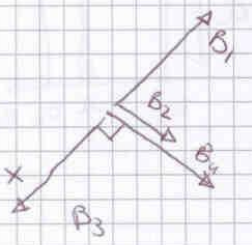
$\vec{B} = \sum_{k=1}^{4} \vec{B}_k$

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ fleo

$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi}$

$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a/\sqrt{2}} = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi a}$

$B_2 = \frac{B_1}{2}$ $B_3 = 2B_1$ $B_4 = B_1$



$B_x = B_3 - B_1 = B_1$

$B_y = \frac{3}{2} B_1$

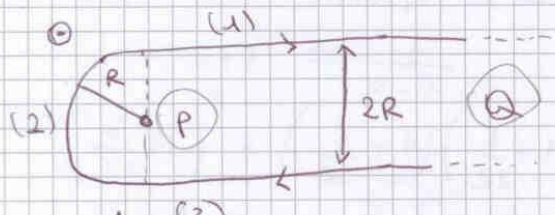
$\vec{B} = B_1 \hat{x} + \frac{3}{2} B_1 \hat{y}$

$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi a} \left(\hat{x} + \frac{3}{2} \hat{y} \right)$

ogni volta che si chiede $\vec{B}$ in un qualsiasi punto generico
↳ traccio le linee di flusso

Ex:

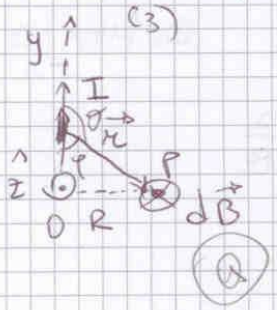
FILO PERCORSO DA I



$\vec{B}$ in P o in Q ?

$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$

$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^2}$



$d\vec{B} = dB(-\hat{z})$

non dovrebbe essere θ ?

$|d\vec{\ell} \times \hat{r}| = d\ell \sin\theta = d\ell \sin(\pi - \varphi) = d\ell \sin\varphi$

$R = r \sin\varphi$

$r = \frac{R}{\sin\varphi}$

$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\ell \sin\varphi}{r^2}$ $d\ell = dy$

$\varphi = \pi - \theta$

$\theta = \pi - \varphi$

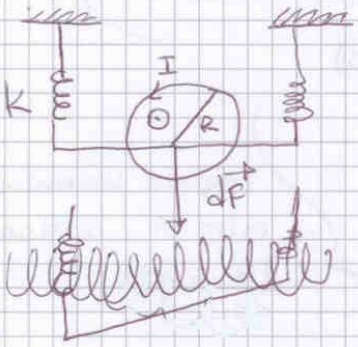
Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XXV lezione 1/06/11

Es : filo indefinito rettilineo

(posizione di equilibrio

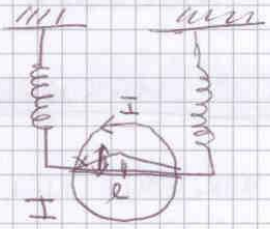
I nel filo e nel solenoide:

di quanto si muove il filo?



$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$

$B = \mu_0 n I$



$F_m = I l B$

$l = 2\sqrt{R^2 - x^2}$

$F_m = 2Kx$

Solo in equilibrio

$F_{elastica} = F_{magnetica}$

$I 2\sqrt{R^2 - x^2}\, \mu_0 n I = 2Kx$

$I^2 n \mu_0 \sqrt{R^2 - x^2} = Kx$

$\frac{I^2 n \mu_0}{K} \sqrt{R^2 - x^2} = x$

$\alpha \sqrt{R^2 - x^2} = x$

$\alpha^2 (R^2 - x^2) = x^2$

$x^2 (1 + \alpha^2) = \alpha^2 R^2$

$x^2 = \frac{\alpha^2 R^2}{1 + \alpha^2} = \frac{R^2}{1 + 1/\alpha^2}$

$x = \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{1}{\alpha^2}}} = 7{,}5 \text{ cm}$

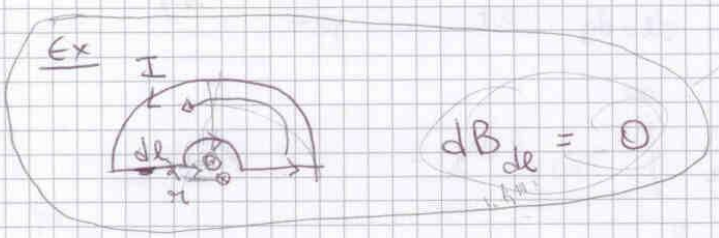
XXVI lezione
6/06/11

Q: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_3 = -\hat{z}\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\cdot 2 = -\hat{z}\frac{\mu_0 I}{\pi R}$

$B_2 \sim 0$

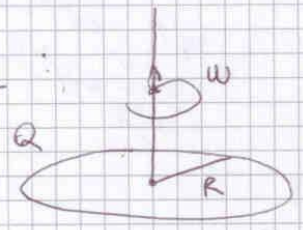
a grande distanza li posso considerare infiniti

Ex



$dB_{dl} = 0$ perché

Ex:



Q uniform

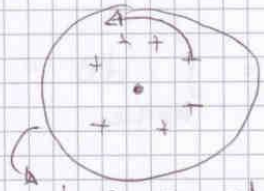
$\vec{B}$ nel centro ?

$\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$

$dQ = \sigma 2\pi x\, dx$

$dI = \frac{dQ}{T} = \frac{\sigma 2\pi x\, dx}{2\pi/\omega} = \omega\sigma x\, dx$

Q > 0



da luogo ad una serie di spire concentriche

$dB = \frac{\mu_0 dI}{2r} = \frac{\mu_0 \omega\sigma x\, dx}{2x} = \frac{\mu_0 \omega\sigma\, dx}{2}$

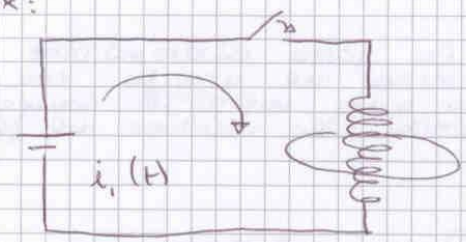


$B = \int_{disco} dB = \int_0^R \frac{\mu_0}{2}\omega\sigma\, dx = \frac{\mu_0}{2}\omega\sigma R\frac{\pi R}{\pi R^2} = \boxed{\frac{\mu_0 \omega Q}{2\pi R}}$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XXVI Lezione 6/06/11

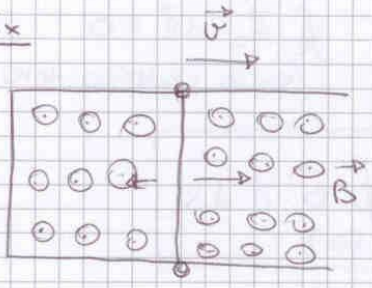
Ex:



$i_1(t) \Rightarrow i_2(t) \neq 0$

i_1 costante nel tempo $\Rightarrow i_2 = 0$

Ex



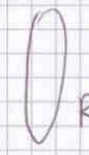
$\vec{v} \neq 0 \Rightarrow i(t) \neq 0$

fem indotta f_i, $\mathcal{E}_i$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

↳ vale $\forall$ linea chiusa

LEGGE FARADAY
L. FARADAY-NEUMANN-LENZ
L. FARADAY-HENRY



$$i(t) = \frac{\mathcal{E}_i}{R}$$

Il campo elettrico indotto non è conservativo

$$\oint_C \vec{E}_i \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt} \int_{S(C)} \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS$$

$\mathcal{E}_i$ — $\Phi(\vec{B})$ — superficie qualunque di contorno C

bisogna orientare la linea e la superficie ~~in modo~~ allo stesso modo

$\mathcal{E}_i \Rightarrow \mathcal{E}_i$ non conservativo, orientamento di S dipende da C, qualunque S di contorno C perché $\vec{B}$ è solenoidale sempre

