Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Benedetto

Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2012-2013

Fondamenti di Telecomunicazione

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Benedetto

Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2012-2013

Fondamenti di Telecomunicazioni

3/10/11
lezione I

Sito → www.comlab.uniroma3.it

pwd → xyz

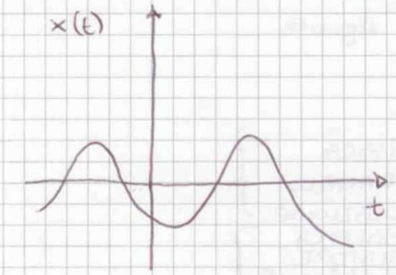
Libro → "Communication Systems: an introduction to signals and noise in electrical communication" McGraw Hill International Edition

→ Claudio Prati: "Segnali e sistemi per le Telecomunicazioni" seconda edizione McGraw Hill

4/10/11
lezione II

TLC → analogici: fedeltà trasmissione
TLC → digitali: accuratezza trasmissione

segnale analogico → passa gradualmente da un punto ad un altro

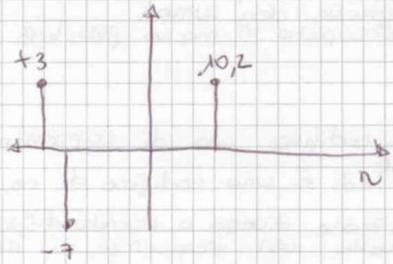


segnale digitale: (discreto)

$x(n) \equiv x[n]$

n → assume solo valori interi tra $(-\infty; +\infty)$

$x(n)$ può assumere anche valori immaginari



Segnale → TRASDUTTORE → SISTEMA TLC → TRASDUTTORE OUT → Destinatario

SISTEMA TLC $\xrightarrow{s(t)}$ TRASM $\xrightarrow{x(t)}$ CANALE $\xrightarrow{r(t)}$ RICEVIT $\xrightarrow{y(t)}$

il sistema di tlc migliore è quello che riesce a rendere $y(t) \equiv s(t)$

(!) il trasmettitore ed il ricevitore vengono assunti come ideali quindi non si saranno rumori, mentre è unico fonte di rumore sarà quello prodotto dal canale

i RUMORI

non è presente in assenza del segnale
1. DOVUTI ALLE DISTORSIONI → risposte non ideali del sistema
2. INTERFERENZE : altri segnali nel sistema
3. RUMORE TERMICO : mobilità degli elettroni dovuti alla corrente di spostamento
   → è presente anche senza segnale

OPERAZIONI FONDAMENTALI

→ IN TRASMISSIONE : → CODIFICA
→ FILTRAGGIO
→ MODULAZIONE

→ NEL RICEVITORE : → DE-CODIFICA
→ AMPLIFICATORE
→ DE-MODULAZIONE
→ FILTRAGGIO

CODIFICA : il trasmettitore ha il vantaggio di conoscere tutto il segnale e sa già più o meno come il canale andrà a modificare il segnale

SORGENTE CANALE

- ~~prot~~ protegge il segnale dai rumori
- cercare di tenere occupato il meno possibile il canale
  → compressione

ci sono due tipi di codifica una di copressione → CODIFICA DI SORGENTE
la seconda protegge ed è una codifica di ~~co~~ CANALE

MODULAZIONE : (ho una modulazione diversa a seconda del segnale) trasmette un segnale con frequenze più elevate

relazione tra frequenza e lunghezza d'onda

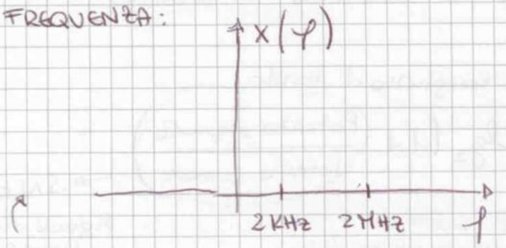
FILTRAGGIO

chiedere quella cosa dell'onda che per essere trasmessa deve avere un tot di lunghezza d'onda

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Benedetto
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2012-2013

Fondamenti di Telecomunicazione — 24/10/11 — Lezione II

FREQUENZA:



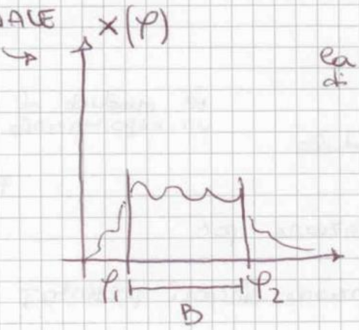
è un modo alternativo di rappresentare un segnale che prima avevamo definito con $x(t)$

LA TRASFORMATA di FOURIER ci permette di passare da un segnale espresso in tempo ad uno espresso in frequenza

la frequenza è un valore che la funzione assume in un punto

la banda è un intervallo di frequenze in cui è definito il segnale $x(f)$ → definito solo per frequenze positive

~~SEG~~ SEGNALE →



la banda è tutto quell'insieme di punti significativi

f_c (frequenza centrale): è la frequenza di metà banda

IL FILTRAGGIO: è una sorta di troncamento

$s(t)$ → | TRASMISS | → $x(t)$ → | CANALE | → $r(t)$ → | RICEVIT | → $y(t)$

- TRASMISS → CODIFICA (SORGENTE, CANALE), FILTRAGGIO, MODULAZIONE
- CANALE → DISTORSIONI, INTERFERENZA, RUMORE TERMICO
- RICEVIT → AMPLIF, DE-CODIFICA, DE-MODULAZIONE, FILTR-INVERSO

LIMITI

1. TECNOLOGICI
2. FISICI: ci sono 2 grandezze che limitano:
   - LARGHEZZA DI BANDA
   - POTENZA DEL RUMORE TERMICO

rapide variazioni nel tempo corrispondono a banda larga
- la LARGHEZZA DI BANDA è sinonimo di velocità

- POTENZA DI RUMORE:

$$\text{Capacità}\ (C) = \underbrace{B}_{\text{larghezza di banda}} \cdot \lg_2\left(1 + \frac{\text{Potenza segnale}}{\text{Potenza rumore}}\right) \rightarrow SNR$$

mezzo trasmissivo

SNR Signal noise rumor

$$SNR = \frac{P_s}{P_r}$$

come sono arrivato a questa?

$$SNR_{dB} = 10 \lg_{10} SNR$$

SNR positivi significa che ho più segnale del rumore

SNR = 0 dB significa che il rumore è uguale al sistema

06/10/11
lezione III

$$\begin{cases} e^{J\alpha} = \cos\alpha + J\sin\alpha \\ e^{-J\alpha} = \cos\alpha - J\sin\alpha \end{cases}$$

il modulo di un esponenziale è = 1

la fase è un vettore di modulo 1

FORMULE DI EULERO

$$\begin{cases} \cos\alpha = \dfrac{e^{J\alpha} + e^{-J\alpha}}{2} & \text{funzione pari} \\ \sin\alpha = \dfrac{e^{J\alpha} - e^{-J\alpha}}{2J} & \text{funzione dispari presenta J} \end{cases}$$

TRASFORMATA DI FOURIER:

ci permette di passare da un segnale espresso in tempo a quello espresso in frequenza

si dice che un segnale è trasformabile (FOURIER TRASFORMABILE) da tempo in frequenza $\Longleftrightarrow$ la sua energia è finita

l'energia è la somma di tutti i segnali al quadrato

$x(t)$ → segnale nel tempo

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < +\infty$$

è fourier trasformabile

Fondamenti di Telecomunicazione 6/10/11

lezione III

un segnale limitato nel tempo è un segnale di energia

indica la trasformata di fourier oppure lo spettro

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-J2\pi f t} dt$$

TRASFORMATA DI FOURIER O SPETTRO

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{+J2\pi f t} df$$

PROPRIETÀ DELLA TRASFORMATA DI FOURIER

$x(t)$ segnale di energia

$$X(f)\Big|_{f=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,dt = \text{AREA DI } x(t)$$

$$x(t)\Big|_{t=0} = \text{AREA DI } X(f)$$

→ VALE IL PRINCIPIO DELLA SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

$$y(t) = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t)$$

$$Y(f) = a_1 X_1(f) + a_2 X_2(f)$$

1 SIMMETRIA (ermitiana)

Se e solo se $x(t)$ è di energia ed è reale ⇒

$X^*(f) = +X(-f)$ — * complesso e coniugato

→ parte reale è pari e parte immaginaria è dispari

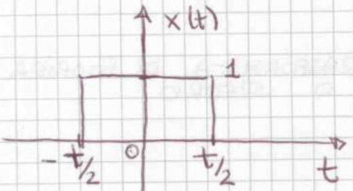
$$X^*(f) = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-J2\pi f t} dt\right]^* = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{+J2\pi f t} dt$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-J2\pi(-f)\cdot t} dt \Rightarrow X^*(f) = X(-f)$$

se $x(t)$ è reale e pari → ~~reale~~ ottengo uno spettro reale pari

se $x(t)$ è reale e dispari → ottengo uno spettro immaginario dispari stiamo nel dominio analogico – il segnale è un ~~eq~~ onda che si propaga

SEGNALE RETTANGOLARE



è un segnale fisicamente non realizzabile
→ segnale ~~p~~ reale e pari

→ SEGNALI CAUSALI : da 0 a $+\infty$
→ SEGNALI ANTI-CAUSALI : $[-\infty ; 0]$
↳ non realizzabile perché staremmo vedendo nel presente, il futuro

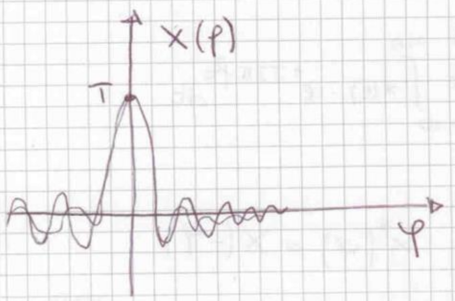
$$X(f) = \int_{-T/2}^{T/2} e^{-j2\pi f t}\,dt = \left.\frac{e^{-j2\pi f t}}{-j2\pi f}\right]_{-T/2}^{T/2} = \frac{e^{-j2\pi f \frac{T}{2}} - e^{+j2\pi f \frac{T}{2}}}{-j2\pi f}$$

$$= \frac{1}{\pi f} \cdot \frac{e^{j\pi f T} - e^{-j\pi f T}}{2j} = X(f) = \frac{1}{\pi f} \cdot \sin(\pi f T) \cdot \frac{T}{T}$$

$$= T \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T}$$ → SENO CARDINALE (SINC)

$$\operatorname{sinc}(fT) = \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} = CA$$

$$\operatorname{sinc}(fT) = \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} = \begin{cases} 1, & f = 0 \\ 0, & \pi f T = \pm k\pi \Rightarrow f = \pm \frac{k}{T} \\ \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} & \text{ALTROVE} \end{cases}$$



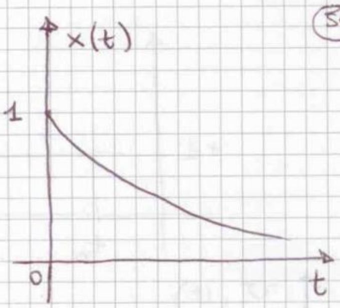
funzione pari

→ ci ~~cosa~~ consente di capire qual è la relazione tra dominio temporale e frequenziale

(!) qualunque segnale limitato nel tempo presenta una larghezza di banda infinita

Fondamenti di Telecomunicazione

6/10/11
lezione III



SEGNALE CAUSALE

$$x(t) = \begin{cases} e^{-t}, & t \geq 0 \\ 0 & \text{ALTROVE} \end{cases}$$

$$X(f) = \int_0^{+\infty} e^{-t} e^{-j2\pi f t} \, dt =$$

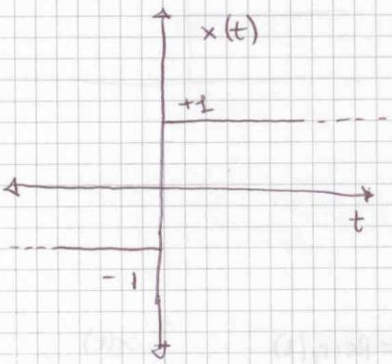
$$= \int_0^{+\infty} e^{-t(j2\pi f + 1)} \, dt =$$

$$= \left. \frac{e^{-t(j2\pi f+1)}}{-(j2\pi f+1)} \right|_0^{+\infty} = \frac{1}{1 + j2\pi f}$$

FUNZIONE SEGNO

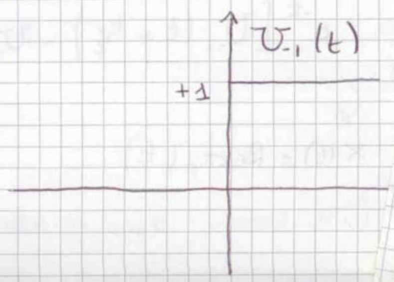
7/10/11
lezione IV

$$x(t) = \text{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}$$



FUNZIONE GRADINO

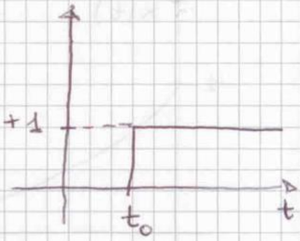
$$U_{-1}(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$



$y(t) = e^{-t} \cdot u_{-1}(t)$ (diventa un segnale causale che va $(0, +\infty)$

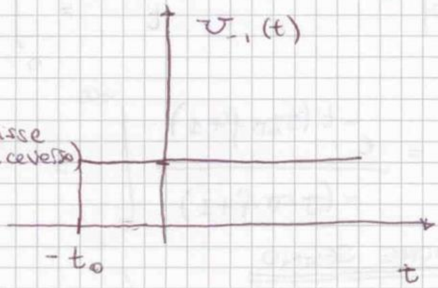
TRASLAZIONE

$$u_{-1}(t - t_0) = \begin{cases} 1, & t \geq t_0 \\ 0 & \text{ALTROVE} \end{cases}$$



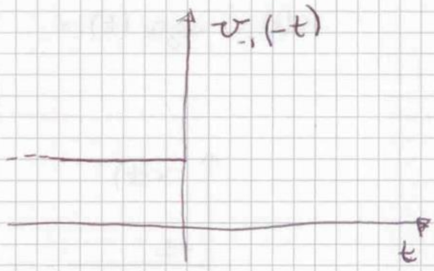
$$u_{-1}(t + t_0) = \begin{cases} 1, & t \geq -t_0 \\ 0 & \text{ALTROVE} \end{cases}$$

Se lo spostamento è nelle ascisse positive ritardo e anticipo (viceversa)



$$u_{-1}(-t) = \begin{cases} 1, & t \leq 0 \\ 0 & \text{ALTROVE} \end{cases}$$

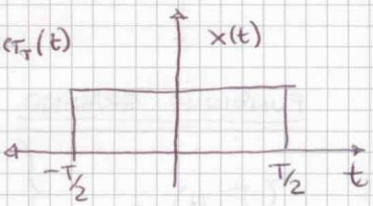
segnale anticausale



~~FUS~~ FUNZIONE SEGNO

$x(t) = sgn(t) = u_{-1}(t) - u_{-1}(-t)$

$x(t) = u_{-1}\left(t + \frac{t}{2}\right) - u_{-1}\left(t - \frac{t}{2}\right) = Rect_T(t)$



$e^{-t}\left[u_{-1}\left(t + \frac{t}{2}\right) - u_{-1}\left(t - \frac{t}{2}\right)\right]$

$x(t) = Rect_T(t)$

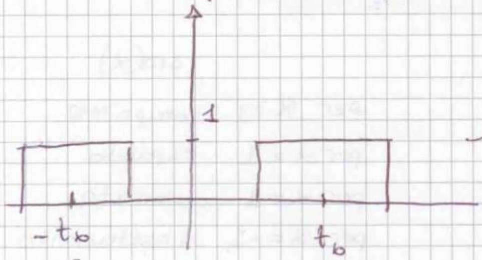
(!) La funzione segno mi rettangolizza il segnale

Fondamenti di Telecomunicazione — 6/ 7/10/11

Lezione IV

$$x(t) = Rect_T(t - t_0) \rightarrow x(t) = Rect_T(t-3)$$

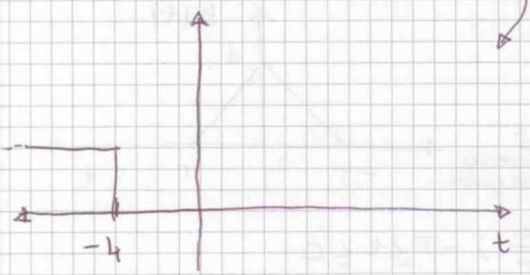
se c'è il più è anticipato se c'è il meno è ritardato



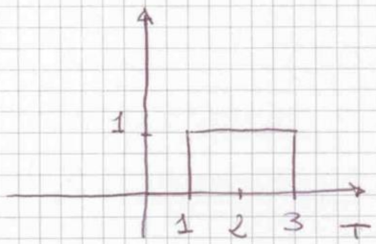
$Rect_T(t-3)$

$Rect_T(t+3)$

$$U_{-1}(-t-4) = \begin{cases} 1, & -t-4 \geq 0 \; : \; t \leq -4 \\ 0 & \text{ALTROVE} \end{cases}$$



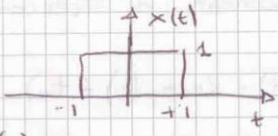
$$Rect_2(-t-2) = Rect_2[-(t+2)]$$



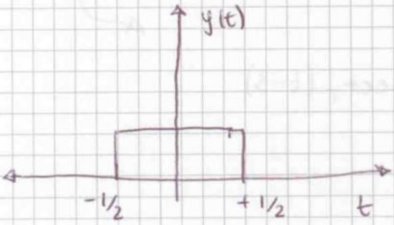
(!) ci potrebbe anche essere f e quindi operare con la frequenza

DILATAZIONE O COMPRESSIONE

$x(t) = Rect_2(t)$



$y(t) = x(2t) = Rect_2(2t) = Rect_{2/2}(t)$



$\sin(\alpha)$

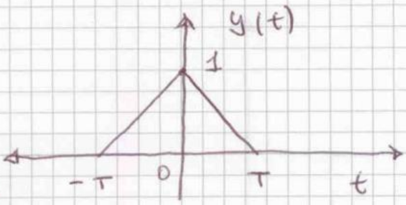
per $\alpha > 1$ comprimo
per $\alpha < 1$ espando
per $\alpha = 1$ invariato
per $\alpha = -1$ ribaltamento