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

① $\oint \vec{E}_S \cdot \hat{n}\, dS = \frac{Q_{TOT}}{\varepsilon_0}$ $\forall S$ (Gauss nel vuoto)

$\oint_S \vec{D} \cdot \hat{n}\, dS = Q_{tot\ libere}$ (Gauss nella materia)

ELETTRO-STATICA

III $\oint \vec{E}_S \cdot d\vec{\ell} = 0$ $\forall C$ (CONSERVATIVO)

II $\oint \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS = 0$ $\forall S$ (SOLENOIDALE)

IV $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{conc}$ $\forall C$ (AMPERE)

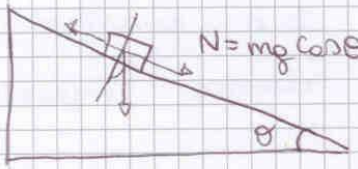
$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I_{con.\ impress}$

regime stazionario
correnti continue
$\frac{dQ}{dt} = 0$
$\vec{J}$ solenoidalità

LEGGI DI MAXWELL

CORRENTI VARIABILI NEL TEMPO (CADE L'ELETTROSTATICITÀ)

$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$

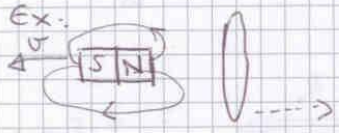


$F_x = mg\sin\theta - \mu_d\, mg\cos\theta =$
$= mg(\sin\theta - \mu_d \cos\theta)$
$\sin\theta_c = \mu_d \cos\theta_c$
$tg\theta_c = \mu_d$

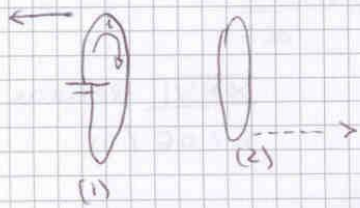
$F_x = mg\sin\theta - f_{dr}$ ηv_x

$v_x = \frac{mg\sin\theta}{\eta}$

VARIAZIONE DI CAMPI MAGNETICI



movimento relativo:
$i(t) \neq 0$



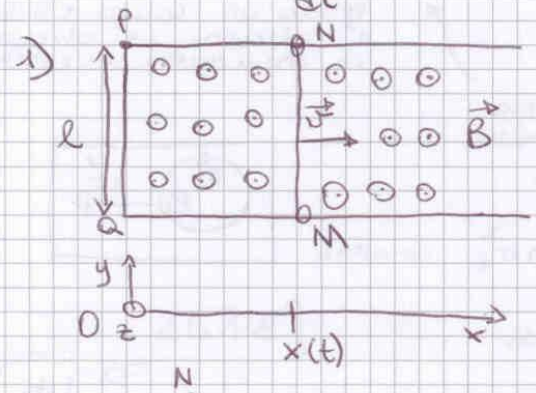
movimento relativo
$i_2(t) \neq 0$
i_1 qualunque

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XXVII lezione — 7/06/11

Ex $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$

1)



Coniche nella sbarretta

$\vec{F}_L = q\vec{v}\times\vec{B} \;/\!/\; \hat{y}$

$\vec{E}_i = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{\vec{F}_L}{q} = \vec{v}\times B$ solo su HN

HNPQ: linea chiusa

$\mathcal{E}_i = \oint_{HNPQ} \vec{E}_i\, d\vec{\ell} = \int_H^N E_i\, d\vec{\ell} =$

$= \int_H^N (\vec{v}\times\vec{B})\, d\vec{\ell} = -\int_H^N vB\, d\ell = -vB\int_H^N d\ell = -vB\ell$

$(\vec{v}\times\vec{B}) \nparallel d\vec{\ell}$

$x(t) - 0 = QH$

$\Phi(\vec{B}) = \oint_{S(HNPQ)} \vec{B}\cdot\hat{n}\, dS = \int_S B\, dS = BS = B\ell x$

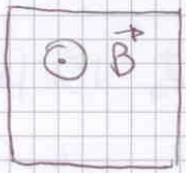
$\vec{B} /\!/ \hat{n}$

$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}(B\ell x) = B\ell\frac{dx}{dt} = B\ell v$ — INDUZIONE DI MOVIMENTO

$-\frac{d\Phi}{dt} = -B\ell v = -vB\ell = \mathcal{E}_i$

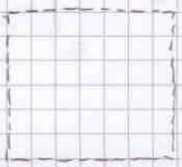
Faraday

Ex



$B(t)$ variabile nel tempo $\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$

$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$

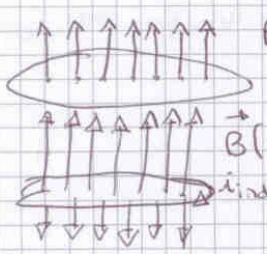


INDUZIONE DI TRASFORMAZIONE

nello spazio ho un campo elettrico indotto. Se ho la variazione di $B(t)$

$\oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$ ⇒ è conservativo solo in elettrostatica

- " - " : LEGGE DI LENZ: la forza elettromotrice indotta determina nel circuito una corrente i che a sua volta crea un campo $\vec{B}$ che si oppone alla variazione del flusso.



$\Phi(\vec{B})$ varia nel tempo

- se ci sono anche q in quiete

$\mathcal{E}_s$ cons $\quad \oint_c \vec{E}_c \cdot d\vec{l} = 0$

⇒ $\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_s$ campo elettrico totale

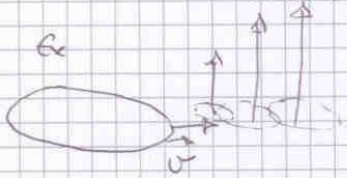
III legge di MAXWELL per il campo $\vec{E}$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \oint_{S(c)} \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS$$

- "d" / dt derivata totale del flusso associato al flusso di $\vec{B}$

$\Phi(\vec{B})$ può variare se:

1) $\vec{B}(t)$, circuito in quiete, rigido — cambia $\vec{B}$
2) Circuito rigido che si muove in un $\vec{B}$ costante (indipendente dal tempo) non uniforme — cambia posizione di C in $\vec{B}$ non uniforme



3) circuito deformabile (porzioni del circuito variano nel tempo in presenza di $\vec{B}$) — cambia $S(c)$

4) una qualunque combinazione delle 1-3

Ex



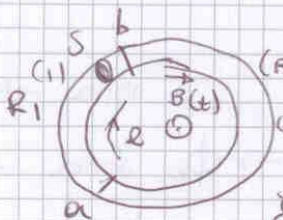
$\Phi = 0$ $\quad \vec{n} \perp \vec{B}$ $\quad \frac{d\Phi}{dt} = 0 \Rightarrow \mathcal{E}_i = 0$

C può essere una linea qualunque.

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XXVII lezione — 7/06/11

b)

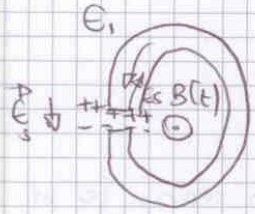


$R_1 = \rho \frac{l}{S}$

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = \int_{a(1)}^{b} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{b(2)}^{a} \vec{E}_i \cdot d\vec{l} \neq 0 = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = R_1 i$; $\int_{b(2)}^{a} \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = R_2 i$

B variabile



se $\vec{B}(t)$ varia non troppo rapido

dopo un breve tempo nel transitorio nelle due pareti si inizierà a creare un campo elettrostatico che andrà a contro bilanciare il campo di induzione elettrica

$$\forall t \quad \frac{\vec{F}_{tot}}{q} = \vec{E}_i + \vec{E}_S = 0$$

$$0 = \oint \vec{E}_S \cdot d\vec{l} = \int_{\text{da fuori}}^{b} \vec{E}_S \cdot d\vec{l} + \int_{b}^{a}{}_{\text{lungo quello}} \vec{E}_S \cdot d\vec{l} = V_a - V_B - \int_{\text{filo}}^{b} \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

$\vec{E} = -\vec{E}_i$

! posso parlare di differenza di potenziale solo se c'è un campo elettrostatico

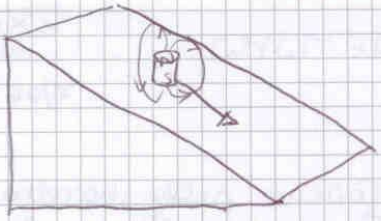
$V_a - V_b = \int_b \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$ $\quad a \to b$ senza contatto elettrico

$V_a - V_b = \oint_c \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = \mathcal{E}_i$

↳ dimostrazione che $\mathcal{E}_i$ genera una differenza di potenziale.

⇒

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011



$B(\vec{t})$

Per quanto detto $\vec{B}(t) \Rightarrow$ genero un campo elettrico di induzione $\Rightarrow$ ottengo un movimento di cariche

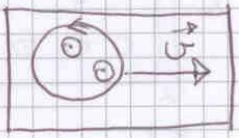
il magnete genera un campo $\vec{B}$ costante se rimane fermo $\Rightarrow$ il movimento $\vec{B}$ varia nel tempo ($B(t)$)



$mgh = \frac{1}{2}mv_f^2$ no-attriti

$= \frac{1}{2}mv^2 + \epsilon_{diss}$

$v < v_f$

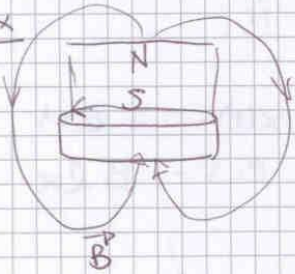


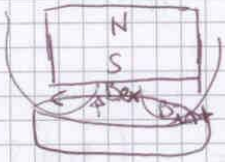
$\int B \hat{n} dS$ diminuisce

$\Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} < 0$

Ex: freni delle rotaie

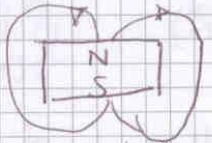
Ex





$\vec{B}$ esterno diminuisce

LE CORRENTI INDOTTE CONTRASTANO ~~IL FLUSSO~~ LA VARIAZIONE DEL FLUSSO



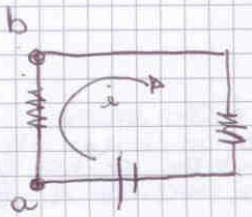
↳ deve creare delle correnti indotti tali da contrastare la forza di gravità

$\oint_c \vec{E}_i d\vec{l}$

- $\oint_c \vec{E}_s \cdot d\vec{l} = 0$
- legge di Ohm generalizzata

$$T_{ab} = \int_a^b \vec{E} d\vec{l} = \int_a^b \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{l} + \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{E}_n \cdot d\vec{l} + (V_a - V_b) = R_i$$

(a)



$$T_{ab} = \int_a^b \vec{E} d\vec{l} = \underbrace{\int_a^b \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{l}}_{\text{fuori dal generatore}} + \int_a^b \vec{E}_s \cdot d\vec{l} = V_a - V_b = R$$

$\Rightarrow$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XXVII lezione 7/06/11

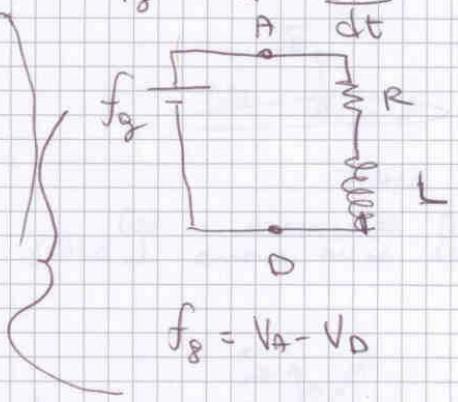
$$\mathcal{E}_i - L\frac{di}{dt} = Ri \longrightarrow \mathcal{E}_i = Ri + L\frac{di}{dt}$$ equazione differenziale

$$\oint_c \vec{E}\,d\vec{l} = \mathcal{E}_i + \mathcal{E}_c + f_g = Ri \longrightarrow \mathcal{E}_i + f_g = Ri + L\frac{di}{dt}$$

Ex: no $\vec{B}$ ext variabile

$$f_g = Ri + L\frac{di}{dt}$$

$$V_A - V_D = Ri + L\frac{di}{dt}$$



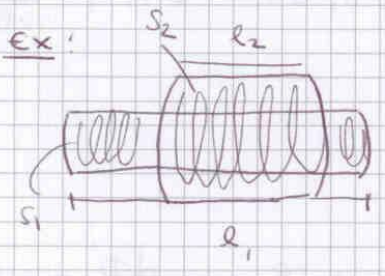
$R = 0$ (autoinduzione)

$$V_A - V_D = L\frac{di}{dt}$$

$$f_g = V_A - V_D$$

XXVIII lezione 08/06/11

Ex:

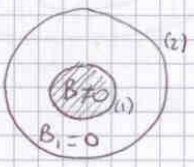


$$M_{12} = \frac{\Phi_2(\vec{B}_1)}{i_1}$$

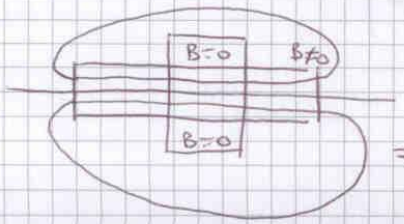
$$M_{21} = \frac{\Phi_1(\vec{B}_2)}{i_2}$$

$l_1 \gg l_2$ $\quad M_{12} = M_{21} = M$

$B = \mu_0 n i$



NEL ~~VUOTO~~ VUOTO

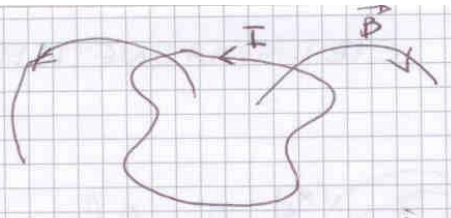


$$\Phi_{12} = \Phi_2(\vec{B}_1) = \underbrace{(\mu_0 n_1 i_1)}_{B_1} S_1 N_2 = \mu_0 \frac{N_1}{l_1}$$

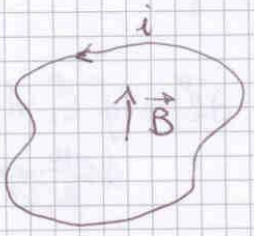
$$\Rightarrow \mu_0 \frac{N}{l_1} i_1 S_1 N_2 = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l_1} S_1 i_1 \Rightarrow \boxed{M = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l_1} S_1}$$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

$L = \frac{\Phi_a}{I}$



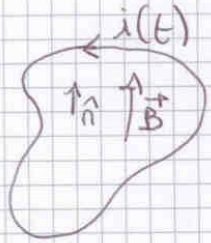
$\Phi_a = Li$

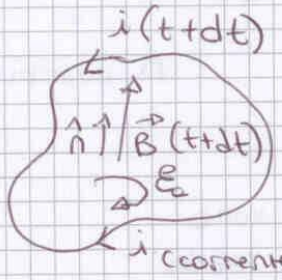


i varia → $\vec{B}$ varia → Φ_a varia →

$\mathcal{E}_a = -\frac{d\Phi}{dt}$ → corrente oppure di segno

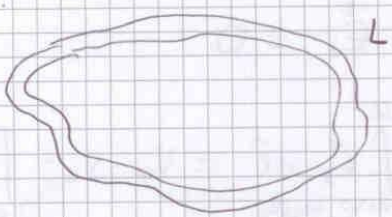
LEGGE DI LENZ





(!) è segno meno fa sì che la corrente non cresca a fino all'infinito

Ex:



$i(t=0) = 0$

$\vec{B}$ esterno

Se $\vec{B}$ varia nel tempo:

$\frac{d\Phi}{dt} = cost \rightarrow \mathcal{E}_i = cost = Ri \Rightarrow$

$\Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}$ → i → Φ_a cost → $\frac{d\Phi_a}{dt} = 0$

$\vec{B}$ varia non linearmente : $\oint_c \vec{e}\, d\vec{l} = \mathcal{E} = \mathcal{E}_i + \mathcal{E}_a = \mathcal{E}_i - \frac{d\Phi_a}{dt} =$

$= Ri$

$\frac{d\Phi_a}{dt} = \frac{d(Li)}{dt} = L\frac{di}{dt}$ ⇒ circuito rigido → L costante

$\mathcal{E}_i - L\frac{di}{dt} = Ri \rightarrow \mathcal{E}_i = Ri + L\frac{di}{dt}$ ⇒

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XXVIII Lezione — 08/06/11

$i_2(t) \rightarrow \Phi_1 = M i_2 \rightarrow \mathcal{E}_{i_1} = -\frac{d\Phi}{dt} = -M\frac{di_2}{dt} \Rightarrow i_1 = \frac{\mathcal{E}_{i_1}}{R_1} = -\frac{M}{R_1}\frac{di_2}{dt}$



$i_2(t) = \text{cost} \Rightarrow i_1(t) = 0$

$i_2(t) = Kt \Rightarrow i_1(t) = -\frac{M}{R_1}K$ cost

$i_2(t) = \beta t^2 \Rightarrow i_1(t) = -\frac{M}{R_1} 2\beta t$ crescente in modulo

$i_2(t) = i_0 e^{-t/\tau} \Rightarrow i_1(t) = -\frac{M}{R_1} i_0 \left(-\frac{1}{\tau}\right) e^{-t/\tau} = \frac{M}{R_1}\frac{i_0}{\tau} e^{-t/\tau}$ decrescente in modulo

TEST A CROCETTE



A) non può essere associato nessun Pot. Potenz. elettr.
B) ∄ 1 solo pot. elettrostat.
C) esistono infiniti potenz. elettrost.
D) ∃ potenz elett. solo nel vuoto

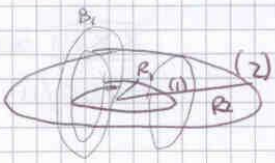
→ se ie campo fosse conservativo $V(\vec{r}) = V'(\vec{r}) + \text{cost}$

GIUSTA $\oint \vec{E}\, d\vec{e} \neq 0$

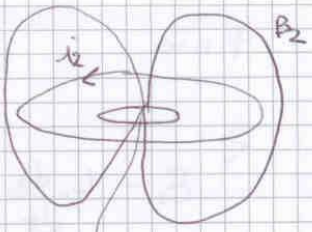
② DATO UN PIANO INDEFINITO UNIF. CARICO
superfici equipotenziali
A) piani ⊥ piano
B) sfere
C) parall. rette nel piano
D) piani // piano

Se non fosse stato uniforme non sarebbe stato nessuno

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$



$R_1 \ll R_2$



↳ mi interessa solo le flusso di B_2 sulle centro

$$\Phi_{21} = \Phi_1(\vec{B}_2) \simeq S_1 B_2 \quad (\text{centro della spira 2})$$

$\vec{B}_2 \perp$ piano spira 1

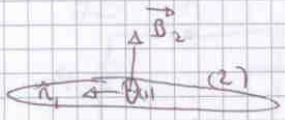
$\vec{B}_2 \parallel \hat{n}$

$$= \pi R^2 \frac{\mu_0 i_2}{2R_2}$$

Nel vuoto

$$M = \frac{\Phi_{21}}{i_2} = \frac{\pi \mu_0}{2} \cdot \frac{R_1^2}{R_2}$$

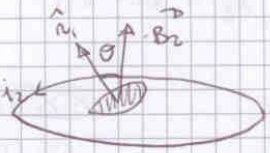
Ex



CASO LIMITE

(1) concentrica a (2)
(1) su un piano $\perp$ a (2)

Ex



$$\Phi_{21} = \int_{S_1} \vec{B}_2 \cdot \hat{n}_1 \, dS = \vec{B}_2 \hat{n}_1 S_1 = \frac{\mu_0 i_2}{2R_2} \cos\theta \pi R^2$$

$$M = \frac{\pi \mu_0}{2} \frac{R_1^2}{R_2} \cos\theta$$

Ex



$R_1 \ll R_2$

Imposta:

$i_2(t) \rightarrow \Phi_{21} = M i_2 \rightarrow \mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi}{dt} = -M \frac{di_2}{dt}$

$\mathcal{E}_{i_1} = \mathcal{R} i_2$ ← vale trascurando l'auto-induzione

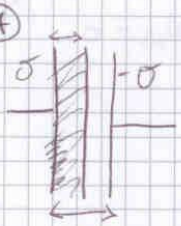
$\left(\mathcal{E}_{i_1} = \mathcal{R} i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} \right)$

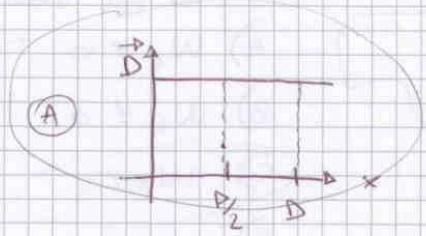
$\mathcal{R}_1$: resistenza totale spira 1

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

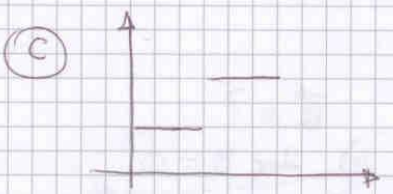
Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XXVIII ediz. — 08/06/11

(7)









sarebbe stato questo per il campo elettrico

$\oint_S \vec{D} \cdot \hat{n}\, dS = Q_{libera}$

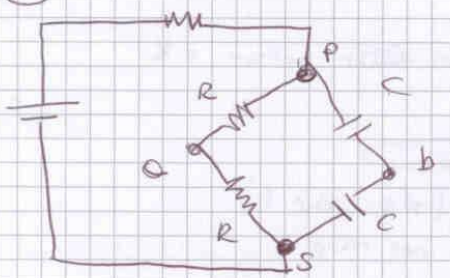
$DS = Q_{libero}$

$DS = \sigma S$

$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$

$\vec{E} = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$

(8)



$V(a) - V(b)$

A) > 0

B) $= 0$

C) < 0

D) non è a regime

$V(a) - V(b) = [V(a) - V(S)] - [V(b) - V(S)]$

PARTIZIONE RESISTIVO

$V(a) - V(S) = [V(P) - V(S)] \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}[V(P) - V(S)]$

$\Delta V = RI$

$C = \frac{Q}{\Delta V} \rightarrow \Delta V = \frac{Q}{C}$

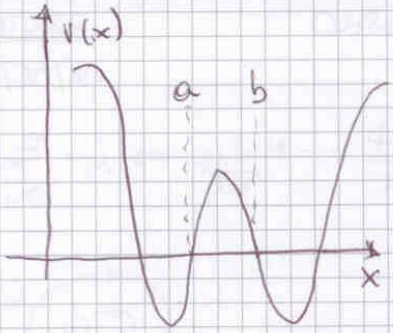
$\Delta V_{C_1} + \Delta V_{C_2} = V(P) - V(S) = \frac{1}{2}[V(P) - V(S)]$