$z(t) = x(t/2) = Rect_4(t)$

SEGNALE TRIANGOLARE

$y(t) = TRi_T(t)$

rappresenta la metà della base a differenza di quella del rettangolo



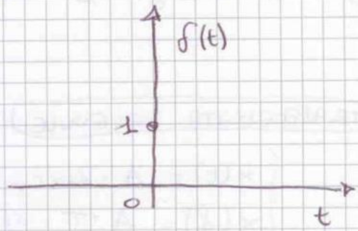
$$y(t) = tri_T(t) = \begin{cases} 1 + \frac{t}{T} \; ; & -T \leq t \leq 0 \\ 1 - \frac{t}{T} \; ; & 0 \leq t \leq T \end{cases}$$

Fondamenti di Telecomunicazione

7/10/11
Lezione IV

SEGNALE IMPULSIVO O DELTA DI DIRAK

$$\delta(t) = \begin{cases} 1, & t=0 \\ 0, & \text{ALTROVE} \end{cases}$$



$$= \lim_{T\to 0} \frac{1}{T} \operatorname{Rect}_T(t)$$

• PROPRIETÀ DELLA DELTA DI DIRAK
PROPRIETÀ DI CAMPIONAMENTO → (ehaver...)

$$y(t) = x(t) \cdot \delta(t) = x(0) \cdot \delta(t) \quad \text{(campiono)}$$

$$\delta(-t) = \delta(t)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\,dt = 1$$

→ ha area 1

$$\delta(-t-4) \overset{?}{=} \delta(t-4)$$

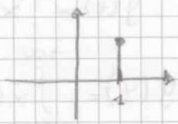
$$\delta[-(t+4)]$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \delta(t)\,dt = x(0) \quad \text{(infinita somma)}$$

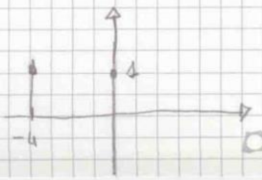
$$y(t) = \int_{t_1}^{t_2} x(t)\,\delta(t)\,dt = \begin{cases} x(0), \text{ se } & t_1 < 0 < t_2 \\ 0 & \text{ALTROVE} \end{cases}$$

Ex:

① $\int_{-\infty}^{+\infty} \left(t^2 + \cos(\pi t)\right) \cdot \delta(t-1)\,dt = ?$ 1



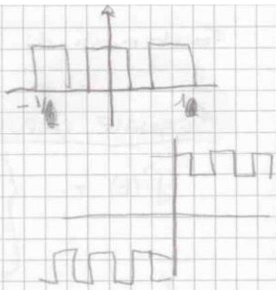
② $\cos\left(\frac{\pi}{2} t\right) \cdot \delta(t+4) = ?$



③ $x(t) = \cos(2\pi t) \cdot Rect_2(t)$

④ $y(t) = sgn[x(t)]$

⑤ $z(t) = sgn[\sin(2\pi t) \cdot Rect_1(t)]$



TRASFORMATA NOTEVOLE

$$\begin{cases} x(t) = A \cdot Rect_T(t) \\ X(f) = A \cdot T \cdot sinc(fT) \end{cases}$$

$$y(t) = \delta(t)$$
$$y(f) = 1$$

lezione V
10/10/11

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt$$ Kernel di Fourier

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{+j2\pi f t} df$$

Ex: $\begin{cases} x(t) = A \cdot Rect_T(t) & \text{TRASFORMATA} \\ X(f) = A \cdot T \cdot sinc(fT) & \text{ANTI-TRASF.} \end{cases}$

dimostrazione $\leftarrow$ $\begin{cases} y(t) = \delta(t) \\ y(f) = 1 \end{cases}$

$$y(t) = \delta(t)$$
$$y(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) e^{-j2\pi f t} dt = 1$$

Ex: $x(t) \Rightarrow X(f)$

$y(t) = x(\alpha t)$ (cambio di scala)

$$y(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\alpha t) e^{-j2\pi f t} dt \underset{\alpha t = \lambda}{\overset{\alpha > 0}{=}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\lambda) e^{-j2\pi \left(\frac{f}{\alpha}\right) \cdot \lambda} \frac{d\lambda}{\alpha} = \frac{1}{\alpha} \cdot X\left(\frac{f}{\alpha}\right)$$

$t = \frac{\lambda}{\alpha}$; $dt = \frac{1}{\alpha} d\lambda$

$\Rightarrow$

Fondamenti di Telecomunicazione

lezione V
10/10/11

$$\begin{cases} y(t) = x(\alpha t) \\ Y(f) = \frac{1}{|\alpha|} \cdot X\left(\frac{f}{\alpha}\right) \end{cases}$$

dimostrazione TRASLAZIONE

RITARDATO

$$\begin{cases} x(t) \Longrightarrow X(f) \\ y(t) = x(t - T_0) \end{cases} \qquad t_0 > 0$$

$dt = d\tau$

$t = \tau + t$

$t - t_0 = \tau$

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-t_0)\, e^{-j2\pi f t}\, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\, e^{-j2\pi f(\tau + t_0)}\, d\tau$$

$$= e^{-j2\pi f t_0} \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\, e^{-j2\pi f \tau}\, d\tau}_{X(f)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y(t) = x(t-t_0) \\ Y(f) = X(f)\, e^{-j2\pi f t_0} \end{cases}$$

dimostrazione:

$$\begin{cases} y(t) = x(t)\, e^{-j2\pi f_0 t} \\ Y(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j2\pi f_0 t} \cdot e^{-j2\pi f t}\, dt = \overbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j2\pi t (f + f_0)}\, dt}^{X(f+f_0)} \end{cases}$$

questo significa modulare
- sposta ad alte frequenze il segnale

dimostrazione

$$\begin{cases} x(t) = \delta(t - t_0) \\ X(f) = e^{-j2\pi f t_0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y(t) = e^{-j2\pi f_0 t} \end{cases}$$

TEOREMA DI DUALITÀ: nota una coppia di trasf - anti trasf mi permette di scrivere la trasformata di Fourier di quel segnale

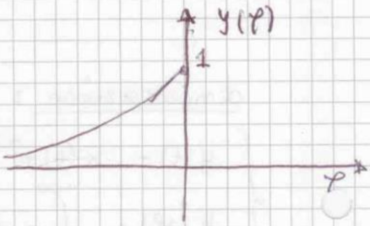
$x(t) \rightarrow X(f)$
$y(t) = X(t) \Rightarrow \boxed{Y(f) = x(-f)}$

Ex: $y(t) = AT \cdot \text{sinc}(t \cdot T)$
$Y(f) = A\,Rect_T(-f) = A\,Rect_T(f)$ (se la funzione è pari non cambia)
① se la funzione è dispari la viene ribaltata

TRASFORMATA CAUSALE

$x(t) = e^{-t} \cdot U_{-1}(t)$
$X(f) = \dfrac{1}{1 + j2\pi f}$

Ex: $y(t) = \dfrac{1}{1 + j2\pi t}$
applicando il teorema di dualità
$Y(f) = e^{+f}\,U_{-1}(-f)$



Ex:
$\begin{cases} x(t) = \delta(t - t_0) \\ X(f) = e^{-j2\pi f t_0} \end{cases}$ — $\begin{cases} y(t) = e^{-j2\pi t_0 t} \\ Y(f) = \delta(-f - t_0) = \delta(f - t_0) \end{cases}$

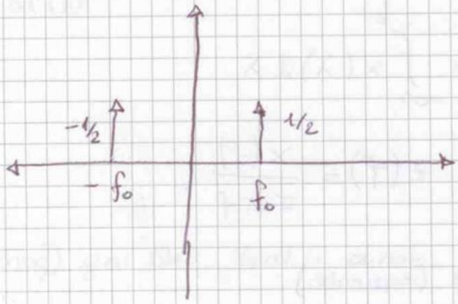
① se voglio modulare un segnale basta che moltiplico per un esponenziale complesso

Fondamenti di Telecomunicazione

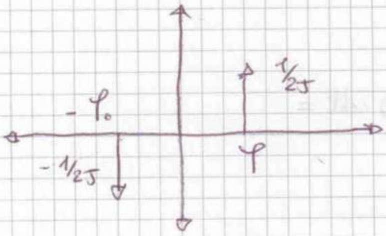
Lezione V
10/10/11

$$\Rightarrow \begin{cases} x(t) = \cos(2\pi f_0 t) = \frac{1}{2}\left(e^{j2\pi f t} + e^{-j2\pi f_0 t}\right) \\ X(f) = \frac{1}{2}\left[\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0)\right] \end{cases}$$

f_0 = frequenza portante



$$\begin{cases} y(t) = \sin(2\pi f_0 t) = \frac{1}{2j}\left[e^{j2\pi f_0 t} - e^{-j2\pi f_0 t}\right] \\ Y(f) = \frac{1}{2j}\left[\delta(f-f_0) - \delta(f+f_0)\right] \end{cases}$$



$$x(t) \longrightarrow X(f)$$

$$y(t) = x(t)\cdot\cos(2\pi f_0 t) = \frac{1}{2}x(t)e^{+j2\pi f_0 t} + \frac{1}{2}x(t)\cdot e^{-j2\pi f_0 t}$$

$$Y(f) = \frac{1}{2}X(f-f_0) + \frac{1}{2}X(f+f_0)$$

Ex CALCOLARE TRASFORMATA DI FOURIER

$$\begin{matrix} x(t) = \\ X(f) \end{matrix} \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{3}\right) \end{cases}$$

$$X(f) = \frac{1}{2}\left[\delta\left(f-\frac{1}{4}\right) + \delta\left(f+\frac{1}{4}\right)\right]$$

$x(t) = ?$ $\quad X(f) = \sin(2\pi f_0 f)$

$y(t) = ?$ $\quad Y(f) = \cos(2\pi f_0 f)$

Lezione XII
11/10/12

$$\begin{cases} x(t) \rightarrow X(f) \\ y(t) = \dfrac{d[x(t)]}{dt} \\ Y(f) = j2\pi f \cdot X(f) \end{cases} , \quad \begin{cases} z(t) = \displaystyle\int_{-\infty}^{t} x(\lambda)\, d\lambda \\ Z(f) = \dfrac{X(f)}{j2\pi f} \end{cases}$$

per rendere nitida l'immagine derivo i bordi dell'img (perche i bordi perche si trovano a più alte frequente)

TEOREMA DI RAYLEIGH: teorema che lega l'energia alla frequenza

$$\mathcal{E} = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df$$

è un numero

dimostrazione

$$\mathcal{E} = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t) \cdot x(t) \cdot dt =$$

$$x(t) = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} X(f)\, e^{+j2\pi f t} df\right]$$

$$x^*(t) = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} X(f)\, e^{+j2\pi f t} df\right]^* = \int_{-\infty}^{+\infty} X^*(f)\, e^{-j2\pi f t} df = \int_{-\infty}^{+\infty} X^*(f)\, e^{+j2\pi (-f) t} df$$

$$! \begin{cases} x(t) \rightarrow X(f) \\ x^*(t) \rightarrow X^*(-f) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t) \rightarrow X(f) \\ y(t) = \dfrac{d[x(t)]}{dt} \\ Y(f) = j2\pi f \cdot X(f) \end{cases} \quad \begin{cases} z(t) = \displaystyle\int_{-\infty}^{t} x(\lambda)\, d\lambda \\ Z(f) = \dfrac{X(f)}{j2\pi f} \end{cases} \neq \Delta$$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Benedetto

Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2012-2013

Fondamenti di Telecomunicazione

Lezione VI

11/10/11

$$\mathcal{E} = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t) \cdot x(t)\, dt = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} X^*(\varphi)\, e^{-j2\pi\varphi t} x(t)\, d\varphi\, dt =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \overbrace{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j2\pi\varphi t} dt \right]}^{X(\varphi)} \cdot X^*(\varphi)\, d\varphi =$$

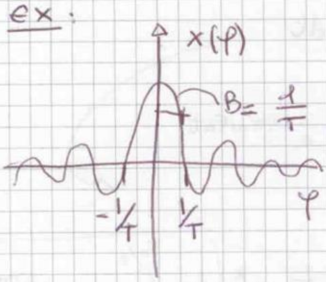
$$= \int_{-\infty}^{+\infty} X(\varphi) \cdot X^*(\varphi) \cdot d\varphi = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\varphi)|^2 d\varphi$$

DENSITÀ SPETTRALE DI ENERGIA : è una funzione che mi dice quanto è densa l'energia

$$\mathcal{E}_{xx}(\varphi) = |X(\varphi)|^2$$

(non confondersi con l'energia che è un numero)

ex:



$$\mathcal{E}' = \int_{-1/T}^{1/T} |X(\varphi)|^2 d\varphi = 92\%\ \mathcal{E}_{TOT}$$

SEGNALI PERIODICI   sen α , cos α

$x(t) = x(t + T_0)$ T_0 : PERIODO

POTENZA DEL SEGNALE $\Rightarrow P = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} |x(t)|^2 dt$

Fourier dimostra che qualunque segnale periodico (di potenza) è esprimibile come una ~~somma~~ infinita combinazione lineare di funzioni complesse

SERIE DI FOURIER

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n\, e^{+j2\pi n F_0 \cdot t}$$

$n \in \mathbb{N}$ valore di ampiezza

F_0 è la frequenza fondamentale ed è l'inverso del periodo

C_n sono i pesi dei singoli esponenziali (coefficienti di Fourier)

$$C_n = \int_{-T/2}^{T/2} x(t)\, e^{-j2\pi n f_0 t}\, dt$$

- la serie di Fourier si applica soltanto ai segnali di potenza
- la trasformata di Fourier si applica solo ai segnali di energia

come si calcola

come si calcola

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n\, e^{+j2\pi n f_0 \cdot t} \Rightarrow \boxed{X(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n\, \delta(f - n f_0)}$$

il segnale periodico ha uno spettro ad impulsi, inoltre ha valori significativi definiti solamente da $n f_0$

ARMONICA: sinonimo di frequenza (per segnale di periodico)

TEOREMA DI PARSEVAL

$$\boxed{P = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} |x(t)|^2\, dt} = \frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x^*(t)\cdot x(t)\, dt$$

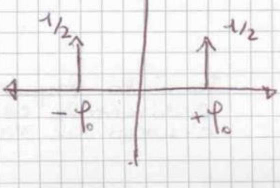
$$x(t) = \sum_n C_n \cdot e^{+j2\pi n f_0 t} \qquad x^*(t) = \sum_n C_n^*\, e^{-j2\pi n f_0 t}$$

$$= \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} \sum_n C_n^*\, e^{-j2\pi n f_0 t}\, x(t)\, dt \Rightarrow P = \sum_n C_n^* \underbrace{\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t)\, e^{-j2\pi n f_0 t}\, dt}_{C_n}$$

$$= \sum_n C_n^* \cdot C_n = \boxed{\sum_n |C_n|^2}$$

(!) la potenza e l'energia (al differenza del senso fisico) in segnali esprimono lo stesso concetto, tuttavia il primo si applica per segnali periodici, mentre il secondo di energia (non periodica)

Ex:

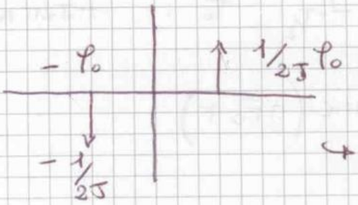


$$P = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$

Fondamenti di Telecomunicazioni

lezione VI
11/10/11



↪ $\operatorname{sen}\alpha \rightarrow P = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

ie $|\text{esponenziale complesso}|^2 = 1$

$e^{-j\alpha} = \cos\alpha - j \sin\alpha$

$\sqrt{|\text{parte reale}|^2 + |\text{parte immaginaria}|^2} =$

$= \sqrt{(\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2} = 1$ (!)

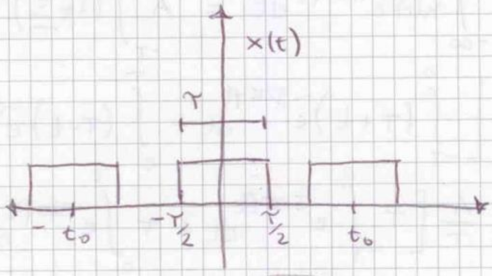
lezione VII
13/10/11

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{+j2\pi n F_0 t}$$

$$C_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) e^{-j2\pi n F_0 t} dt$$

$$F_0 = \frac{1}{T_0}$$

segnale periodico



$$x(t) = A \cdot \sum_{k=\infty}^{+\infty} \operatorname{Rect}_\tau (t - kT_0) \qquad F_0 = \frac{1}{T_0}$$

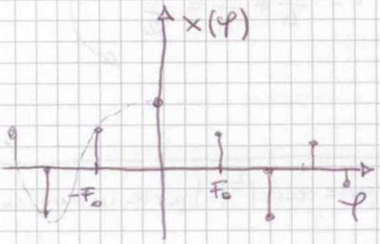
$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \cdot e^{+j2\pi n F_0 t}$$

$$C_n = \frac{1}{T_0} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A e^{-j2\pi n F_0 t} dt = \frac{A}{t_0} \cdot \left[\frac{e^{-j2\pi n F_0 t}}{-j2\pi n F_0} \right]_{-\tau/2}^{\tau/2} = \frac{A}{t_0} =$$

⇒

$$c_n = \frac{1}{T_0}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} A\, e^{-j2\pi n F_0 t}\, dt = \frac{A}{T_0}\cdot\left[\frac{e^{-j2\pi n F_0 t}}{-j2\pi n F_0}\right]_{-\tau/2}^{\tau/2} = \frac{A}{T_0}\,\frac{-e^{-j\pi n F_0 \tau} + e^{j\pi n F_0 \tau}}{+j2\pi n F_0}$$

$$= \frac{A}{T_0}\cdot\frac{\sin(\pi n F_0 \tau)}{\pi n F_0}\cdot\frac{\tau}{\tau} = \frac{A\tau}{T_0}\cdot \mathrm{sinc}(nF_0\tau)$$



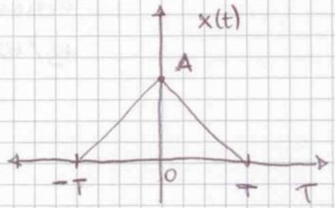
singoli ~~che~~ valori che la funzione assume in nF_0

segnale discreto

F_0 frequenza fondamentale

Ex: Calcolare trasformata del segnale di energia.

$$x(t) = A\cdot \mathrm{Tri}_T(t) = \begin{cases} A\left(1+\frac{t}{T}\right), & -T\le t\le 0 \\ A\left(1-\frac{t}{T}\right), & 0\le t\le T\end{cases}$$



$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j2\pi f t}\, dt = A\int_{-T}^{0}\left(1+\frac{t}{T}\right)\cdot e^{-j2\pi f t}\, dt + A\int_{0}^{T}\left(1-\frac{t}{T}\right) e^{-j2\pi f t}\, dt$$

$$X(f) = \frac{A}{T}\left[\int_{-T}^{0}(T+t)\, e^{-j2\pi f t}\, dt + \int_{0}^{T}(T-t)\, e^{-j2\pi f t}\, dt\right] =$$

$$\Rightarrow X(f) = \frac{A}{T}\left[T\int_{-T}^{0} e^{-j2\pi f t}\, dt + T\int_{0}^{T} e^{-j2\pi f t}\, dt + \underbrace{\int_{-T}^{0} t\, e^{-j2\pi f t}\, dt - \int_{0}^{T} t\, e^{-j2\pi f t}\, dt}\right]$$

$$= \frac{A}{T}\left[T\left.\frac{e^{-j2\pi f t}}{-j2\pi f}\right|_{-T}^{0} + T\left.\frac{e^{-j2\pi f t}}{-j2\pi f}\right|_{0}^{T} \ldots\right.$$

$$= \frac{A}{T}\left[T\cdot\frac{\sin(2\pi f T)}{\pi f}\right.$$

$$\boxed{\int_a^b u\, dv = [u\cdot v]_a^b - \int_a^b v\, du}$$ per parti

Fondamenti di Telecomunicazione

Lezione VII
13/10/11

...

$$\int_a^b t\, e^{-j2\pi f t}\, dt = \left[\frac{t \cdot e^{-j2\pi f t}}{-j2\pi f}\right]_a^b - \int_a^b \frac{e^{-j2\pi f t}}{-j2\pi f}\, dt =$$

$$\left[\frac{t \cdot e^{-j2\pi f t}}{-j2\pi f}\right]_a^b + \int_a^b \frac{e^{-j2\pi f t}}{+j2\pi f}\, dt = \left[\frac{t \cdot e^{-j2\pi f t}}{-j2\pi f}\right]_a^b +$$

$$+ \left[\frac{e^{-j2\pi f t}}{(2\pi f)^2}\right]_a^b$$

$$\int_a^b t\, e^{-j2\pi f t}\, dt = \frac{b \cdot e^{-j2\pi f b} - a \cdot e^{-j2\pi f a}}{-j2\pi f} + \frac{e^{-j2\pi f b} - e^{-j2\pi f a}}{(2\pi f)^2}$$

SOLUTION

~~SOLUTION~~ : $= \frac{A}{T}\left[T \cdot \frac{\sin(2\pi f T)}{\pi f} + \frac{T \cdot e^{+j2\pi f T}}{-j2\pi f} + \frac{1 - e^{+j2\pi f T}}{(2\pi f)^2} - \right.$

$$\left. - \left\{\frac{T e^{-j2\pi f T}}{-j2\pi f} + \frac{e^{-j2\pi f T} - 1}{(2\pi f)^2}\right\}\right]$$

$$= \frac{A}{T}\left[\cancel{T \cdot \frac{\sin(2\pi f T)}{\pi f}} + \left(\cancel{-\frac{T \sin(2\pi f T)}{\pi f}}\right) + \frac{1 - e^{+j2\pi f T}}{(2\pi f)^2} - \frac{e^{-j2\pi f T} - 1}{(2\pi f)^2}\right]$$

$$= \frac{A}{T}\left[\frac{1 - e^{j2\pi f t}}{(2\pi f)^2} - \frac{e^{-j2\pi f T} - 1}{(2\pi f)^2}\right] = \frac{A}{T}\left[\frac{2 - 2\cos(2\pi f T)}{4\pi^2 f^2}\right]$$

$$= \frac{A}{T}\left[\frac{1 - \cos(2\pi f T)}{2\pi^2 f^2}\right]$$

Scrivo in maniera migliore

$$\cos(2\pi f T) = 1 - 2\sin$$

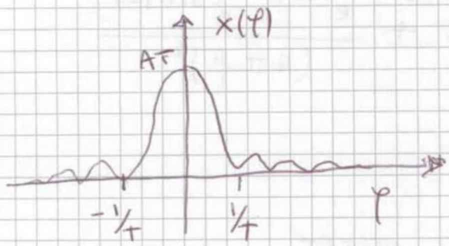
$$\sin^2(\pi f T) = \sin(\pi f T)\cdot\sin(\pi f T) = \frac{e^{+j\pi f T} - e^{-j\pi f T}}{2j}\cdot\frac{e^{j\pi f T} - e^{-j\pi f T}}{2j}$$

$$\Rightarrow \frac{-e^{+j2\pi f T} - e^{-j2\pi f T} + 2}{+4}$$

Soluzione.

$$X(f) = \frac{A}{T}\left[\frac{1-\cos(2\pi f T)}{2\pi^2 f^2}\right] = \frac{A}{T}\left[\frac{\sin^2(\pi f T)}{\pi^2 f^2}\right] =$$

$$\frac{A\cdot\sin(\pi f T)}{\pi f T}\cdot\frac{\sin(\pi f T)}{\pi f}\cdot\frac{T}{T} = A\cdot T\cdot \mathrm{sinc}^2(fT)$$

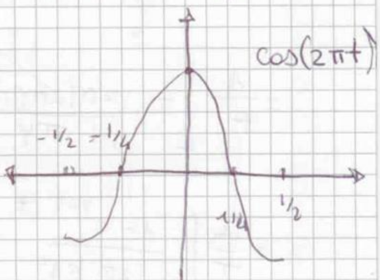


$\cos(2\pi t) = 0$
$2\pi t = \arccos(0)$
$2\pi t = \pi/2$
$t = 1/4$

Ex

$$x(t) = \mathrm{sgn}\left[\cos(2\pi t)\right]\,\mathrm{Rect}_1(t)$$

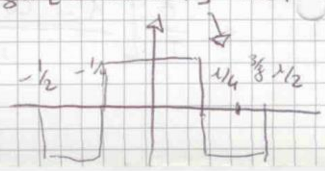
→ visto che Rect, mi limita il dominio quindi mi studierò $\mathrm{sgn}[\cos(2\pi t)]$



$$= \mathrm{Rect}_{1/2}(t) - \underbrace{\mathrm{Rect}_{1/4}\left(t+\frac{3}{8}\right)}_{\text{ANTICIPATA}} - \underbrace{\mathrm{Rect}_{1/4}\left(t-\frac{3}{8}\right)}_{\text{RITARDATA}}$$

$$X(f) = \frac{1}{2}\cdot\mathrm{sinc}\left(f\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4}\,\mathrm{sinc}\left(\frac{f}{4}\right)e^{+j\frac{3}{4}\pi f} -$$
$$-\frac{1}{4}\,\mathrm{sinc}\left(\frac{f}{4}\right)e^{-j\frac{3}{4}\pi f}$$

$\mathrm{sgn}\left[\cos(2\pi t)\right]\cdot\mathrm{Rect}_1(t)$



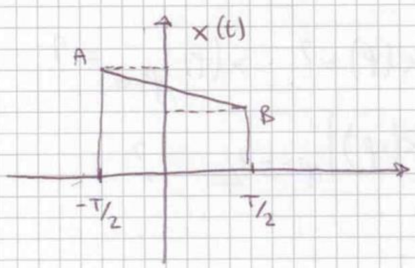
Fondamenti di Telecomunicazioni

Lezione VII
13/10/11

$$= \frac{1}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{f}{2}\right) - \frac{1}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{f}{4}\right) \cdot \cos\left(\tfrac{3}{4}\pi f\right)$$

Lezione VIII
14/10/11

ESERCITAZIONE :



$X(f) = ?$ $\quad X(f)\Big|_{f=0} = ?$

$X(f)\Big|_{f=\pm 1/T} = ?$

$$m = -\frac{A-B}{T}$$

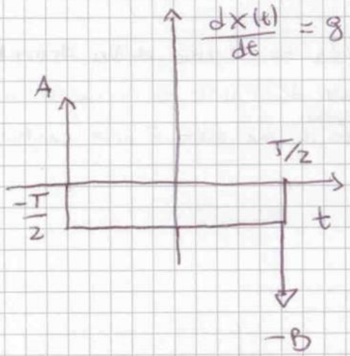
- controllare $X(f)\Big|_{f=0}$

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j2\pi f t}\, dt$$

METODO DELLA DERIVATA

Il metodo della derivata vale solo per segnali lineari a tratti

$$\frac{d\left[x(t)\right]}{dt} \Rightarrow X(f)\, j2\pi f$$



$$g(t) = A \cdot \delta\left(t + \tfrac{T}{2}\right) - B\,\delta\left(t - \tfrac{T}{2}\right)$$

$$- \frac{A-B}{T} \operatorname{Rect}_T(t)$$

(!) la derivata di un punto di discontinuità è un impulso

$$G(f) = A e^{+j\pi f T} - B e^{-j\pi f T} - \left(\frac{A-B}{T}\right) T \operatorname{sinc}$$

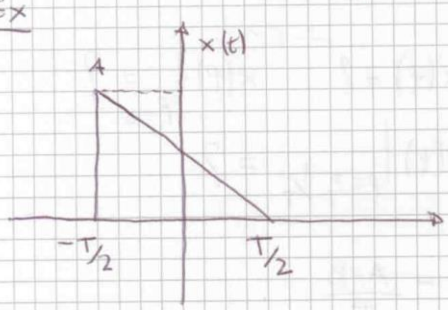
$$G(f) = \frac{A e^{+j\pi f T} - B e^{-j\pi f T} - \left(\frac{A-B}{\cancel{T}}\right) \cancel{T} \operatorname{sinc}(fT)}{j2\pi f}$$

$$X(f)\Big|_{f=0} = B\cdot T + \left(T\cdot\frac{A-B}{2}\right) = BT + \frac{AT}{2} - \frac{BT}{2} = \frac{A+B}{2}\cdot T$$

è l'area sottesa dal segnale

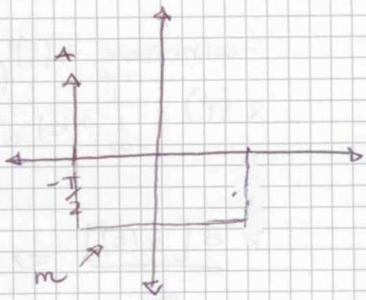
$$X(f)\Big|_{f=\frac{1}{T}} = \frac{Ae^{j\pi} - Be^{-j\pi}}{j2\pi\cdot\frac{1}{T}} = \frac{-A+B}{\frac{j2\pi}{T}}$$

Ex



$X(f) = ?$ $\quad X(f)\Big|_{f=0} = ?$

$X(f)\Big|_{f=\pm 1/T} = ?$



$$\frac{d[x(t)]}{dt} = g(t)$$

$$g(t) = A\left(\delta(t+T/2) - \frac{A}{T}\,\mathrm{Rect}_T(t)\right)$$

$$G(f) = Ae^{+j\pi fT} - A\,\mathrm{sinc}(fT)$$

$$X(f) = \frac{G(f)}{j2\pi f}$$

sto applicando la tecnica della derivata
- la derivata di un punto di discontinuità è un impulso
- la derivata di una retta è una costante

$$\frac{AT}{2} = X(f)\Big|_{f=0}$$

$$X(f)\Big|_{f=\pm\frac{1}{T}} = \pm\frac{AT}{j2\pi}$$

Fondamenti di Telecomunicazione

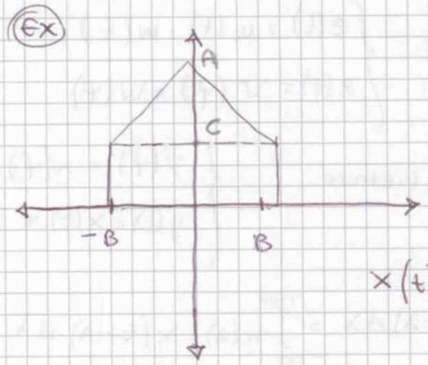
Lezione VIII
14/10/11

ESERCITAZIONE

Ex

$x(f) = ?$

$x(f)\big|_{f=0} = ?$



ok ho compreso (A-C) ma non dovrebbe avere la base in x?

$$x(t) = C \cdot Rect_{2B}(t) + (A-C)\,Tri_B(t)$$

$$x(f) = K_1 \operatorname{sinc}(2Bf) + K_2 \operatorname{sinc}^2(fB)$$

K_1, K_2 sono le aree sottese una alla rect e una al tri

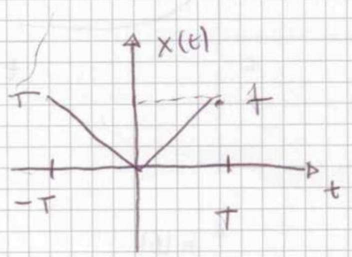
$K_1 = 2B \cdot C$ $\qquad K_2 = B(A-C)$ → perché ne prendo solo la metà?

Ex

$$x(t) = |t| \cdot Rect_{2T}(t)$$

$x(f) = ?$

$x(f)\big|_{f=0} = ?$



$$x(f) = K_1 \operatorname{sinc}(2Tf) - K_2 \operatorname{sinc}^2(fT)$$

$K_1 = 2T^2 \qquad K_2 = T^2$

Ex

① $x(t) = \sin\left(\frac{\pi t}{4} + 30°\right)$

② $y(t) = \cos(4\pi T - 60°)$

$P_x = ?$ $\quad P_y = ?$ $\quad x(f) = ?$

$y(f) = ?$

Lezione IX
17/10/11

che cosa succede nel dominio TRASFORMATE ~~nell'altro~~ del prodotto

CONVOLUZIONE

$$Y(f) = X(f) \cdot H(f)$$

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

↑ convoluzione è un infinita somma di prodotti

$$\begin{cases} z(t) = u(t) \cdot w(t) \\ Z(f) = U(f) * W(f) \end{cases}$$

la convoluzione ci insegna come filtrare

$$\begin{cases} Y(f) = X(f) \cdot H(f) \\ y(t) = x(t) * h(t) \end{cases}$$

definizione : CONVOLUZIONE

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\lambda) \cdot h(t-\lambda)\, d\lambda = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\lambda) \cdot x(t-\lambda)\, d\lambda =$$

$$= h(t) * x(t)$$

Ex

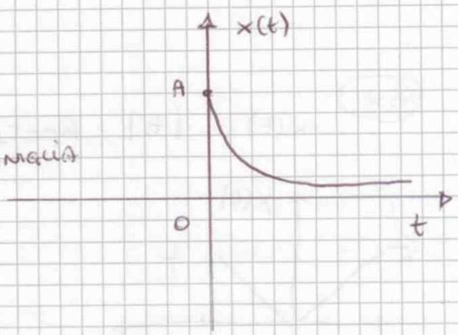
$$x(t) = A e^{-t}\, u_{-1}(t)$$

mi limita solamente l'intervallo

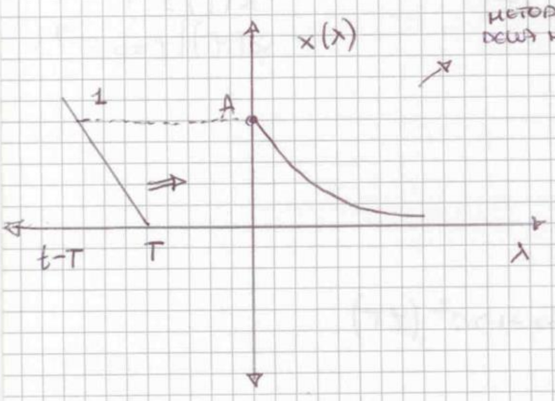
$$h(t) = \frac{t}{T}\, Rect_T\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

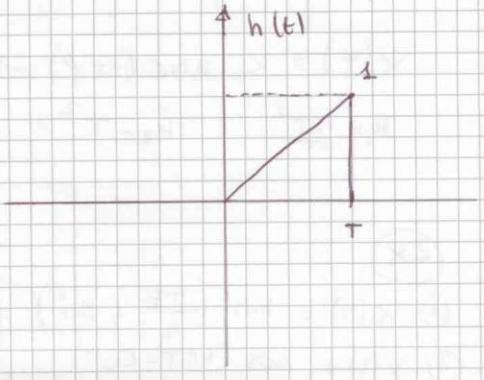
$$y(t) = ? = x(t) * h(t)$$

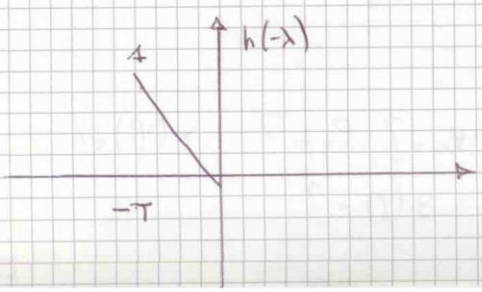
$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\lambda) \cdot h(t-\lambda)\, d\lambda$$



METODO DELLA MANIGLIA







Fondamenti di Telecomunicazioni

Lezione IX
17/10/11

$$\begin{cases} y(t) = 0 \quad , \text{ per } t<0 \\ y(t) = \int_0^t A e^{-\lambda} \cdot \frac{(t-\lambda)}{T} d\lambda = \dots = \frac{A}{T}(t-1+e^{-t}) \quad \text{per } t>0 \text{ , } t-T<0 \\ y(t) = \int_{t-T}^{t} A \cdot e^{-\lambda} \frac{(t-\lambda)}{T} d\lambda = \dots = \frac{A}{T}(T-1+e^{-T}) e^{-(T+t)} \quad \text{per } t>T \end{cases}$$

$-(e^{-t}-1)$

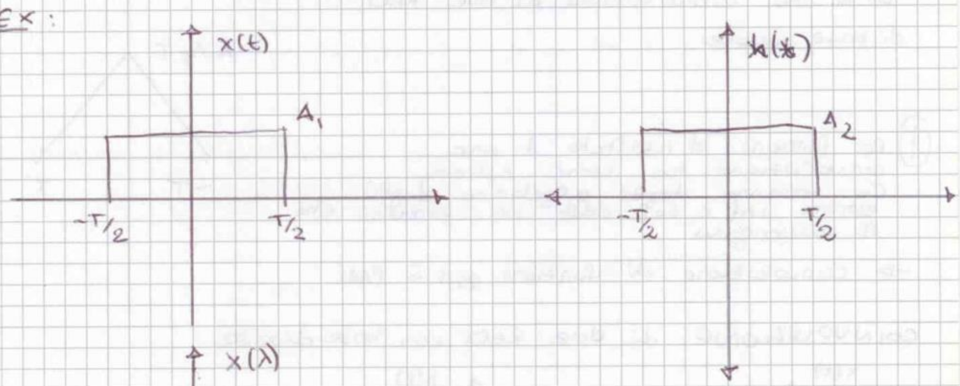
$\underbrace{t>0 \text{ , } t-T<0}_{0<t<T}$

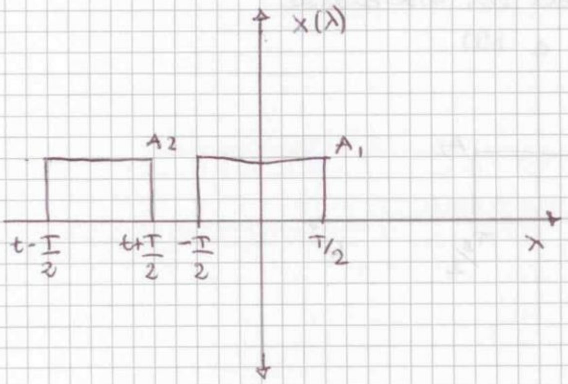
PROPRIETÀ ~~...~~ ASSOCIATIVA, COMMUTATIVA, DISTRIBUTIVA

$$[a(t) * b(t) * c(t)] = [a(t) * (b(t))] * c(t) =$$
$$= [a(t) * c(t)] * b(t)$$

CONVOLUZIONE di 2 RECT

Ex:





① $y(t) = 0$, per $t + \frac{T}{2} < -\frac{T}{2}$

② $y(t) = \int_{-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} A_1 A_2 \, d\lambda = A_1 A_2 \left[\lambda\right]_{-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} = A_1 A_2 (t+T)$ per $t - \frac{T}{2} < -\frac{T}{2} \vee t + \frac{T}{2} > -\frac{T}{2}$

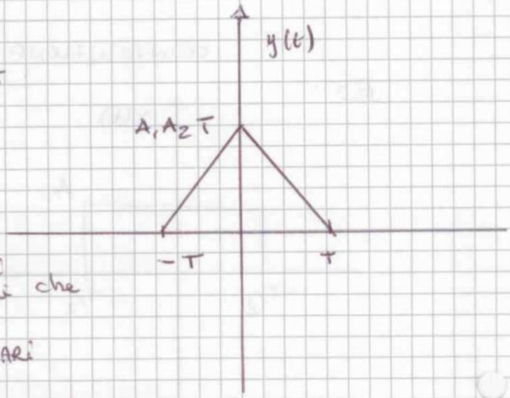
$-T < t \leq 0$

③ $y(t) = \int_{-T/2}^{T/2} A_1 A_2 \, d\lambda = A_1 \cdot A_2 T$

④ $\left.\begin{array}{l} t + \frac{T}{2} > \frac{T}{2} \\ t - \frac{T}{2} < \frac{T}{2} \end{array}\right\} \; 0 < t < T \implies y(t) = \int_{t-T/2}^{T/2} A_1 A_2 \, d\lambda = A_1 A_2 (T - t)$

⑤ $t - \frac{T}{2} > \frac{T}{2}$; $t > T$ $\quad y(t) = 0$

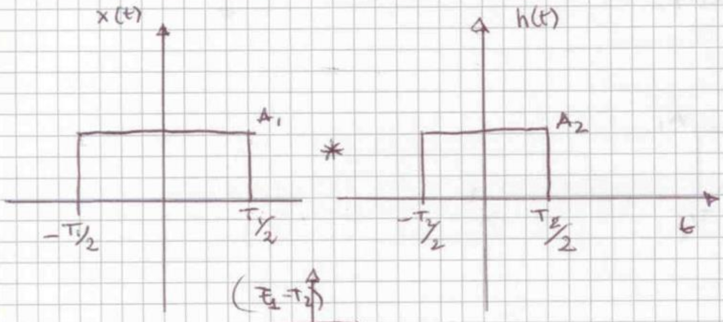
Tri è una convoluzione di due RECT di base uguale

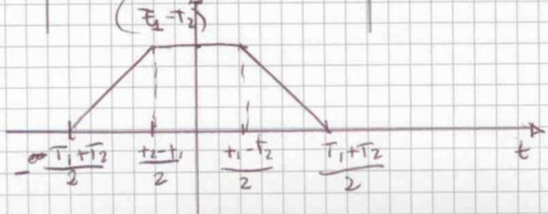


! la funzione di risultato di una convoluzione ha come estremi la somma algebrica degli estremi inf e sup delle due funzioni che la compongono

→ convoluzione di funzione pari è PARI

CONVOLUZIONE di due RECT con base diverse





Fondamenti di telecomunicazione

Lezione IX
27/10/11

$y(t) = x(t) * h(t)$

$Y(f) = X(f) \cdot H(f) = A_1 A_2 T_1 T_2 \operatorname{sinc}(fT_1) \operatorname{sinc}(fT_2)$

$X(f) = AT_1 \operatorname{sinc}(fT_1)$

$H(f) = A_2 T_2 \operatorname{sinc}(fT_2)$

$$A_1 A_2 T_1 T_2 = \frac{(T_1 - T_2 + T_1 + T_2) \cdot h}{2}$$

PROPRIETÀ DELLA DELTA DI DIRAC

$h(t) = \delta(t)$

(!) $y(t) = x(t) * \delta(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\lambda) \cdot \delta(t-\lambda)\, d\lambda = x(t)$ è quel segnale centrato dove è centrato la DELTA

(!) $z(t) = x(t) * \delta(t - T_0) = x(t - T_0)$

(!) Ex: $x(t) \cdot e^{-j2\pi f_0 t} \Rightarrow X(f) * \delta(f-f_0) = X(f - f_0)$

Ex

① $x(t) = \cos(2\pi f_0 t + \phi)$; $f_0 = \frac{1}{8}$ $\phi = -\frac{\pi}{2}$

f ② $y(t) = [x(t)]^2$ $Y(f)$

③ $y(t) = x(t) \cdot \sin(2\pi f_0 t)$

f ④ $y(t) = x(t) \cdot \operatorname{Rect}_8(t)$

Lezione X
28/10/11

CORRELAZIONE $\otimes$

operazione fondamentale nei sistemi di ricezione

$C_{xy}(\tau) = x(t) \otimes y(t)$

se i segnali sono diversi prende il nome di CROSS-CORRELAZIONE se i due segnali sono uguali

$$C_{xx}(\tau) = x(t) \otimes x(t) \qquad \text{(auto-correlazione)}$$

(!) è una misura di grado di somiglianza tra i due segnali

CROSS : $C_{xy}(\tau) = x(t) \otimes y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(\tau)\, y(t+\tau)\, dt$

calcolare la cross-evoluzione tramite convoluzione.

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(\lambda - t) \cdot y(\lambda)\, d\lambda = x^*(-t) * y(t)$$

cambio di variabile
$t + \tau = \lambda$
$\tau = \lambda - t$
$dt = d\lambda$

la cross-correlazione non è COMMUTATIVA
ovvero è diverso C_{xy} e C_{yx}
è importante l'ordine

$$\left.\begin{aligned} C_{xy}(\tau) &= x^*(-t) * y(t) \\ C_{yx}(\tau) &= y^*(-t) * x(t) \end{aligned}\right\} \quad C_{xy}(\tau) \neq C_{yx}(\tau)$$

$$\boxed{C_{xy}(\tau) = C^*_{yx}(-\tau)}$$

AUTO-CORRELAZIONE : $C_{xx}(\tau) = x^*(-t) * x(t)$

- è sempre a simmetria pari
- è sempre pari e massima in 0

$C_{xx}(0) = \text{MAX}\, C_{xx}(\tau)$

se il segnale fosse complesso ho simmetria ermitiana
parte reale pari parte img dispari

$$\boxed{C_{xx}(\tau) = C_{xx}^*(-\tau)}$$

TRASFORMATA DI FOURIER DELL'AUTO-CORRELAZIONE:

$$F^{(+)}\{C_{xx}(\tau)\} = X^*(f) \cdot X(f) = |X(f)|^2 = \epsilon_{xx}(f)$$

densità spettrale di energia

$$\boxed{C_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \epsilon_{xx}(f) \cdot e^{+j2\pi f\tau}\, df}$$

$\boxed{C_{xx}(0) = \epsilon}$
e l'auto correlazione

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Benedetto
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2012-2013

Lezione X
18/10/11

Fondamenti di Telecomunicazione

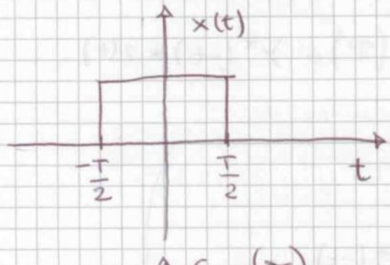
DISUGUAGLIANZA DI SCHWARTZ: l'energia tra x y dovrà essere sempre minore del prodotto delle radice

$$\boxed{C_{xy}(\tau) \leq \sqrt{C_{xx}(0) \cdot C_{yy}(0)}}$$ è sempre vero

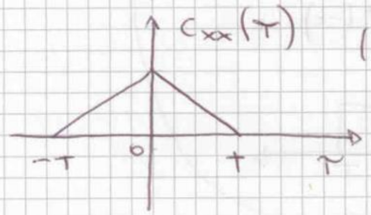
è uguale quando x, y sono proporzionali (oppure proprio uguali)

(!) ~~es~~ diventa un uguaglianza nel momento in cui x e y sono $x = \alpha y$ o viceversa

Ex: Calcolare l'autocorrelazione



$$C_{xx}(\tau) = x^*(-t) * x(t)$$

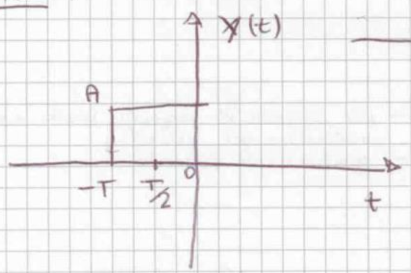


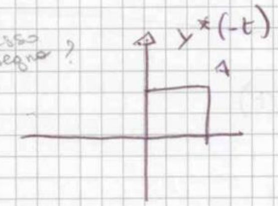
$|A|^2$ → modulo quadro in quanto potrebbe essere complesso

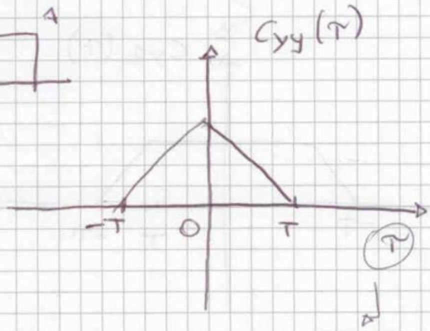
(!) l'autocorrelazione è sempre centrata in 0

Ex 2:

il complesso come si disegna?

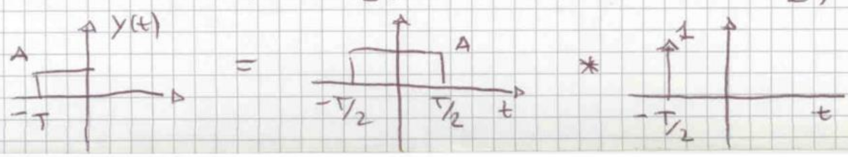


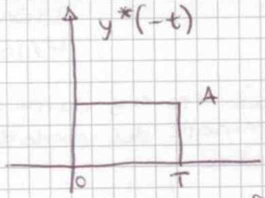




scala dei tempi divers

$$y(t) = A \cdot Rect_T\left(t + \frac{T}{2}\right) = A \cdot Rect_T(t) * \delta\left(t + \frac{T}{2}\right)$$





$$y^*(-t) = A \cdot Rect_T(t) * \delta(t - T/2)$$

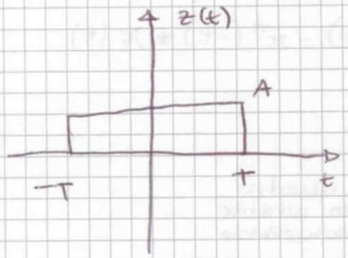
$$C_{yy}(\tau) = y^*(-t) * y(t) =$$

$$= \left[A\, Rect_T(t) * \delta\left(t-\frac{T}{2}\right)\right] * \left[A\, Rect_T(t) * \delta\left(t+\frac{T}{2}\right)\right] =$$

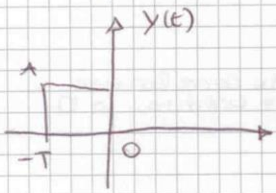
$$= A^2 T \cdot tri_T(t) * \delta\left(t - \frac{T}{2} + \frac{T}{2}\right)$$

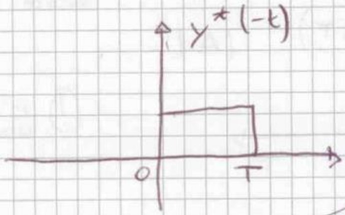
(!) la variabile τ è ~~un~~ una variabile temporale diversa tale che mi risulta sempre centrata in 0

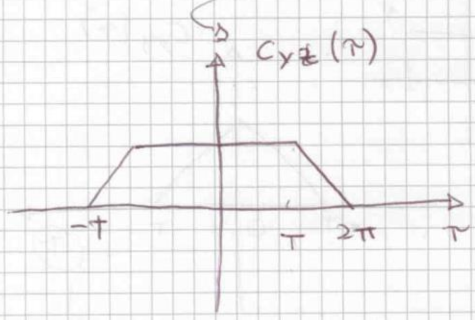
Ex



$$C_{yz}(\tau) = y^*(-t) * z(t)$$







- per sfasare il segnale basta che moltiplico per $\delta(t+\varphi_0)$
- graficamente porcondo

Fondamenti di Telecomunicazione — Lezione X — 18/10/11

Ex:

$$x(t) = A \cdot \cos(2\pi f_0 t)$$

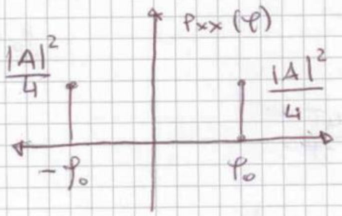
$$C_{xx}(\tau) = ? = x^*(-t) * x(t)$$

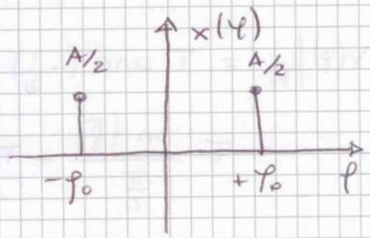
proprietà delle convoluzioni

$$\begin{cases} y(t) = x(t) * h(t) \\ Y(f) = X(f) \cdot H(f) \end{cases}$$

(!) per i segnali di potenza conviene sempre operare in frequenza e poi tornare indietro

$$P_{xx}(f) = |X(f)|^2 = X^*(f) \cdot X(f)$$



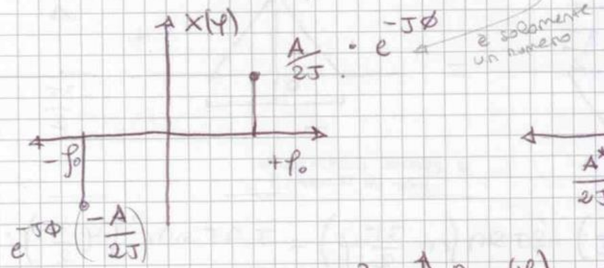


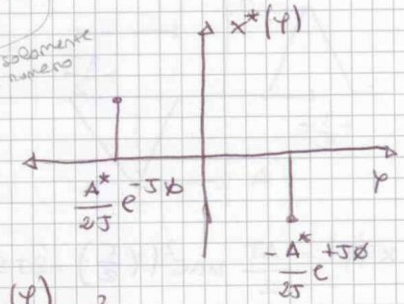
$$\begin{cases} P_{xx}(f) = \frac{|A|^2}{4}\left[\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0)\right] \\ C_{xx}(\tau) = \frac{|A|^2}{2}\cos(2\pi f_0 \tau) \end{cases}$$

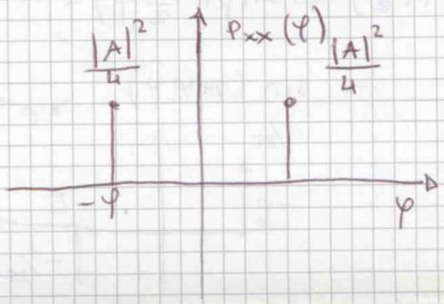
Ex:

$$x(t) = A \cdot \sin(2\pi f_0 t + \phi)$$

$$C_{xx}(\tau) = ? = x^*(-t) * x(t)$$







(!) quando faccio il modulo quadro la sfasatura va tutta lavoro sul segnale ricevuto modulo quadro così tolgo la sfasatura

lezione XI
21/10/11

Esercizi d'esame:

$x(t) = 2\,\mathrm{Rect}_T(t)\cos\left(\frac{\pi t}{T}\right)$ $\quad X(f);\ X(f)\big|_{f=0},\ X(f)\big|_{f=\pm\frac{1}{T}}$

$X(f) = 2T\,\mathrm{sinc}(fT) * \left[\frac{1}{2}\delta\left(f-\frac{1}{2T}\right)+\frac{1}{2}\delta\left(f+\frac{1}{2T}\right)\right]$ $\quad \cos(2\pi f_0 t)$

$= T\cdot\mathrm{sinc}\left[T\left(f-\frac{1}{2T}\right)\right]+T\,\mathrm{sinc}\left[T\left(f+\frac{1}{2T}\right)\right]$ $\quad \frac{\pi t}{T} = 2\pi f_0 t$ $\quad f_0 = \frac{1}{2T}$

$X(f)\big|_{f_0} = T\cdot\mathrm{sinc}\left(-\frac{1}{2}\right)+T\cdot\mathrm{sin}\left(+\frac{1}{2}\right)$

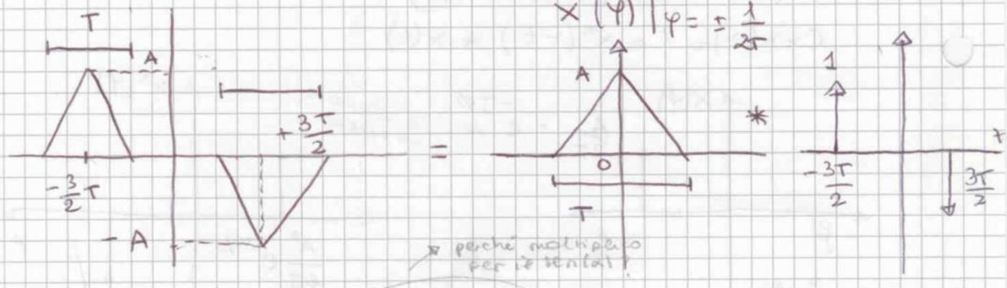
$= T\cdot\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\frac{\pi}{2}}+T\cdot\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\frac{\pi}{2}} = \frac{4T}{\pi}$

$X(f)\big|_{f=+\frac{1}{T}} = T\cdot\mathrm{sinc}\left(\frac{1}{2}\right)+T\,\mathrm{sinc}\left(\frac{3}{2}\right) = T\cdot\frac{2}{\pi}\ \left(-\frac{2}{3}\frac{T}{\pi}\right)$

altro esempio

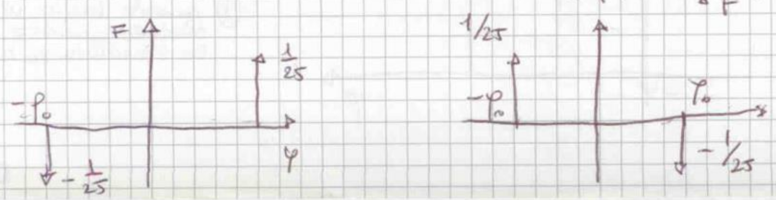
$X(f)\big|_{f=\frac{1}{2T}} = T + T\,\mathrm{sinc}(1) = T$