In serie i condensatori hanno la stessa carica

C è lo stesso

$C_1 = \frac{Q}{\Delta V} \rightarrow \Delta V_1 = \Delta V_2$ TOT $\rightarrow 0$

③



E_x a, b

A) $E_x(a) > E_x(b)$
B) $E_x(a) < E_x(b)$
C) " = "
D) dipende dalla carica di prova

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}\right) = -\frac{\partial V}{\partial x}\hat{x} - \frac{\partial V}{\partial y}\hat{y} - \frac{\partial V}{\partial z}\hat{z}$$

$$\left.\frac{dV}{dx}\right|_a > 0 \rightarrow E_x(a) < 0$$

$$\left.\frac{dV}{dx}\right|_b < 0 \rightarrow E_x(b) > 0$$

④



Ordinare in ordine crescente in base al lavoro compiuto dalle forze del campo per spostare una q positiva

A) 3 1 2
B) 2 1 3
C) 1 3 2
D) 3 2 1

$$W = \int_a^b F(x)\,dx = \int_a^b q\vec{E}\cdot d\vec{\ell} = q\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$$

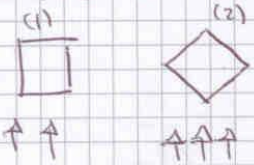
$$\vec{E} = \vec{E}' + \vec{E}''$$

Se campo all'interno $\vec{E} = 0$

$W_{(1)} = 0$
$W_{(3)} > 0$

⑤ W dell'operatore (Fext) $\vec{F}_{operatore} = -q\vec{E}$

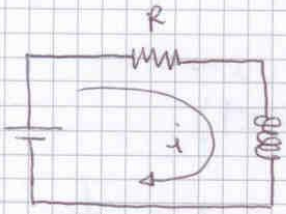
⑥ Conduttore cubico massiccio immerso in un campo elettrico



A) campo UAR, distr di cariche VOR
B) " VOR " non VOR
C) " non VOR " non VOR
D) " non VOR " VOR

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XXIX lezione 09/06/11



$$\mathcal{f} = Ri + L\frac{di}{dt}$$

$dt \rightarrow dq = i\,dt$

$\mathcal{f}\,dq$: lavoro compiuto dal generatore

$$\mathcal{f} = Ri + L\frac{di}{dt} \Rightarrow \mathcal{f}\,dq = Ri\,dq + L\frac{di}{dt}dq = Ri^2dt + Li\,di$$

ENERGIA DELL'INDUTTORE:

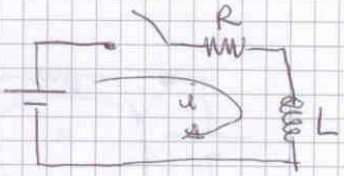
$dq = i\,dt$

$$dU_L = Li\,di \rightarrow U_L = \int_0^i Li\,di = \boxed{\frac{1}{2}Li^2}$$

$L = \mu_r L_0$ → nel vuoto

$U_C = \frac{1}{2}C\Delta V^2$

$U_L = \mu_r U_{L_0} \gtrless$ $\mu_r > 1$ nei paramagneti; $\mu_r < 1$ nei diamagneti



Commutazione $t = 0$

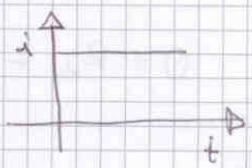
$t < 0$: $i = 0$ $\Delta V_R = 0$ $\Delta V_L = 0$

$t = 0^+$



IP $L = 0 \Rightarrow$

$$i = \frac{\mathcal{f}}{R}$$



Con gli induttori non posso avere una corrente con brusche variazioni

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{\mathcal{f}}{L} \qquad \tau = \frac{L}{R}$$ costante carica/scarica ind

$\tau = RC$

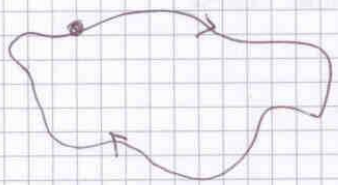
$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{\mathcal{f}}{L}$$ → differenziale → simile a quello dei condensatori

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = \frac{\mathcal{f}}{R}$$

$$i(t) = i_\infty\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = i_\infty = \frac{\tau\mathcal{f}}{L} =$$

$$= \frac{L}{R}\frac{\mathcal{f}}{L} = \frac{\mathcal{f}}{R} \Rightarrow \boxed{\frac{\mathcal{f}}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

(9)



$\vec{E}_S$ $\vec{E}_m$

cost (rispet. a t)

ie campo motore non è nullo

$W_S = \oint \vec{E}\, d\vec{l} = 0$

W tot delle forze campo

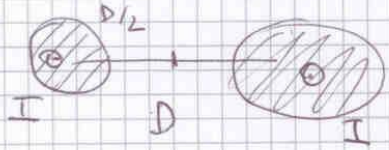
A) $W_S \neq 0$ + $W_M = 0$

B) $W_S \neq 0$

C) $W_M \neq 0$

D) $W = 0$

(10) Due cond. circolari



$\vec{B} = ?$

A) ~~$B = 0$~~

B) $B \neq 0$ // a

C) $B \neq 0$ ⊥ a

D) i dati sono insuff

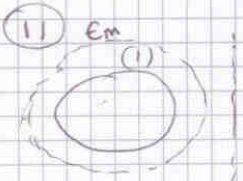


$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi D/2}$

(1) La distanza da considerare è quella dal centro dell'asse

(11) Spira immersa in un campo elettr. motore = K



$f_{em} \neq 0 \rightarrow i_1$

$i_1 = \frac{f_{em}}{R}$

cost nel tempo

$\rightarrow B_1 = \text{cost}$

$\Phi_2(\vec{B}_1) \neq 0$ cost

$f_{em_2} = 0 \quad i_2 = 0$

$E_m = 0$



$\Phi_2(\vec{B}_1) \neq 0$

$f_{em_2} = -\frac{d\Phi_2}{dt}$

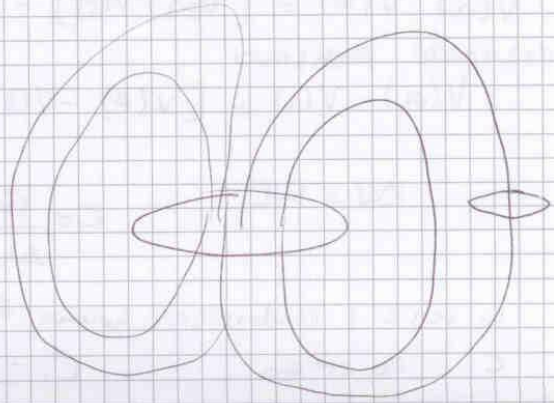
i_2

A) nullo

B) cost ($\neq 0$, indip t)

C) cres. nel tempo

D) decre nel tempo



Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica — ELETTROMAGNETISMO — ~~XXIX~~ lezione 09/06/11

$P_R(t) = R i_R^2(t) = R i_0^2 e^{-2t/\tau}$

$t > 0$

$$U_R = \int_0^\infty P_R(t)\,dt = R i_0^2 \int_0^\infty e^{-2t/\tau}\,dt = R i_0^2 \left(-\frac{\tau}{2}\right) e^{-2t/\tau}\Big|_0^\infty =$$