Esercizio d'esame $\quad X(f)=?\quad X(f)\big|_{f=0}\quad X(f)\big|_{f=\pm\frac{1}{2T}}$



$X(f) = \frac{AT}{2}\,\mathrm{sinc}^2\left(f\frac{T}{2}\right)\cdot 2J\sin\left(2\pi\frac{3T}{2}f\right) = JAT\,\mathrm{sinc}^2\left(f\frac{T}{2}\right)\cdot\sin(3\pi T f)$

$\sin(2\pi f_0 t) \rightarrow \sin(2\pi f_0 f)$ $\quad \times F^{-1}$



Fondamenti di Telecomunicazioni

Lezione XI
24/10/11

$$X(f)\Big|_{f=+\frac{1}{2T}} = JAT\,\mathrm{sinc}^2\left(\frac{1}{4}\right)\cdot \sin\left(\frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\mathrm{sinc}^2\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}$$

modulazione in frequenza → moltiplico per sen/cos

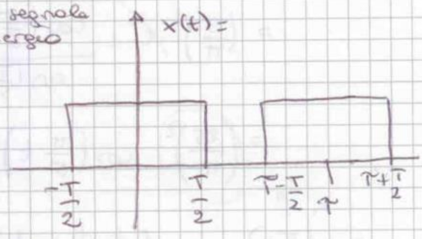
Esercizio:

TRENO DI N RETTANGOLI DI AMPIEZZA A E BASE T, IL PRIMO CENTRATO IN ZERO PASSO $\tau > T$

(!) è un segnale d'energia

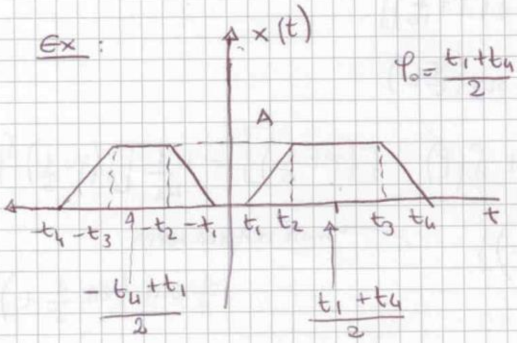
$$x(t) = A\cdot\sum_{n=0}^{N-1} \mathrm{Rect}(t-n\tau)$$

$$= A\,\mathrm{Rect}_T(t) * \sum_{n=0}^{N-1} \delta(t-n\tau)$$



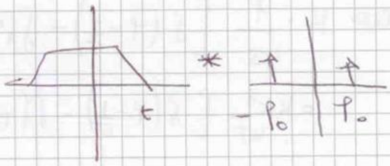
$$X(f) = AT\cdot\mathrm{sinc}(fT)\cdot\sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi f n\tau}$$

Ex:

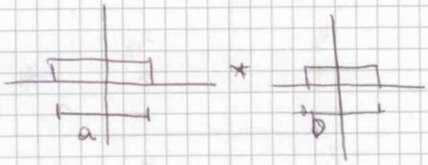


$$f_0 = \frac{t_1+t_4}{2}$$

$$X(f) = K_1\,\mathrm{sinc}(fa)\cdot K_2\,\mathrm{sinc}(fb)\cdot K_3\cos(2\pi f_0 f)$$



$$\begin{cases} a+b = t_4-t_1 \\ b-a = t_3-t_2 \end{cases} \qquad f_0 = \frac{t_1+t_4}{2}$$

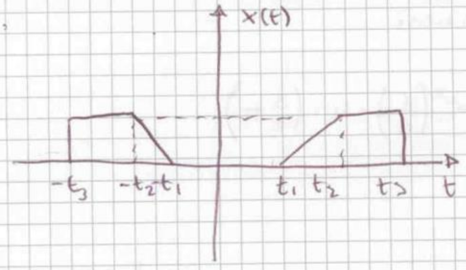


a sono infiniti modi diversi per scrivere la soluzione

$$X(f) = K_1\,\mathrm{sinc}(fa)\cdot K_2\,\mathrm{sinc}(fb)\cdot K_3\cos(2\pi f_0 f)$$

$$K_1K_2 = \text{Area trapezio} = \frac{(t_4-t_1+t_3-t_2)\,A}{2} \qquad K_3 = 2$$

Ex.



$X(f) = ?$

Ex.

$$x(t) = \left(\frac{5}{\pi} \cdot t\right)^2 \cdot \cot g\left(\frac{\pi}{5}t\right) \cdot \operatorname{sinc}^2\left(\frac{1}{5}t\right)$$

$X(f) = ?$

$X(f)\big|_{f=0} = ?$

$X(f)\big|_{f=\pm\frac{1}{5}}$

POTENZA DI $x(t)$

$$= \left(\frac{5}{\pi}\right)^2 \cancel{t^2} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{5}t\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{5}t\right)}{\left(\frac{\pi}{5}\right)^2 \cancel{t^2}} =$$

$$= \left(\frac{25}{\pi}\right)^2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{5}t\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$$

K

$$\cos\left(\frac{\pi}{5}t\right) \Rightarrow \frac{1}{2}\left[\delta\left(f-\frac{1}{10}\right) + \delta\left(f+\frac{1}{10}\right)\right]$$

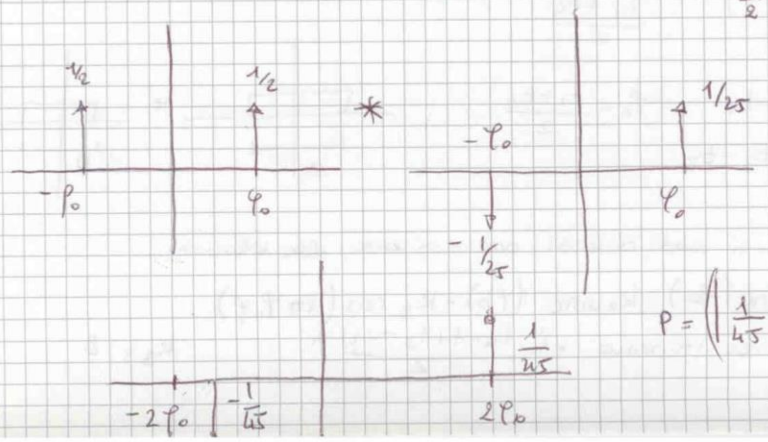
$$\sin\left(\frac{\pi}{5}t\right) \Rightarrow \frac{1}{25}\left[\delta\left(f-\frac{1}{10}\right) - \delta\left(f+\frac{1}{10}\right)\right]$$

$f_0 = \frac{1}{10}$ $\qquad x(t) = K\cos\left(\frac{\pi}{5}t\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$

$$X(f) = K \cdot \frac{1}{45}\left[\delta\left(f-\frac{1}{5}\right) - \cancel{\delta(f)} + \cancel{\delta(f)} - \delta\left(f+\frac{1}{5}\right)\right] = K\frac{1}{45}\left[\delta\left(f-\frac{1}{5}\right) - \delta\left(f+\frac{1}{5}\right)\right]$$

$$= K\frac{1}{45}\left[\delta\left(f-\frac{1}{5}\right) - \delta\left(f+\frac{1}{5}\right)\right] \longrightarrow \text{ANTI TRASFORMATA}$$

$$\frac{1}{2}\sin\left(2\pi\frac{1}{5}t\right)$$



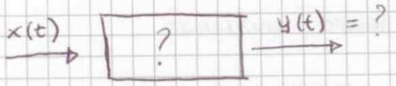
$X(f)\big|_{f=0} = 0$

$X(f)\big|_{f=\pm\frac{1}{5}} = \frac{\pm 1}{45}$

$$P = \left(\left|\frac{1}{45}\right|^2 + \left|\frac{1}{45}\right|^2\right)K^2 = \frac{K^2}{8}$$

Fondamenti di Telecomunicazione

Lezione XII
24/10/11



RELAZIONI INGRESSO USCITA

Qual è la relazione tra ingresso/uscita

(sistemi che studieremo)
SISTEMI LINEARI TEMPO INVARIANTI (L.T.I) → sottoinsieme

$y(t) = \Gamma[x(t)]$ (trasformazione che lega ingresso/uscita)

LINEARE : $a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t)$

$$y(t) = a_1 \Gamma[x_1(t)] + a_2 \Gamma[x_2(t)]$$

TEMPO INVARIANTI :

$$y(t) = \Gamma[x(t-t_0)] = y(t-t_0)$$

$x(t) = x(t) * \delta(t)$

$\boxed{h(t) \Rightarrow \text{risposta impulsiva}}$

$h(t) \rightarrow y(t)$ se $x(t) = \delta(t)$

$h(t) = \Gamma[\delta(t)]$; $h(t-\lambda) = \Gamma[\delta(t-\lambda)]$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\lambda)\, \delta(t-\lambda)\, d\lambda =$$

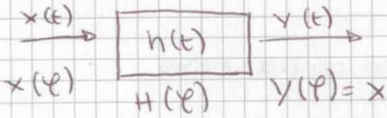
$$y(t) = \Gamma[x(t)] = \Gamma\left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(\lambda) \cdot \delta(t-\lambda)\, d\lambda\right] =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\lambda) \cdot \underbrace{\Gamma[\delta(t-\lambda)]}_{h(t-\lambda)}\, d\lambda$$

(!) ogni filtro è caratterizzato da una risposta impulsiva

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\lambda) \cdot h(t-\lambda)\, d\lambda = x(t) * h(t)$$

→ I segnali sono sempre tempo limitati



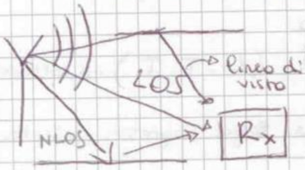
$Y(\varphi) = X(\varphi) \cdot H(\varphi)$

$$H(\varphi) = \frac{Y(\varphi)}{X(\varphi)}$$

(FUNZIONE di ~~trasferimento~~ trasmissione)

(sono un sottoinsiemi)
FILTRO → SISTEMA LINEARE TEMPO INVARIANTI
(altro sottoinsieme)
MEZZI TRASMISSIVI → SISTEMI LINEARI TEMPO-INVARIANTI

ES : sistema di Telecomunicazione wireless



LINE OF SITG

Tanto maggiore è il numero di riflessioni
Tanto più sono attenuato il segnale → inconsistente
non arriva in ricezione
↳ più aumentano le riflessioni più aumenta il ritardo
↳ ad ogni riflessione cambio la ~~fase~~ traiettoria la fase

~~e'inform~~ Generalmente sono ~~connesso~~ connesso ad NLOS (devo essere in grado di ricevere il segnale in NLOS)
↳ (CANALE IDEALE)
↳ compenso gli effetti dovuti alle riflessioni multiple attraverso l'equalizzazione
↳ MULTIPATH → fenomeno di interferenza (non considero il rumore)

il sistema ha compiuto il suo lavoro quando

$$\boxed{y(t) = A\,x(t-\tau)} \iff \text{TRASMISSIONE IDEALE}$$

FUNZIONE DI TRASFERIMENTO ⇒ PASSO IN FREQUENZA

→ controllare la trasformata

$$Y(f) = A \cdot X(f) \cdot e^{-j2\pi f\tau}$$

⇒ QUELLA DEL CANALE IDEALE: non introduce distorsioni

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} = A \cdot e^{-j2\pi f\tau}$$

$$h(t) = A\,\delta(t-\tau)$$

$$H(f) = \begin{cases} |H(f)| = A : \text{cost} \\ \text{argomento}\{H(f)\} = -2\pi f\tau \quad \text{(FASE)} \end{cases}$$

non introduce distorsioni ne in ampiezza ne in fase

la fase è lineare e periodica ovvero ⇔ $\arg\{H(f)\} = -2\pi f\tau \pm n\pi$

DISTORSIONI DI AMPIEZZA : trasmissione voce (è grave) trasmissione immagini (non perdo informazioni sull'img)

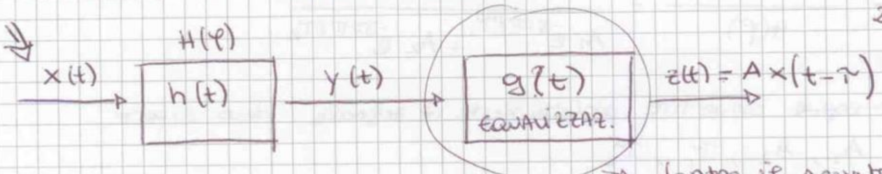
DISTORSIONI DI FASE : causa il ritardo → in quelle voci (non fa nulla) nelle immagini (mi e la sfoca)
(INTERFERENZA INTERSIMBOLICA TIPO IMG)

(!) se le distorsioni sono lineari sono perfettamente compensabili

Fondamenti di Telecomunicazione

Lezione XII

24/10/11



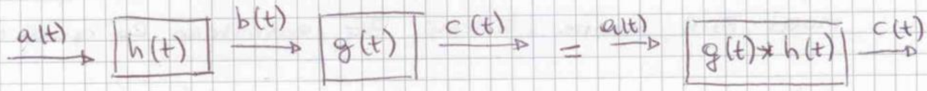
dentro il ricevitore deve esistere un equaliz

elimina le distorsioni

blocco lineare tempo invarianti

che funzione ha l'equalizzatore?

Ex



$$\cdot\ H(\varphi) = B(\varphi) \cdot G(\varphi) = C(\varphi)$$

$$C(\varphi) = G(\varphi) \cdot H(\varphi) \cdot A(\varphi)$$

funzioni di trasferimento tra due filtri

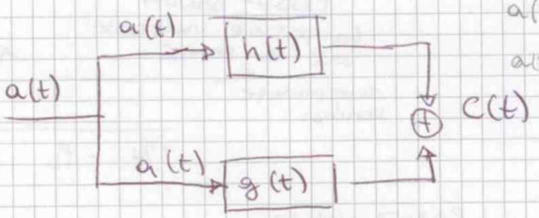
$a(t) = h(t) * c(t)$

$a(\varphi) = H(\varphi) \cdot C(\varphi)$

$a(t) = g(t) * c(t)$

$a(\varphi) = G(\varphi) \cdot C(\varphi)$

Ex



$$h(\varphi) \cdot g(\varphi) = A\, e^{-j2\pi\varphi\tau}$$

$$G(\varphi) = \frac{A\, e^{-j2\pi\varphi\tau}}{H(\varphi)}$$

(Ecco perché è l'inverso) se riesco a conoscere $H(\varphi)$ riesco ad invertire e ottengo il sistema perfetto.

Ex: Come è fatto $H(\varphi)$?

$$y(t) = A_1\, x(t-\tau_1) + A_2\, x(t-\tau_2)$$

$$y(\varphi) = A_1 x(\varphi) \cdot e^{-j2\pi\varphi\tau_1} + A_2 x(\varphi) e^{-j2\pi\varphi\tau_2}$$

$$H(\varphi) = A_1 e^{-j2\pi\varphi\tau_1} + A_2 e^{-j2\pi\varphi\tau_2}$$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj — Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Professore: Benedetto — Anno di produzione: 2012-2013

$$G(\varphi) = \frac{A e^{-j2\pi\varphi\tau}}{H(\varphi)} = \frac{A e^{-j2\pi\varphi\tau}}{A_1 e^{-j2\pi\varphi\tau_1} + A_2 e^{-j2\pi\varphi\tau_2}}$$

~~per capire~~ convertire perfettamente il segnale devo sapere
A_1, A_2, τ_1, τ_2

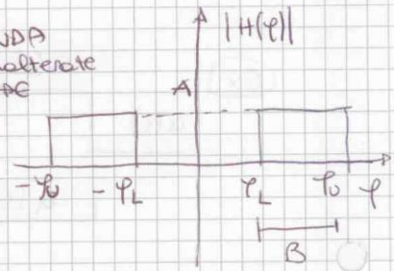
oltre all'equalizzatore devo avere un qualcosa che mi dica il valore di A_1, A_2, τ_1, τ_2

→ negli apparecchi GSM l'interferenza è distruttiva quella dello multi-PATH, mentre i sistemi 3G aumentano la qualità

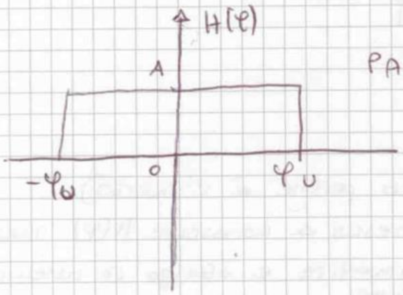
$H(\varphi)$ in frequenza ha banda infinita → a seconda dei valori per limitare questa funzione si hanno differenti filtri (comportamenti)

$$H(\varphi) = \begin{cases} A e^{-j2\pi\varphi\tau}, & \varphi_L \leq |\varphi| \leq \varphi_U \\ 0, & \text{ALTROVE} \end{cases}$$

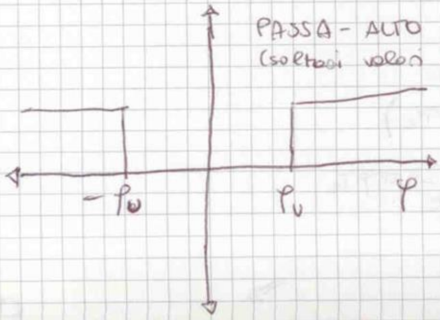
PASSA-BANDA
fa passare inalterate solo ~~le BANDE~~ determinate bande.