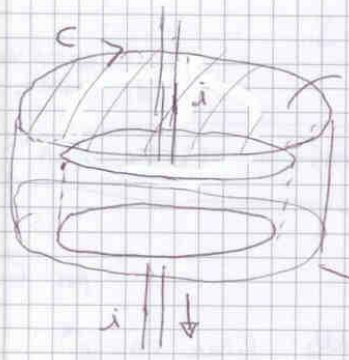
$$R i_0^2 \left(-\frac{\tau}{2}\right)(0-1) = \frac{1}{2} R \tau i_0^2 = \boxed{\frac{1}{2} L i_0^2 = U_L}$$

$$\vec{J}_{gen} = \vec{J} + \underbrace{\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{\vec{J}_S}$$

solo per correnti stazionarie ← $\forall S(C)$ per $\vec{J}$ solenoidale

ha linee chiuse

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_C = \mu_0 \int_{S(C)} \vec{J}\cdot\hat{n}\,dS$$



$$\int_{S_1} \vec{J}\cdot\hat{n}\,dS = i$$

tazza (superficie aperta)

$$\int_{S_2} \vec{J}\cdot\hat{n}\,dS = 0$$

$$J_S = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

nel vuoto

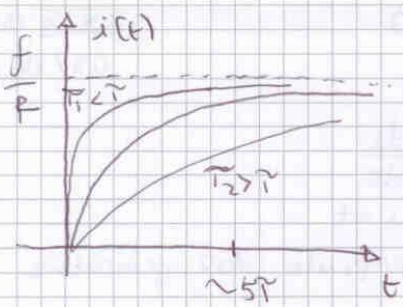
$$\int_{S_1} \vec{J}\cdot\hat{n}\,dS = i$$

AMPERE NON STAZIONARIA
↳ NON FUNZIONA

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_{S(C)} \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot\hat{n}\,dS$$

$\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ solenoidale sempre

A



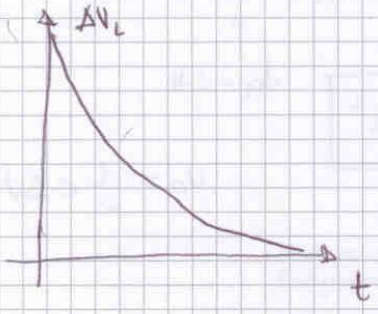
$t \ll \tau$

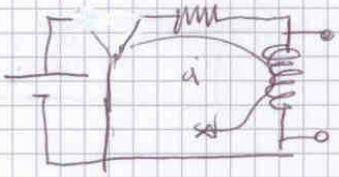
$(t \sim 0^+) \quad i \sim 0$

$(i(0^-) = i(0^+))$

$t \gg \tau \quad : \quad i = \frac{f}{R}$

$$\Delta V_L(t) = f - R i(t) = f - R \frac{f}{R}\left(1 - e^{-\tau/t}\right) = f\, e^{-t/\tau}$$





$t < 0 \quad i = \frac{f}{R}$

$t = 0$ com

$$0 = Ri + L\frac{di}{dt}$$

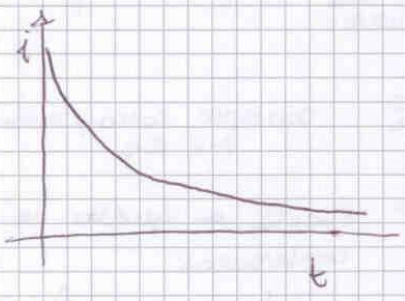
$0^+ \longrightarrow \infty$

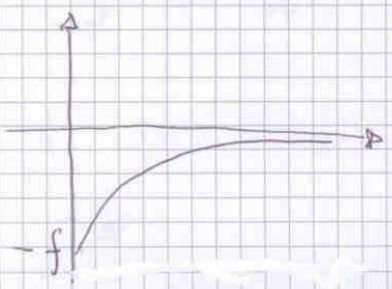
$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = 0 \qquad \tau = \frac{L}{R}$$

$$i(t) = i_0\, e^{-t/\tau} \qquad i_0 = \frac{f}{R}$$

$$i(0^+) = i_0 = i(0^-)$$

$$\Delta V_L = L\frac{di}{dt} = -Ri = \boxed{-f\, e^{-t/\tau}}$$





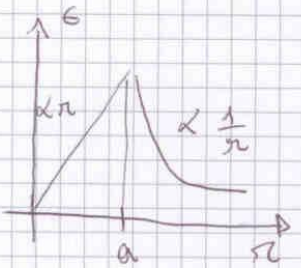
Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

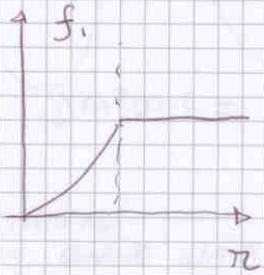
Fisica — ELETTROMAGNETISMO — XXIX Lezione 08/06/11

$r<a$ $\quad \oint_{\gamma(C)} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)\cdot \hat{n}\, dS = \mu_0 n K \pi a^2$

$2\pi r \mathcal{E} = \begin{cases} \mu_0 n K \pi r^2, & r \le a \\ \mu_0 n K \pi a^2 & r > a \end{cases}$

$\mathcal{E} \begin{cases} \frac{\mu_0 n K}{2} r, & r \le a \\ \frac{\mu_0 n K}{2} \frac{a^2}{r}, & r > a \end{cases}$





VUOTO

① $\oint_S \vec{E}\,\hat{n}\, dS = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ GAUSS

② $\oint_S \vec{B}\,\hat{n}\, dS = 0$ SOLENOIDALE

③ $\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B^{S(C)}}{dt}$ FARADAY

④ $\oint_C \vec{B}\, d\vec{\ell} = \mu_0 i_{conc} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi}{dt}$ AMPERE MAXWELL

XXX Lezione 10/06/11

NELLA MATERIA : L.I.O

$\oint \vec{D}\cdot\hat{n}\, dS = Q_{int.\,libera}$ $\qquad \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$

$\oint \vec{B}\cdot\hat{n}\, dS = 0$

$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_{(B)}^{S(C)}}{dt}$

$\oint \vec{H}\cdot d\vec{\ell} = i_{conc} + \frac{d\Phi_D^{S(C)}}{dt}$ $\qquad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r}$

$$= \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot \hat{n}\, dS + \mu_0 \varepsilon_0 \int \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \hat{n}\, dS = \mu_0 i_c + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int_{S(C)} \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS =$$

nel vuoto

$$= \mu_0 \left(i_c + \varepsilon_0 \frac{d\Phi}{dt} \right) \text{ nel vuoto}$$

$$= \mu_0 \left(i_c + \frac{d\Phi}{dt}(\vec{D}) \right) \text{ nelle materie}$$

Ex Solenoide con $i = kt$ $\quad k>0$ $\quad a = R$

Campo elettrico indotto in tutto lo spatio?



$$B = \mu_0 n\, i(t)$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int_{S(C)} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \cdot \hat{n}\, dS$$

sperimentalmente

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$ → anche con correnti in regime non stazionario

per $\vec{E}$ indotto

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS = 0 \quad \forall S \Rightarrow \vec{E} \text{ è solenoidale} \quad \underline{\text{linee chiuse}}$$

↳ ie campo non è conservativo

$\vec{E}$: linee chiuse invaniate verso l'asse di simmetria per rotazione

↳ linee circolari concentriche su asse ⊥ asse

$$\oint_C \vec{E}\, d\vec{\ell} = \oint_C E\, d\ell = \boxed{E\, 2\pi r} \quad \forall r$$

$E \parallel d\ell$ $\quad E = \text{cost}$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \mu_0 n \frac{di}{dt} = \mu_0 n k$$

$\vec{B} \nparallel \hat{n}$ $\quad B = \mu_0 n i$ $\quad -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \hat{n} = -(-1)\mu_0 n k$

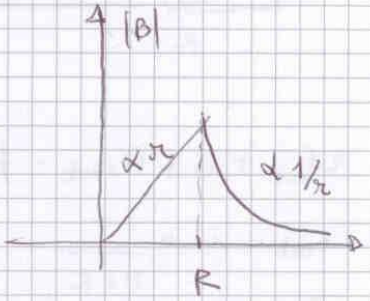
$r \le a$: $\int_{S(C)} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \cdot \hat{n}\, dS = \mu_0 n k \pi r^2$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011