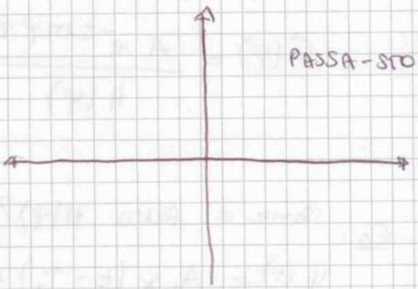
PASSA-BASSO



PASSA-ALTO
(soltanto valori alle alte frequenze)



PASSA-STOP



sono ideali questi filtri
(1) perché ho una discontinuità non è realizzabile fisicamente
(2) il sistema risponde prima ancora di applicare l'ingresso

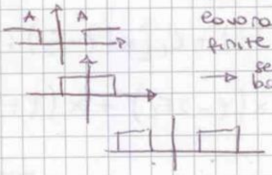
Fondamenti di Telecomunicazione

Lezione XIII
25/10/11

$h(t)$: RISPOSTA IMPULSIVA

$H(f)$: FUNZ. DI TRASFERIMENTO

FUNZ TRANF IDEALE $= A \cdot e^{-j2\pi f \tau}$ → la limitiamo in banda perchè in realtà si lavora con quantità finite



→ segnale banda base

→ segnale banda passante quando f_0 sta alle alte frequenze

BANDA B
$B = f_U - f_L$

- FILTRI HP
- FILTRI LP
- FILTRI BP
- FILTRI STOP

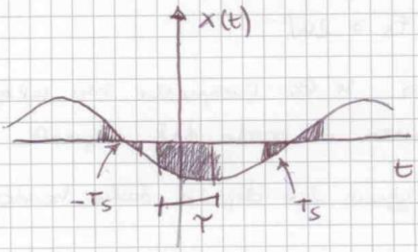
Operativamente è meglio usare filtri simmetrici

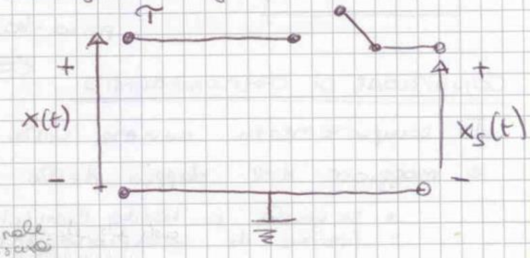
ANTITRASFORMATA

$$H(f) = A \cdot e^{-j2\pi f \tau} \cdot Rect_{2f_0}(f)$$

TEOREMA DI CAMPIONAMENTO

Domanda (da un segnale quanti e quali campioni devo prendere per passare da segnale analogico a digitale (discreto) senza errori

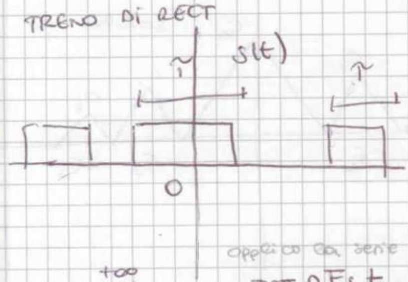




segnale in uscita

$$x_s(t) = x(t) \cdot s(t)$$

TRENO DI RECT



quanti rettangoli devo trasmettere (dopo aver reso discreto il segnale)

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} Rect_{\tau}(t - kT_s) =$$

applico la serie di Fourier

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \cdot e^{j2\pi n F_s t} \qquad C_n = F_s \cdot \tau \cdot \text{sinc}(n F_s \cdot \tau)$$

$$\hookrightarrow s(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} 2C_n \cdot e^{j2\pi n F_s t} \qquad C_0 = F_s \cdot \tau$$

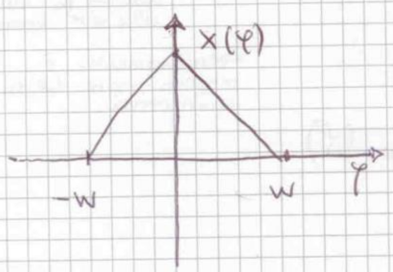
$$s(t) = c_0 + c_1 \cdot e^{j2\pi F_s t} + c_1 e^{-j2\pi F_s t} + c_2 e^{j2\pi 2F_s t} + c_2 e^{-j2\pi 2 F_s t}$$

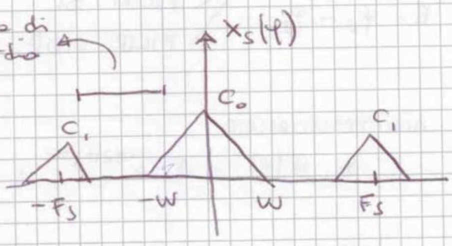
$$S(f) = c_0 \delta(f) + \sum_{n=1}^{+\infty} c_n \cdot \cos(2\pi n F_s f)$$

$$x_s(f) = c_0 x(f) + c_1 [x(f-F_s) + x(f+F_s)] + $$
$$+ c_2 [x(f-2F_s) + x(f+2F_s)] + \dots$$

$\cancel{x_s(f) = c_0 \cdot x(f)}$

$x_s(t) = x(t) \cdot s(t)$





$\boxed{F_s \geq 2W}$

se voglio tornare ad x(t) filtro passa-basso la prima replica (centrata in 0)
$\iff F_s > 2W$

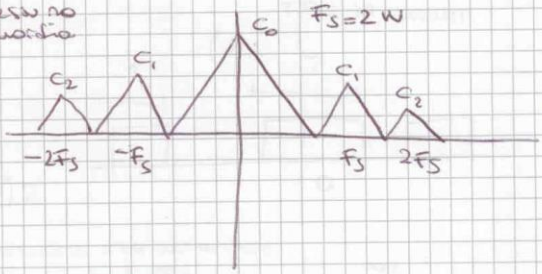
CONDIZIONE DI CAMPIONAMENTO

Il campionamento avviene senza errori se la frequenza che scelgo è maggiore del doppio della larghezza di banda del segnale

- segnale a banda limitata
- frequenza di campionamento maggiore del doppio della banda

Se $F_s = 2W$

→ se F_s è uguale mi da il minimo della frequenza di campionamento



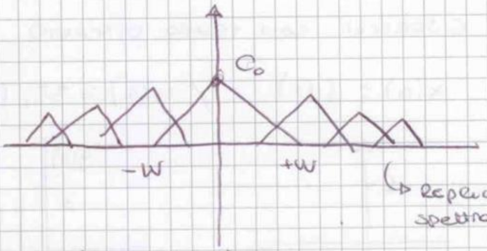
Frequenza di Nyquist $\Rightarrow \boxed{F_s = 2W}$

Fondamenti di Telecomunicazione — Lezione XIII — 25/10/11

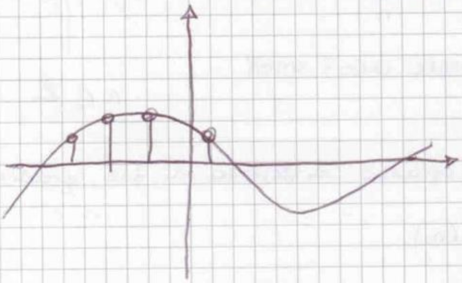
⇒ Il canale mi introduce rumori e quindi mi allarga in banda il segnale ⇒ è rischioso quindi prendere $F_S = 2W$

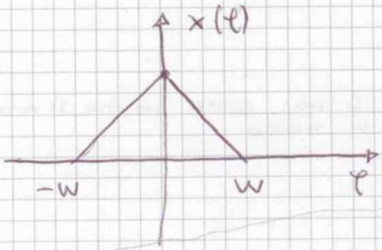
Se $F_S < 2W$

ALIASING: sovrapposizione delle repliche spettrali
↳ mi distrugge il segnale.



⇒ Questo succede anche con le δ





$x_S(t) = x(t) \cdot S(t)$

$$S_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_S)$$

$$S_\delta(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-j2\pi n F_S f}$$

spiegazione

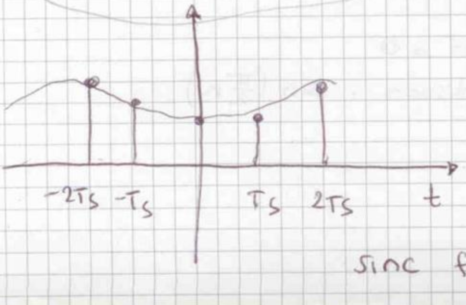
$$x_S(t) * \operatorname{sinc}(t \cdot 2W)$$

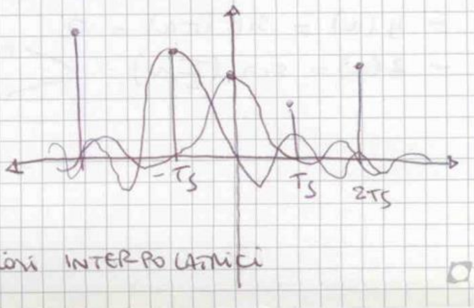
$$\downarrow$$

$$\left[x(t) \cdot \sum_n \delta(t - nT_S)\right] * \operatorname{sinc}(t 2W)$$

$$= \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_S) \cdot \delta(t - nT_S)\right] * \operatorname{sinc}(t \cdot 2W) =$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_S) \cdot \operatorname{sinc}\left[2W(t - nT_S)\right]$$





SINC funzioni INTERPOLATRICI

Ex

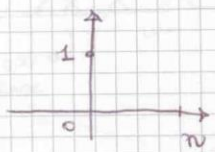
$$x(t) = 24\pi t \cdot [\sin(4\pi t) - \sin(6\pi t)] \cdot \text{sinc}(t) \qquad x(f) = ?$$

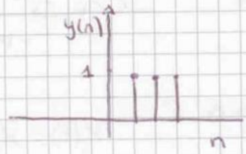
$$y(t) = (24\pi t)^{-1} \cdot [\sin(4\pi t) - \sin(6\pi t)] \qquad y(f) = ?$$

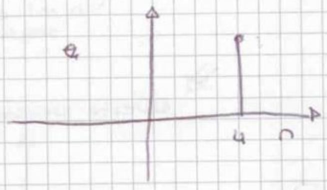
XIV Lezione
28/10/11

ESERCIZI CON TEMPO DISCRETO

$x(n) = \delta(n)$ / $y(n) = u_{-1}(n)$ / $z(n) = \delta(n-4)$





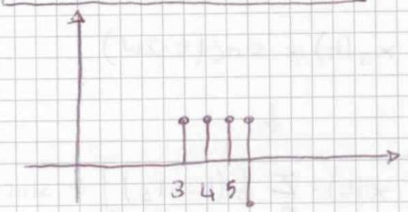


l'ascissa può assumere solamente valori interi $\quad n \in \mathbb{Z}$

SEGNALI DISCRETI

tutti i rettangoli componenti → saranno differenze di due gradini

$$\boxed{u_{-1}(n-3) - u_{-1}(n-6)} \cdot h(n)$$



-6 non conta perché si annullano a vicenda

$$g(n) = \text{sinc}(n) = \frac{\sin(\pi n)}{\pi n} = \delta(n)$$

$$f(n) = \text{sinc}\left(n - \frac{1}{2}\right)$$

$$f(0) = \frac{2}{\pi} \quad ; \quad f(1) = \sin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi}$$

- $x(n) = \cos(\pi n) = (-1)^n$
- $y(n) = \sin(\pi n) = 0$
- $z(n) = \sin\left(\frac{\pi}{2} n\right)$ $\begin{cases} n \text{ pari} = 0 \\ n \text{ dispari} = \sin\left(\frac{\pi}{2} n\right) \end{cases}$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Benedetto
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2012-2013

Fondamenti di Telecomunicazioni

XIV lezione
28/10/11

ESERCIZIO d'esame

$n \in [-2, 3]$

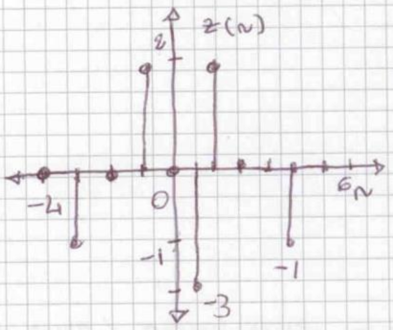
$x(n) = \cos\left(\pi \frac{n}{2}\right)$

$y(n) = \sin\left(\frac{3\pi n}{2}\right)$

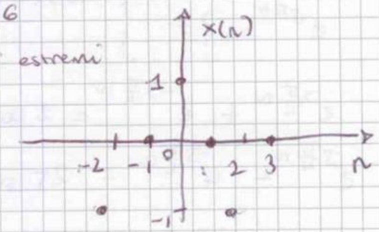
$z(n) = x(n) * y(n)$

$C_{xy}(k) = x(n) \otimes y(n)$

DIS. EQUAZIONE DI SCHWARTZ

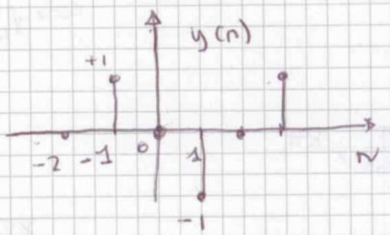


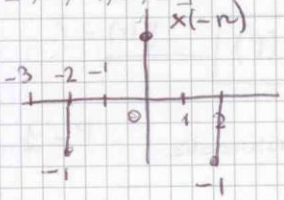
Va da -4 a 6 poiché è la somma degli estremi



$x(n) = [-1, 0, 1, 0, -1, 0], n \in [-2, 3]$

$y(n) = [0, 1, 0, -1, 0, 1]$





$x(-n) = [0, -1, 0, 1, 0, -1]$

$C_{xy}(k) = x(n) \otimes y(n) = x^*(-n) * y(n)$

la cross-correlazione va da -5 a 5 ?

$C_{xy}(k) \leq \sqrt{C_{xx}(0)\, C_{yy}(0)}$

$C_{xx}(0) = \sum_n |x(n)|^2$

$C_{xx}(k) = x^*(-n) * x(n)$

Esercizio :

$z(n) = \text{sinc}(n-4) = \delta(n-4)$

$z(n) = \text{sinc}(n-4) + \text{sinc}(n-8) = \delta(n-4) + \delta(n-8)$

$x(n) * z(n) = x(n-4) + x(n-8)$

$$\left.\begin{aligned} e^{j\pi n} &= ? = \\ e^{-j\pi n} &= ? = \end{aligned}\right\} \cos(\pi n) = (-1)^n$$

$$e^{j\frac{\pi}{4}n} + e^{-j\frac{\pi}{4}n} = 2\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$$

$$e^{j\frac{\pi}{4}n} - e^{-j\frac{\pi}{4}n} = 2j\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)$$

Esercizio

Filtro di banda $B = \frac{\pi}{3}$ con andamento passa-basso / passa-banda con $f_L = \frac{2}{3}\pi$

$x(t) \rightarrow \boxed{H(f)} \rightarrow y(t) = ?$

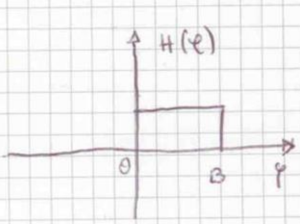
$x(t)$ → sinusoidale $\quad P = 1 \quad f_0 = \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{20}; 8\pi$

XV Lezione
3/11/11

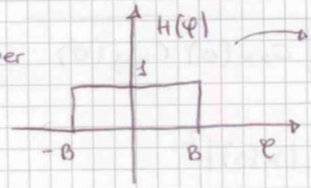
$x(t) \rightarrow \boxed{H(f)} \rightarrow y(t) = x(t) * h(t)$

$Y(f) = X(f) \cdot H(f)$

Qual è la relazione tra ingresso e uscita con $C_{xx}(\tau)$; $C_{yy}(\tau)$?

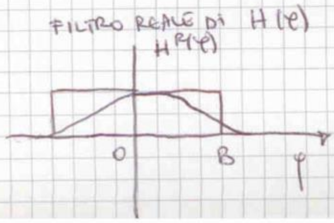


lo faccio per simmetria $\Longrightarrow$



→ così faccio $\frac{n}{2}$ campioni

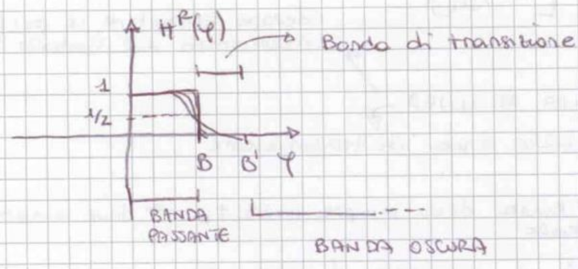
Filtro reale di $H(f)$



Che banda occupa un filtro reale?
→ occupa una banda maggiore

Fondamenti di Telecomunicazione

XV lezione
3/11/11



Famiglia dei FILTRI A COSENO RIALZATO:

il parametro che gestisce la pendenza, prende il nome di Roll-OFF γ
↳ rende il problema più realistico possibile

Roll-off: mi indica di quanto devo aumentare la banda

↳ $\gamma = [0, 1]$
→ quando il Roll-off = 0 è filtro ideale
→ 1 quando la mia banda è 2B

SORGENTE DISCRETA

a_k = sono simboli che contengono l'informazione che devo trasmettere

$(S) \xrightarrow{a_k}$

$k = [1, M]$

ogni T_S (intervallo temporale tra un simbolo e il successivo)

$$\text{Rate } (R_S) = \frac{1}{T_S} = [\text{baud/secondo}] = [\text{simboli/secondo}]$$

gli a_k sono simboli

devo creare un segnale analogico dove attaccare gli a_k

ONDA PAM (Pulse modulation)

$$x(t) = \sum_k a_k \cdot p(t - kT_S)$$

→ segnale $p(t)$

CONDIZIONI di $p(t)$ affinché possa ottenere in ogni T_S gli a_k

$$p(t) = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ 0, & t = \pm kT_S \end{cases}$$

$$x(HT_S) = \sum_k a_k\, p(HT_S - kT_S) = a_H + 0 + 0 + 0$$

Ex:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a_1 = +1 \\ a_2 = -1 \end{cases} \qquad M_a = 2$$

Sorgente binaria → $T_S = T_b$ → tempo di bit

$R_S = R_b$

TRATTAZIONE CON SORGENTI BINARIE

$t_s = T_b$ $R_s = R_b = [bit/sec]$

devono garantire il perfetto ricevimento del simbolo trasmesso

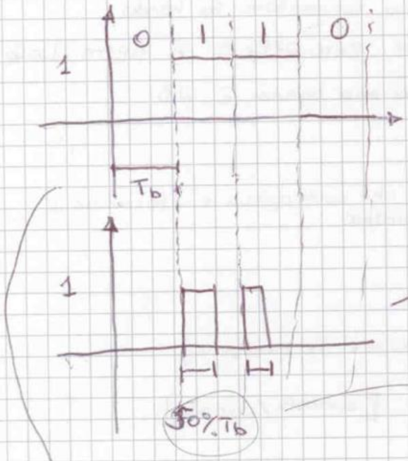
ONDA PAM → CODIFICA DI LINEA

come adatto la sorgente alla linea di trasmissione

per ogni codifica di linea devo sempre avere t_b → deve sempre essere possibile estrarre il simbolo

COMPONENTE IN CONTINUA : presenza di una frequenza

TIPI DI CODIFICA DI LINEA



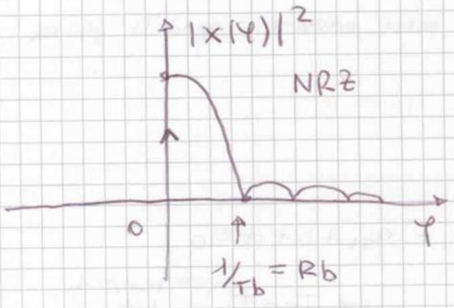
DF = 100%
(NRZ)

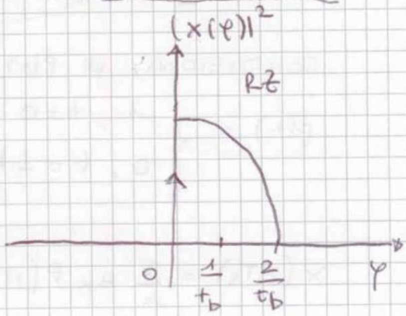
CODIFICHE UNIPOLARI

→ MODALITÀ DI RITORNO A ZERO (RZ)

→ DUTY FACTOR - fattore di carico del sistema

Se dovessi trasmettere tutti 1 mi creo un problema poiché la trasformata di una costante è una delta centrata in 0 → quindi la mia frequenza continua è presente in 0



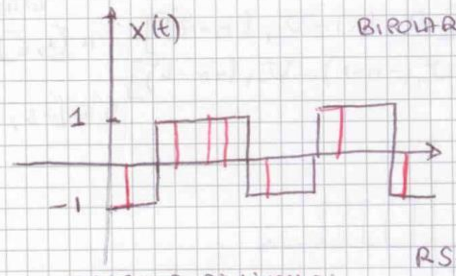


Fondamenti di Telecomunicazione

Lezione XV

3/11/11

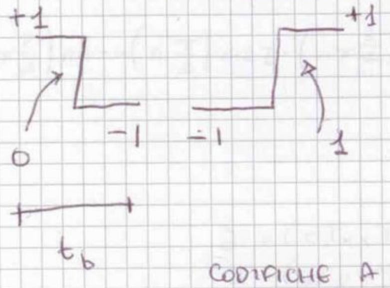
BIPOLARI → componente in continua uguale a 0



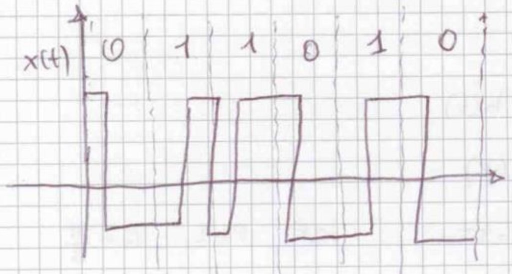
RS-232

CODIFICHE DI LIVELLO:

CODIFICHE A TRANSIZIONE: → se l'onda si sposta da un livello alto ad uno basso



CODIFICHE A TRANSIZIONE



↳ ex: GPS

↳ oscilla sempre intorno ad un valor medio nullo

Passo da una trasmissione binaria ad una multilivello ovvero accorpo i miei bit così occupano "meno" spazio.

$T_S = 2T_b$ $\qquad T_S = N_{bit} \cdot T_b$ $\qquad R_S = \frac{R_b}{N_{bit}}$

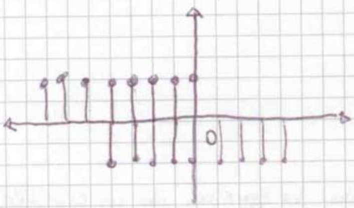
$M_{SIMBOLO} = 2^{N_{bit}} \Rightarrow N_{bit} = \log_2 M_{SIMBOLI}$

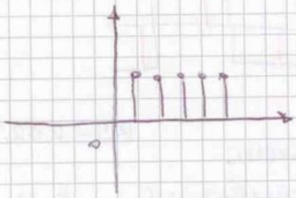
ESERCITAZIONE

XVI lezione
4/11/11

(1) $x(n) = [U_{-1}(-n) - U_{-1}(n+4)] \cdot [U_{-1}(n) - U_{-1}(n-7)]$ $\quad n\,[1, 6]\quad x(1)=7$

$y(n) = J \cdot \sin\left(\frac{3}{2}\pi n\right) e^{J\frac{\pi}{2}n} \cdot [U_{-1}(-n-1) - U_{-1}(-n-4)]$ $\quad n \in [-3; -1]$





$-n-1 \geq 0 \Rightarrow n \leq -1$

$J \sin\left(\frac{3}{2}\pi n\right) \cdot J \sin\left(\frac{\pi}{2} n\right) = -\sin\left(\frac{3}{2}\pi n\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} n\right)$

$y(-3) = +1$
$y(-2) = 0$
$y(-1) = +1$

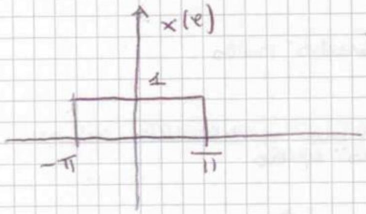
$y(n) = \delta(n+3) + \delta(n+1)$
$z(n) = x(n+3) + x(n+1)$

$C_{xx}(0) = 6$
$C_{yy}(0) = 2$

$x(t) \longrightarrow \boxed{H(f)} \longrightarrow y(t) = x(t) * h(t)$

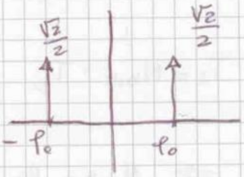
$Y(f) = X(f) \cdot H(f)$

EX: $H(f)$: PASSA-BASSO $B = \pi$ $\quad x(t)$, $P = 1$, $f_0 = \frac{\pi}{3}$



$H(f) = Rect_{2\pi}(f)$

$H(f) = A e^{-J2\pi f \tau} Rect$
$A = 1$
$\tau = 0$
(LTI)



$x(t) = A \cos(2\pi f_0 t)$

$P = \frac{A^2}{2} = 1 \Rightarrow A = \sqrt{2}$

Il passa basso lascia passare inalterato nel tempo la trasformata

$y(t) = x(t)$

Fondamenti di Telecomunicazione — Lezione XVI

4/11/11

Ex

$x(f) = j \cdot |f| \cdot Rect_2(f)$

$H(f) = 2\pi f$

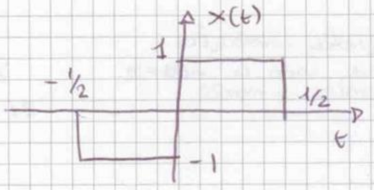
$y(t) = ?$

$$y(f) = j \cdot |f| \cdot Rect_2(f)\, 2\pi f = \begin{cases} j(-f)\cdot 2\pi f, & -1 \le f < 0 \\ j(f)\, 2\pi f, & 0 \le f \le 1 \end{cases}$$

$$= j 2\pi f\, |f| \cdot Rect_2(f)$$

$$y(t) = ? = \frac{d}{dt}\left[\text{sinc}() - \text{sinc}^2(\right.$$

Ex



$\mathcal{E}_{xx}(f) = ?$

$\mathcal{E}_{xx}(0) = ?$

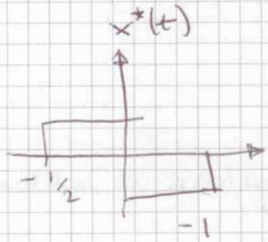
$R_{xx}(\tau) = ?$

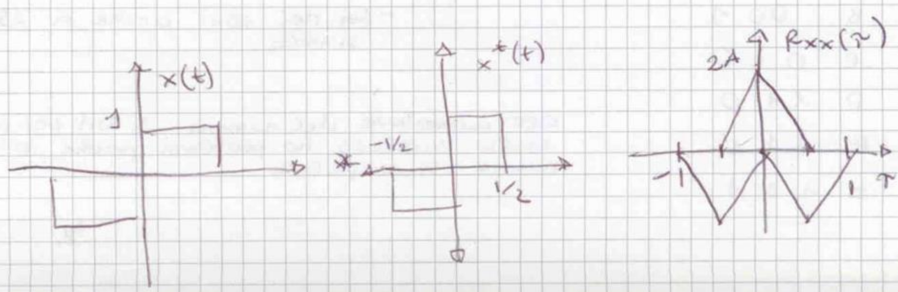
$R_{xx}(0) = ?$

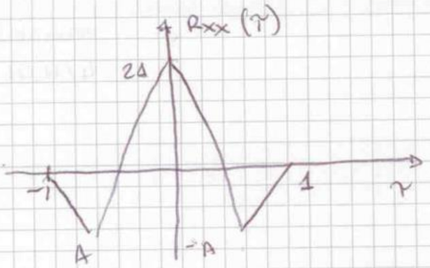
$$\mathcal{E}_{xx}(f) = ? = |x(f)|^2 = x^*(-f) \cdot x(+f)$$

$$x(f) = -2j\, \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} f\right) \cdot \text{sinc}\left(\frac{f}{2}\right)$$

$$\mathcal{E}_{xx}(f) = \sin^2\left(\frac{\pi}{2} f\right) \cdot \text{sinc}^2\left(\frac{f}{2}\right)$$







$A = \frac{1}{2}$

Ex:

$x(t) = |t| \cdot \mathrm{sgn}[y(t)]$, $|t| \leq 1$ $\qquad x(t),\ x(t)\big|_{t=0} = ?$

$y(t) = \cos^2(\pi t)$ $\qquad C_{yy}(\tau) \quad P_y = ?$

ONDA PAM:

$x(t) = \sum_k a_K \, p(t - KT_s)$ → segnale analogico dove vado a mettere i miei simboli

XVII lezione
8/11/11

$$p(t) = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ 0, & t = \pm KT_s \end{cases}$$

→ SAGOMATORE D'IMPULSO (forma degli a_K sul mezzo trasmissivo)

il solo simbolo è rappresentato da due bit

$T_s = 2T_b$

A → 00
B → 01
C → 11
D → 10

CODIFICA A TRE LIVELLI

A 000
B 001
C 010
D 110
E 111
F 101

- nei sistemi wireless la codifica o è 1 o è 2
- ~~sui~~ nei cavi anche a 256 bit per simbolo

all'aumentare del numero di bit per simbolo nello wireless ho problemi perché il fattore rumore si amplifica

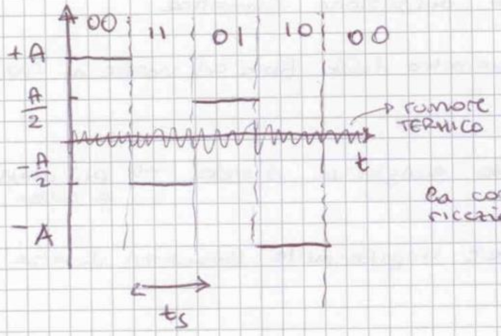
Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Benedetto

Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2012-2013

Fondamenti di Telecomunicazione

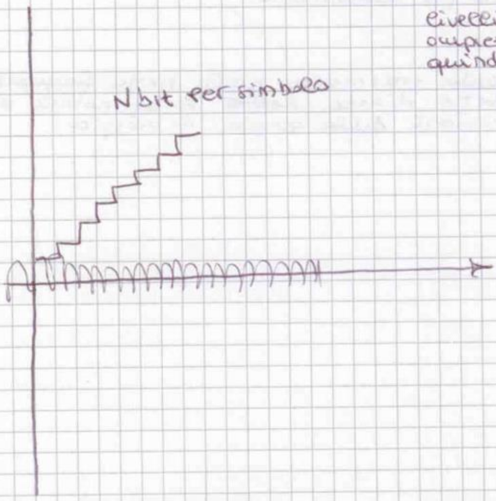
XVIII lezione

8/11/11



LIMITE TECNOLOGICO: massima potenza per emettere

la condizione simmetrica mi permette in ricezione di sbagliare di meno



livelli più bassi paragonabili all'ampiezza del rumore quindi perdo l'informazione

DOPPINO TELEFONICO: è costituito da ~~due~~ una coppia di fili intrecciati tra loro

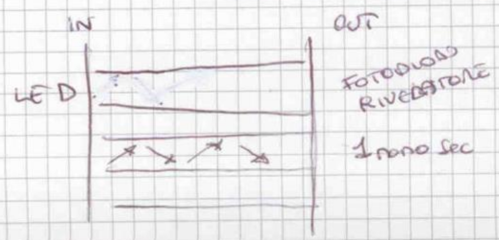
→ offre una banda massima di un megahertz

Voce fino a 8 KHz il resto del megahertz viene dato ADSL

2 fibre → capacità di banda di 1000 doppini

FIBRA OTTICA: → 1 gigabit/s È un cavo costituito da due cilindri concentrici con due materiali diversi

↳ si propagano attraverso segnali luminosi



LED fascio luminoso in tutte le direzioni

OGGI si utilizza il laser al posto del LED

DISPERSIONE CROMATICA : riflessione con angoli diversi del segnale luminoso
→ metodo per trasmettere di più

UNA FIBRA MULTIMODALE → dispersione cromatica

(!) se riuscissi a stringere il diametro della fibra ed inoltre a sparare con il laser → MONOMODALE

ACCESSO A DIVISIONE della lunghezza d'onda → più utenti associati a colori diversi

LASER mi dice come trasmettere singolarmente frequenze diverse (colori diversi)

CAVO : comunicazione guidata

WIRELESS : interfaccia radio per comunicare

SCATTERING DA PIOGGIA : l'onda trasmessa ha la stessa ~~frequenza~~/ lunghezza d'onda ~~della~~ paragonabile alle dimensioni della goccia di pioggia

Fondamenti di Telecomunicazione

Lezione XIX

11/11/11

ESERCITAZIONE

$x(t) = \text{sinc}(t) \cdot \cos(2\pi k t)$

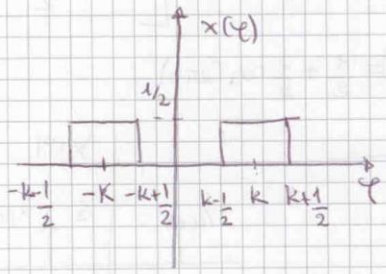
$\epsilon(k) = ?$

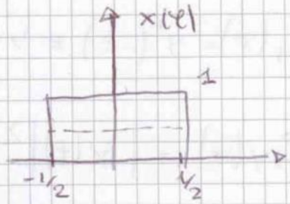
$\bar{k} \Rightarrow \epsilon_{MAX} = ?$

$$\epsilon = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(\varphi)|^2 d\varphi$$

$k = 0$

$$\epsilon\Big|_{k=0} = 1$$



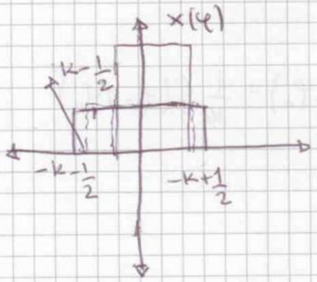


non sono mai sovrapposte per

$$-k + \frac{1}{2} < k - \frac{1}{2} \Rightarrow k > \frac{1}{2}$$

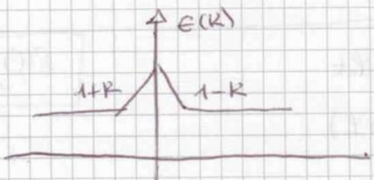
e considero solo tra 0 e +1/2 perché poi è ~~pari~~ simmetrico

$$k > \frac{1}{2} : \quad \epsilon = \int_{-k-\frac{1}{2}}^{-k+\frac{1}{2}} \frac{1}{4} d\varphi + \int_{k-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \frac{1}{4} d\varphi = \frac{1}{2}$$



$$\epsilon = \int_{-k-\frac{1}{2}}^{k-\frac{1}{2}} \frac{1}{4} d\varphi + \int_{k-\frac{1}{2}}^{-k+\frac{1}{2}} d\varphi + \int_{-k+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \frac{1}{4} d\varphi = \ldots = 1-k$$

$0 \leq k \leq \frac{1}{2}$



Es:

$$x(t) = |t| \cdot \underbrace{\text{segn}\left(\cos^2(\pi t)\right)}_{y(t)} \qquad |t| \le 1$$

(1) iè segno in 0 vale 1

$$x(t) = |t| \cdot \text{Rect}_2(t)$$

$C_{xy}(\tau) = ?$

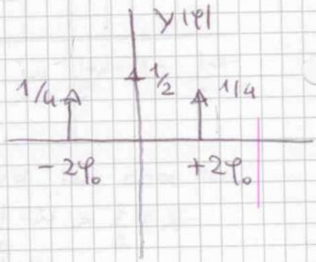
$P_y ?$

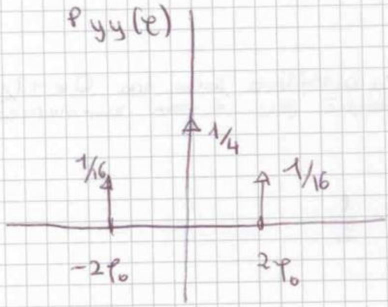
$$\cos^2(\pi t) = \left[\frac{e^{j\pi t} + e^{-j\pi t}}{2}\right]^2 =$$

$$\cos^2(\pi t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\pi t)$$

$$C_{yy}(\tau) = y^*(-t) * y(t)$$

$$P_{yy}(\varphi) = |Y(\varphi)|^2$$





$$P_y = \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16}$$

$$P_{yy}(\varphi) = |Y(\varphi)|^2 = \frac{1}{4}\delta(t) + \frac{1}{16}\delta(\varphi + 2\varphi_0) + \frac{1}{16}\delta(\varphi - 2\varphi_0)$$

$$C_{yy}(\tau) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\cos(4\pi\varphi_0 t)$$

$$C_{yy}(0) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

DELTA DI DIRAC

$$\boxed{\delta(t) = \delta(-t)}$$

$x(t) = \delta(t - \tau)$

$X(\varphi) = e^{-j2\pi\varphi\tau}$

$y(t) = e^{-j2\pi\varphi_0 t}$

$Y(\varphi) = \delta(-\varphi + \varphi_0)$

$\delta(t-2) \rightarrow \delta(-t+2)$

$\delta(-t+2)$

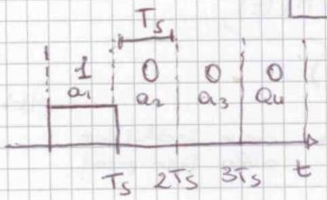
$\delta(t+2)$

PONGO L'ARGOMENTO È uguale a 0 !