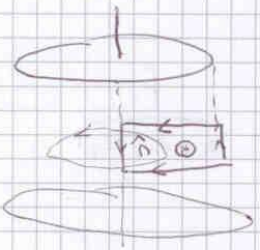
Fisica — ELETTROMAGNETISMO — ~~XXX~~ Lezione 10/06/11

$$\frac{B\,2\pi r}{\mu_0} = \begin{cases} -i(t)\dfrac{r^2}{R^2}, & r<R \\ -i(t) & r>R \end{cases}$$

$$B(r) = \begin{cases} -\dfrac{\mu_0}{2\pi} i(t)\dfrac{r}{R^2}, & r<R \\ -\dfrac{\mu_0}{2\pi} i(t)\dfrac{1}{r} & r>R \end{cases}$$



Ex ~~SRI~~ SPIRA RETTANGOLARE



$i(t) = Kt$ $\quad \mathcal{E} = ?$ Riprendo l'espressione sopra riportata per B

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} \qquad \vec{B} = B(r)\,\hat{\theta}$$

$$\Phi(\vec{B}) = \int \vec{B}\,\hat{n}\,dS = \int B(r)\,\hat{\theta}\cdot\hat{n}\,dS =$$

$$= (-1)\int B(r)\,dS = (-1)\int \frac{-\mu_0}{2\pi} i(t)\frac{r}{R^2}\,dS = \frac{\mu_0 i}{2\pi R^2}\int_S r\,dS$$



$dS = h\,dr$

$$= \frac{\mu_0 i}{2\pi R^2}\int_0^R r\,h\,dr = \frac{\mu_0 i h}{2\pi}\frac{R^2}{2} = \frac{\mu_0 i h}{4\pi}$$

$$f_{em} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\frac{\mu_0 i h}{4\pi}\right) = -\frac{\mu_0 h}{4\pi}\frac{di(t)}{dt} = \boxed{-\frac{\mu_0 h k}{4\pi}}$$

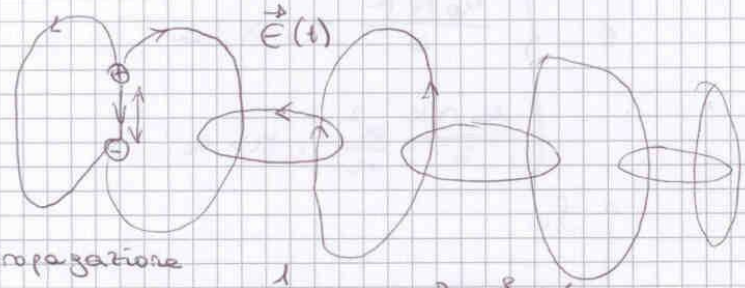
$Q=0$, $i=0$, ε_0

$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\,dS = 0$$

$$\oint \vec{B}\cdot\hat{n}\,dS = 0$$

$$\oint_c \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt}^{S(c)}$$

$$\oint_c \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0\varepsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}^{S(c)}$$

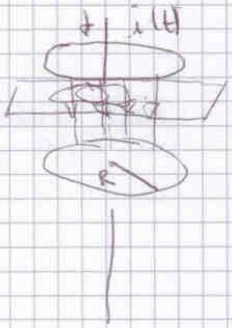


propagazione

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \simeq 3\cdot 10^8\ m/s$$

onde - elettro - magnetiche

Ex:



CONDENSATORE con $i(t)$ piano $\Rightarrow$ trovare $\vec{B}$ sul piano mediano

$$\oint \frac{\vec{B}\,d\vec{\ell}}{\mu_0} = \int_{S(c)} \left(\vec{J} + \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)\hat{n}\,dS = \int_{S(c)} \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\,\hat{n}\,dS$$

$\vec{J}$: conduzione

$\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$: spostamento

$J=0$ perché all'interno delle armature non scorre corrente

$$\frac{B\cdot 2\pi r}{\mu_0}$$

all'interno del condensatore

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(-\hat{z})$$

$$\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = (-\hat{z})\,\frac{\partial\, Q/S}{\partial t} = \frac{1}{S}(-\hat{z})\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{S}i(t)(-\hat{z}) \qquad \vec{E} = \frac{Q/S}{\varepsilon_0}(-\hat{z})$$

$r<R$

$$\int_{S(r)} \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\cdot\hat{n}\,dS = \int \frac{i(t)}{S_a}(-\hat{z})\cdot\hat{z}\,dS = \frac{i(t)}{S_a}(-1)\int_{S(r)} dS = \boxed{\frac{-i(t)}{\pi R_2}\pi r^2}$$

$r>R$

$$\int_{S(r)} \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\cdot\hat{n}\,dS = \int_{S(R)} \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\cdot\hat{n}\,dS = -it\,\frac{\pi R^2}{\pi R^2}$$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica ELETTROMAGNETISMO XXX Etio
10/06/11

ESERCITAZIONE

(1) È possibile mettere in moto un elettrone fermo tramite un $\vec{B}$ statico?
→ B statico = B cost

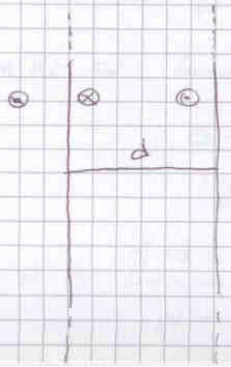
Risposta
No, non è possibile poiché per mettere in moto una particella in un $\vec{B}$ costante, quest'ultima → secondo la legge di LORENZ $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$ essendo $v = 0$ anche il prodotto vettoriale da cui scaturisce il moto della particella deve essere uguale a 0

(2) Una particella si muove di moto rettilineo in un campo B. Come è possibile
→ considerando per semplicità un $\vec{B}$ statico

Risposta
Secondo la ~~forza~~ legge di LORENZ $F_L = q\vec{v} \times \vec{B}$
essendo v e B univocamente dati, sappiamo che per potersi muovere la ~~particella~~ per di moto rettilineo la particella deve avere $F_L = 0$
perché si verifichino queste condizioni o la particella a carica = 0
oppure la particella possiede una carica ma la velocità è parallela al campo magnetico.

(3) Una spira è posta in un campo magnetico $\vec{B}$ è possibile indurre una fem nel circuito?
Risposta
Sì in ~~tre~~ modi
- se il campo magnetico $\vec{B}(t)$ è variabile nel tempo e la spira è rigida
- se la spira rigida è in movimento < per traslazione, $\vec{B}$ non uniforme / per rotolamento
- se è deformabile

(4) Due fili indefiniti paralleli percorsi da correnti continue distano d. Come devono essere i versi delle correnti affinché esista un pt. interno al segmento di lunghezza d, che coincide in cui B = 0?

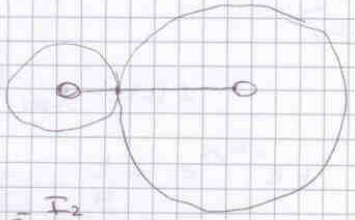


Se il verso della corrente è concorde

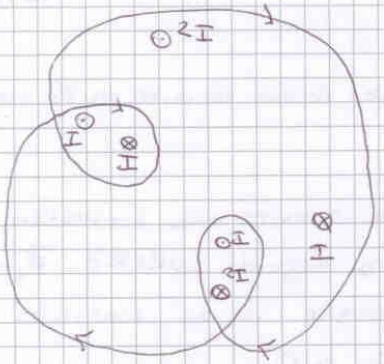
$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0$

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$B_1 = B_2 \quad \frac{I_1}{x} = \frac{I_2}{d-x} \quad \frac{d-x}{x} = \frac{I_2}{I_1}$



(5) RISPOSTA MULTIPLA:



$\vec{H}$ lungo il circuito orientato

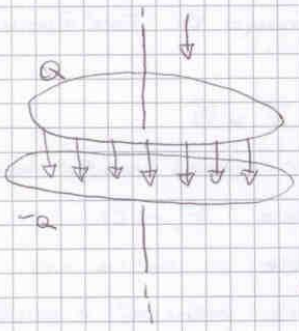
$$\int \vec{H} d\vec{\ell} = I_c$$

$$2I - 4I - 2I + 2I + 2I - I = -I$$

Poiché per la seconda regola della mano destra le linee di $\vec{B}$ dovrebbero essere antiorarie questo implica che

$$I_c = +I$$

(6) RISPOSTA MULTIPLA:



$I = kt^2$

$\vec{H}$ tra le armature

A) costante $\neq 0$

B) nullo

C) variabile nel tempo

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \int_{S(C)} \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) \hat{n} dS$$

$$\vec{D} = \sigma \hat{z} = \frac{Q}{Sa} \hat{z} \qquad \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \hat{z} \frac{1}{Sa} \frac{dQ}{dt} = \hat{z} \frac{1}{Sa} I$$

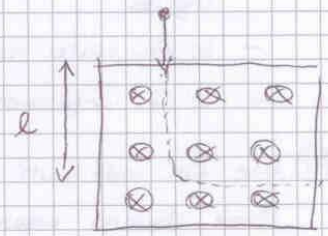
$$= \hat{z} \frac{1}{Sa} kt^2$$

(7) $M_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg $\quad q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C $\quad \Delta V = 7 \cdot 10^6$ V $\quad \ell = 1{,}5$ m

$v_i = v_f$

$\vec{B} = ?$ $\qquad \vec{F_L} = q\vec{v} \times \vec{B} = q|v| \cdot |B| \cdot \text{sen}\,90° =$

$= qvB$



$$F = ma_{cp} = qvB = m\frac{v^2}{R}$$

$$B = \frac{mv^2}{qvR} = \frac{mv}{qR} \qquad \frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V \qquad v = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}}$$

(8) Circuito RL in serie $\quad \Delta t_1 = 139$ ms

$0 \longrightarrow \lambda = 0{,}75\, i_\infty$ (a regime) $\quad L = 0{,}4$ mH

$R = ?$

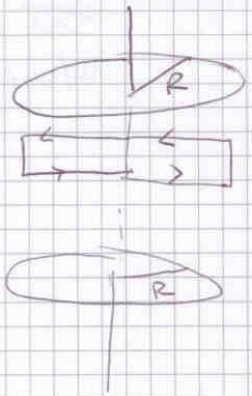
$$i(t) = i_\infty \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad t = 0 \quad \Delta t_1 = t_1 - 0$$

$$1 - e^{-t/\tau} = 3/4$$

$$+e^{-t_1/\tau} = +\frac{1}{4} \qquad -t_1/\tau = \ln\frac{1}{4} \Rightarrow R = \frac{L \ln\frac{1}{4}}{-t_1} = 4\,\Omega$$

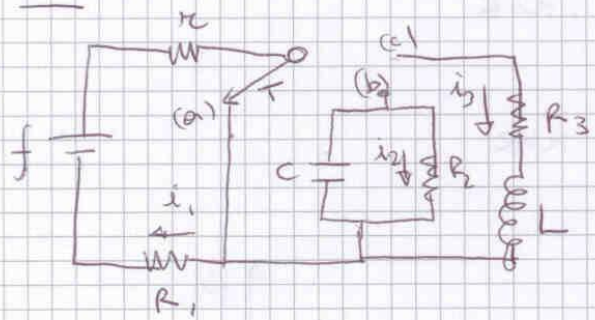
$\tau = \frac{L}{R}$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma TRe
Anno di produzione: 2010-2011



$\mathcal{E} = 0$

Ex



$t < t_b$

t_b a regime

C scarico $\Delta V_c = \frac{Q}{C} = 0$

L non attraversato da corrente $\Delta V_L = L\frac{di}{dt} = 0$

$i_1 = \frac{f}{r+R_1}$ $\quad i_2 = 0 \quad i_3 = 0$

t_b^+ C non cambia istantaneamente la propria carica

↳ non varia istantaneamente $\Delta V_C = 0$

$r i_{tot} + 0 + R i_{tot} - f = 0$

$i_{tot} = i_1 = \frac{f}{r+R_1}$ $\quad i_2 = 0$, $i_3 = 0$ $\quad i_2 = 0$

t_b^∞ T nella posizione (b) a regime

$C \Rightarrow Q = cost \quad \Delta V_c = cost$ $\quad i_2 = i_1 = \frac{f}{r+R_1+R_2}$

$i_3 = 0$

$\Delta V_c = i R_2$

t_c^+ $i_1 = 0$ $\quad i_3 = 0$

$\Delta V_c(t_c^+) = \Delta V_c(t_c^-) = \frac{R_2}{r+R_1+R_2} f$ $\quad i_2 = \frac{\Delta V R_2}{R_2} = \frac{\Delta V_c}{R}$

$i_2 = \frac{f}{r+R_1+R_2}$

L non ammette variazioni ist. di corrente

$i_1(t_c'^+) = i_3(t^+) = 0$

t_c^∞ $i_3 = i_1 = \frac{f}{r+R_3+R_1}$ $\quad i_2 = 0$

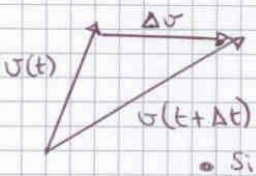
Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Silva -Pompeo
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2010-2011

Fisica

APPROFONDIMENTO

→ DERIVATA DI UN VETTORE:

Considerando un vettore v funzione di una variabile scalare t, cioè una grandezza vettoriale le cui modulo e la cui ~~derivazione~~ direzione cambia al variare di t



$$v(t+\Delta t) = v(t) + \Delta v$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t}$$

- Si definisce che la derivata di un vettore è ancora un vettore in quanto è operazione equivale al prodotto di un vettore, dv per uno scalare $1/dt$

(!) ie vettore derivata in generic non è parallelo a v

REGOLE DI DERIVAZIONE

$$\frac{d}{dt}(a+b) = \frac{da}{dt} + \frac{db}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(mv) = m\frac{dv}{dt} \quad \text{(se } m \text{ è costante)}$$

$$\frac{d}{dt}(mv) = \frac{dm}{dt}v + m\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(a \cdot b) = \frac{da}{dt} \cdot b + a\frac{db}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(a \times b) = \frac{da}{dt} \times b + a \times \frac{db}{dt}$$

} La derivata di un vettore, essendo a sua volta un vettore non dipende per ie significato e per la sua definizione dal sistema di riferimento

→ DERIVATA DI UN VERSORE:

Un versore è per definizione un vettore di modulo unitario, ciò che può cambiare in funzione di t è solo la direzione, ovvero ie versore può compiere solamente una rotazione di un ~~an~~ angolo $\Delta\theta$

$$\Delta u = u(t+\Delta t) - u(t)$$



- ae limite per $\Delta t \to 0$ la corda Δu tende ad un vettore infinitesimo du, perpendicolare a $u(t)$ ie cui modulo si confonde con l'arco

$$du = |u(t)|\, d\theta = d\theta \Rightarrow du = d\theta u_N$$

essendo u_N un versore perpendicolare a $u(t)$: si definisce DERIVATA DI VERSO

$$\frac{du}{dt} = \frac{d\theta}{dt} u_N$$

LA DERIVATA DI UN VERSORE È UN VETTORE PERPENDICOLARE AL VERSORE DI MODULO $d\theta/dt$, in generale diverso da 1.

↳ IN ALTRE PAROLE du/dt non è un versore