Fondamenti di Telecomunicazione — lezione XX 14/11/11

ONDA PAM : funzione più semplice di onda digitale

$x(t) = \sum_k a_k \, p(t - kT_s)$

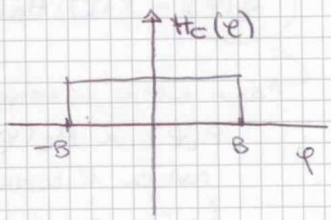


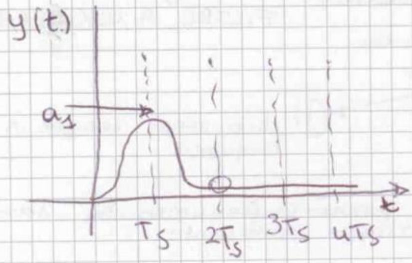
$= \sum_k a_k$

$t = kT_s$

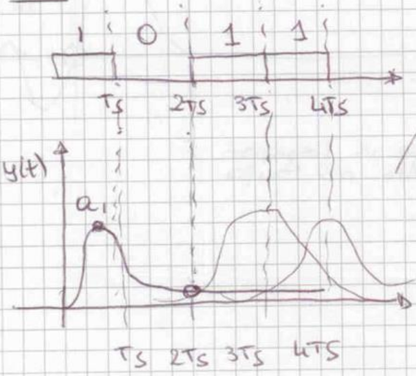
NEL CASO PIÙ SEMPLICE → CANALE IDEALE A BANDA LIMITATA

$y(t)\big|_{t=kT_s} = x(t) * h_c(t)$ — in questo caso non riesco a prelevare i miei a_k

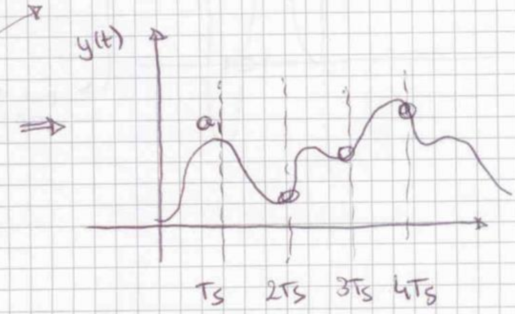




Ex



problema dell' interferenza INTER-SIMBOLICA ISI



$y(t) = \sum_k a_k\, p(t-kT_s) * h_c(t)$

$\tilde{p}(t-kT_s) = p(t-kT_s) * h_c(t)$

$$\boxed{y(t) = \sum_k a_k\, \tilde{p}(t-kT_s)}$$

(1) ho bisogno di mettere un filtro in ricezione poiché è in un certo senso mi deve tornare il segnale trasmesso

$$z(t) = y(t) * h_R(t) = \sum_n a_k \underbrace{\tilde{p}(t-kT_s) * h_R(t)}_{g(t)}$$

$g(t) = p(t) * h_c(t) * h_R(t)$ → deve soddisfare alla fine però!

$p(t) = \begin{cases} 1, & t=0 \\ 0, & t=\pm kT_s \end{cases}$

Trovare H_R che mi dia un filtro $g(t)$ che mi soddisfi in ~~ricezione~~ uscita le condizioni richieste dall'onda PAM:

$g(t) = p(t) * h_c(t) * h_R(t)$ — ci pensa l'equalizzatore

$g(f) = P(f) \cdot H_R(f)$ → (1) con un unico filtro trasmetto e ricevo → REALI E A BANDA LIMITATA → FILTRO A COSENO RIALZATO.

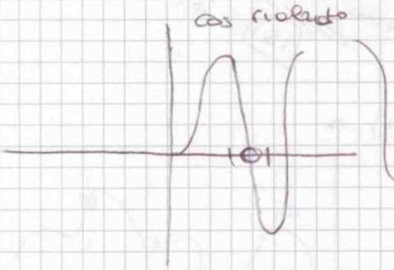
→ deve essere in frequenza a coseno rialzato

$P(f)$ e $H_R(f)$ devono essere a radice di coseno rialzato (→ con un andamento) → (1) devo stare sempre in frequenza

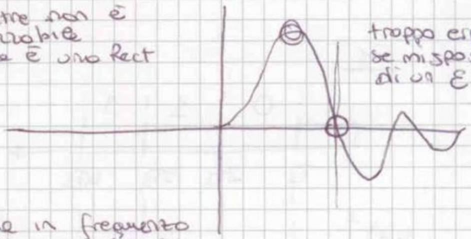
→ Perché non utilizzo una sinc? → ~~perché in frequenza ha~~ decade troppo lentamente

→ inoltre non è realizzabile perché è una rect

cos rialzato



→ più larga in frequenza più stretta nel tempo



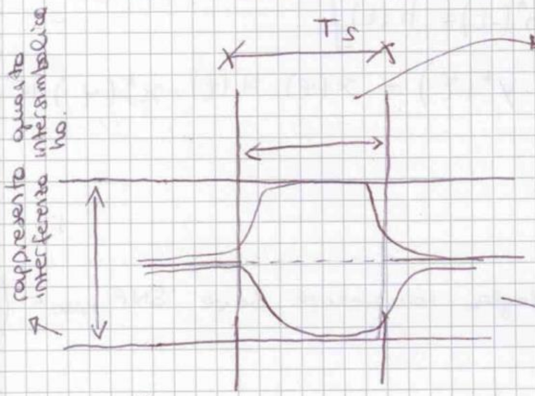
troppo errore se mi sposto di un ε

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Benedetto
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2012-2013

Fondamenti di Telecomunicazione

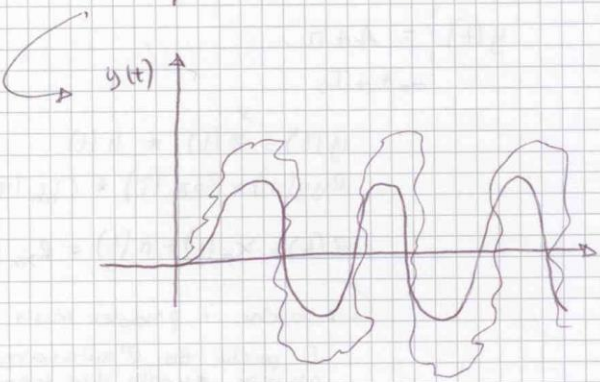
lezione XX
14/11/11

Se la trasmissione fosse IDEALE



più è l'occhio è aperto più meno rumore ed errori possiedo. (o interferenza INTERSIMBOLICA)

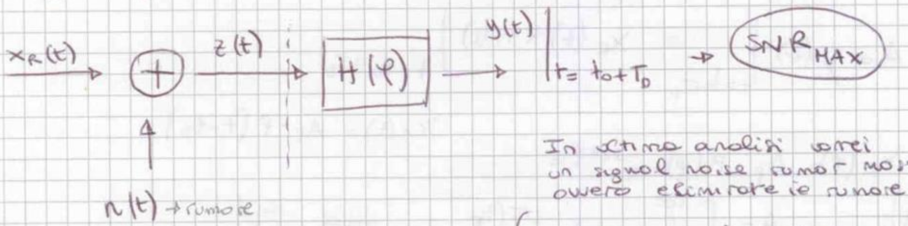
DIAGRAMMA AD OCCHIO: mi da informazioni su quello che ricevo.



PROGETTARE UN FILTRO IN RICEZIONE
(per segnali che vengono trasmessi per onda nota)

lezione XXI
15/11/11

$x_R(t) = A_p \cdot p(t-t_0)$ segnale di trasmissione



In ultima analisi vorrei un signal noise rumor massimo ovvero eliminare il rumore
→ massima energia del segnale

il rumore $(n(t))$ può essere gestito solo se è di ampiezza o...
ma non se è il rumore termico
Per questo motivo posso dare solamente una distribuzione di probabilità

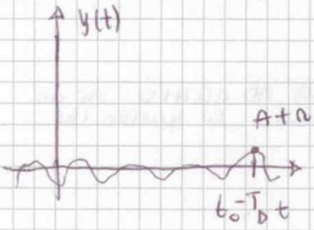
RELAZIONE CORRELAZIONE INGRESSO/USCITA

$$x(t) \longrightarrow \boxed{h(t)} \longrightarrow y(t)$$

$$R_{yy}(\tau) = ? = R_{xx}(\tau) * \Big[\overbrace{h^*(-t) * h(t)}^{C_{hh}(\tau)}\Big]$$

$$P_{yy}(\varphi) = |Y(\varphi)|^2 = Y(\varphi)\cdot Y^*(\varphi) = X(\varphi)\cdot H(\varphi)\cdot X^*(\varphi)\cdot H^*(\varphi) =$$

$$= |X(\varphi)|^2 \cdot |H(\varphi)|^2$$



y(t) la scegli a campionare dove $SNR_{MAX} = \left(\frac{A}{n}\right)^2$

$$y(t)\Big|_{t=t_0+T_D} = A + n$$

A = ?

$$y(t) = z(t) * h(t)$$

$$R_{yy}(\tau) = R_{zz}(\tau) * C_{hh}(\tau)$$

$$z(t) = x_R(t) + n(t) = R_{xx}(\tau) + R_{nn}(\tau)$$

→ poiché i prodotti misti vanno a 0 perché ~~to~~ l'autocorrelazione misura quanto due segnali sono simili $n(t)$ e $x_R(t)$ sono totalmente diversi quindi è uguale a 0 (i prod. mix)

$$R_{yy}(\tau) = R_{zz}(\tau) * C_{hh}(\tau) = R_{xx}(\tau) * C_{hh}(\tau) + R_{nn}(\tau) * C_{hh}(\tau)$$

$$A = y(t)\Big|_{t=t_0+T_D} = x_R(t) * h(t)\Big|_{t=t_0+T_D}$$

$$x_R(t) = A_p \cdot p(t-t_0)$$

$$X_R(\varphi) = A_p \cdot P(\varphi) \cdot e^{-j2\pi\varphi t_0}$$

$$y(t)\Big|_{t=t_0+T_D} = A = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} A_p P(\varphi)\, e^{-j2\pi\varphi t_0} \cdot H(\varphi)\, e^{j2\pi\varphi t}\, d\varphi\right]_{t=t_0+T_D}$$

Fondamenti di Telecomunicazione

Lezione XXI
15/11/11

$$A=\int_{-\infty}^{+\infty} A_p \cdot P(\varphi)\cdot H(\varphi)\cdot \cancel{e^{-j2\pi\varphi t_0}}\cdot \cancel{e^{j2\pi\varphi t_0}}\cdot e^{j2\pi\varphi T_0}\, d\varphi$$

$$|A|^2=\left|\int_{-\infty}^{+\infty} A_p \cdot P(\varphi)\cdot H(\varphi)\cdot \cancel{e^{-j2\pi\varphi t_0}}\cdot \cancel{e^{j2\pi\varphi t_0}}\cdot e^{j2\pi\varphi T_0}\, d\varphi\right|^2$$

$$P_n=|n|^2=\int_{-\infty}^{+\infty} P_{nn}(\varphi)\,|H(\varphi)|^2\, d\varphi$$

$$\boxed{SNR=\frac{|A|^2}{P_n}=\frac{\left|\int_{-\infty}^{+\infty} A_p\cdot P(\varphi)\cdot H(\varphi)\cdot e^{j2\pi\varphi T_0}\, d\varphi\right|^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} P_{nn}(\varphi)\cdot |H(\varphi)|^2\, d\varphi}}$$

$$R_{wv}(\tau)=w^*(-\tau)*v(\tau)=$$
$$=\int_{-\infty}^{+\infty} w^*(\varphi)v(\varphi)\cdot e^{j2\pi\varphi\tau}d\varphi$$

è giusto?

Ex : $w(t)$, $v(t)$

$$R_{wv}(\tau)\leq\sqrt{R_{ww}(0)\cdot R_{vv}(0)}$$

$$|R_{wv}(\tau)|^2\leq R_{ww}(0)\cdot R_{vv}(0)$$

$$|R_{wv}(\varphi)|^2\leq R_{ww}(0)\cdot R_{vv}(0) \quad \text{NEL TEMPO}$$

$$\left|\int_{-\infty}^{+\infty} w^*(\varphi)\cdot v(\varphi)\, d\varphi\right|^2\leq\int_{-\infty}^{+\infty}|w(\varphi)|^2d\varphi\cdot\int_{-\infty}^{+\infty}|v(\varphi)|^2d\varphi$$

$$\frac{\left|\int_{-\infty}^{+\infty} w^*(\varphi)v(\varphi)d\varphi\right|^2}{\int_{-\infty}^{+\infty}|v(\varphi)|^2}\leq\int_{-\infty}^{+\infty}|w(\varphi)|^2d\varphi$$

$\Rightarrow$

$$|V(f)|^2 = P_{nn}(f) \cdot |H(f)|^2$$

$$V(f) = \sqrt{P_{nn}(f)} \cdot H(f)$$

① condizione

② condizione

$$W^*(f) \cdot V(f) = A_p \cdot P(f) \cdot H(f) \cdot e^{j2\pi f T_D}$$

$$W(f) = \frac{A_p \cdot P^*(f) \cdot H(f) \cdot e^{-j2\pi f T_D}}{\sqrt{P_{nn}(f)} \cdot H(f)}$$

sotto radice il complesso e coniugato non corretto

$$SNR_{MAX} = \int_{-\infty}^{+\infty} |W(f)|^2 df$$

se $\boxed{V(f) = \alpha \cdot W(f)}$ condizione che mi rende la disuguaglianza di SCHWARTZ un uguaglianza

$$\sqrt{P_{nn}(f)} \cdot H(f) = \alpha \cdot \frac{A_p \cdot P^*(f) \cdot e^{-j2\pi f T_D}}{\sqrt{P_{nn}(f)}}$$

$$\boxed{H(f) = \frac{\alpha A_p \cdot P^*(f) \cdot e^{-j2\pi f T_D}}{P_{nn}(f)}}$$

FILTRO IN RICEZIONE!!! FORMA PIÙ GENERALE POSSIBILE

$P_{nn}(f) = K$ (costante) $\Rightarrow$ RUMORE BIANCO (possiede tutte le frequenze)

rumori colorati $\Rightarrow$ non ho $P_{nn}(f)$ costante

$R_{nn}(\tau) = K \delta(\tau)$ $\Rightarrow$ CASO PEGGIORE POSSIBILE oltre il quale non riesco ad andare a prendere il segnale

$$\Rightarrow H^{OPT}_{WN}(f) = \beta \cdot P^*(f) \cdot e^{-j2\pi f T_D}$$

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj — Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Professore: Benedetto — Anno di produzione: 2012-2013

Fondamenti di Telecomunicazioni — Lezione XXII 17/11/11

Realizzazione del FILTRO ADATTATO

$$H^{OPT}(f) = K \cdot P^*(f) \cdot e^{-j2\pi f T_D}$$

con l'introduzione del rumore dobbiamo accettare che il segnale avrà forma totalmente diversa da quello trasmesso ma dobbiamo avere l'SNR con un valore il più grande possibile

per rimuovere l'interferenza intersimbolica → segnale uguale la forma del segnale in ricezione (poiché sono in condizioni ideali)

$$h^{OPT}(t) = K \cdot p^*(-t + T_D)$$

$$P^*(f) \Rightarrow p^*(-t)$$

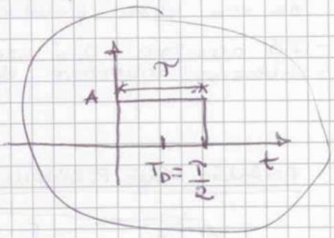
ritardo per rendere il filtro CAUSALE ovvero fisicamente realizzabile

$x(t) \rightarrow$ [$h(t)$] $\rightarrow y(t) = x(t) * h(t)$ → $\alpha R_{pp}(t)$

$A_P\, p(t) = x(t)$

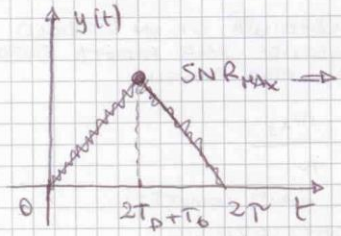
$$p(t) * p^*(-t)$$

CODIFICA POLARE



Ex :

$$x(t) = A \cdot Rect_T(t - T_D)$$
$$p(t) = Rect_T(t)$$
$$h^{OPT}(t) = K \cdot p^*(-t + T_D)$$



devono conoscere la forma di $p(t)$! per trovare il filtro adattato

quando campiono è nel mio meglio ⇒ otterrò delle sinc che si annullano dove i campioni sono massimi la somma di tutte le sinc mi daranno il segnale con la stessa forma di quello trasmesso

→ se aumento il rumore con questo sistema posso ottenere più "campioni disponibili" se il segnale è analogico → quanti più amplificatori introduco nel mio sistema TLC tanto più avrò un degrado del mio segnale

se il segnale è digitale → più amplificatori metto → più aumento la probabilità di sbagliare simbolo però è ~~tale~~ talmente bassa che non influisce (10^{-7})

ESERCIZIO

$$y(t) = x(t) * \mathrm{sinc}^2\left(\frac{t}{4} - 3\right) \qquad x(t) = 2 \sin\left[\frac{1}{8}\left(2\pi t - 2\pi\right)\right]$$

$y(t) = ?$ $\quad P_x = ?$

$C_{xx}(\tau) = ?$

$$\boxed{\mathrm{sinc}^2\left(\frac{t}{4} - 3\right) \Rightarrow \mathrm{sinc}^2\left(\frac{t}{4}\right) * \delta\left(t - 12\right)}$$

XXIII lezione

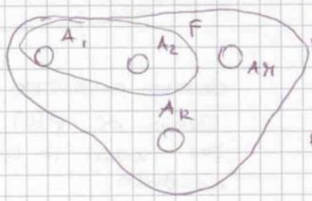
21/11/11

la potenza a

- non conosciamo il singolo valore di rumore ma conosciamo ma una stima probabilistica
- Il ricevitore farà una stima del valore ricevuto e decidere se esso vale 1 o 0.
- Dobbiamo strutturare dei modelli statistici per determinare il segnale in ricezione

ANALISI DELLE PROBABILITÀ

ogni evento sono caratterizzato da una probabil



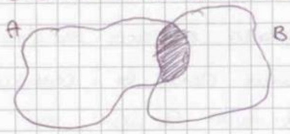
S → LA PROBABILITÀ DI UN SIMBOLO CORRISPONDE ALLA ~~FRENZA~~ FREQUENZA (di occorrenza) CON CUI ESSO AVVIENE

$$P(A_1) = \lim_{n \to \infty} \frac{n_{A_1}}{n}$$

$$P(n) = \frac{\text{CASI FAVOREVOLI}}{\text{CASI POSSIBILI}}$$

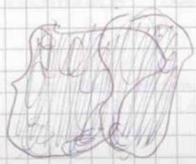
probabilità di eventi composti

EVENTI DI INTERSEZIONE



AND

$P(A, B)$



$P(A+B)$

OR

Fondamenti di Telecomunicazioni

XXIII lezione
21/11/11

$$0 \leq P(A) \leq 1 \qquad n_A \leq n$$

PROBABILITÀ CONGIUNTA DI A e B

$$P(A,B) = \lim_{n \to \infty} \frac{n_{A,B}}{n}$$

$$P(A,B) = P(A) + P(B) - P(A;B)$$

se eventi mutuamente esclusivi → la probabilità congiunta è nulla

$$P(A_1) + P(A_2) = 1$$

quando i simboli sono equiprobabili → sistema peggiore perché hanno tutti la stessa importanza
→ massima incertezza su quello che ricevo

CONDIZIONAMENTO:

$P(A|B)$ ottengo la prob. o di B o di A

uno sorgente è più efficiente quando mi discosto di più i valori probabilistici

$$P(B|A) = \lim_{n \to \infty} \frac{n_{A,B}}{n_A}$$

$$P(A|B) = \lim_{n \to \infty} \frac{n_{A,B}}{n_B}$$

$$P(A,B) = \frac{n_{A,B}}{n} \cdot \frac{n_B}{n_B} = P(A|B) \cdot P(B)$$

$$= \frac{n_{A,B}}{n_B} \cdot \frac{n_B}{n}$$

$$P(A,B) = \frac{n_{A,B}}{n} \cdot \frac{n_A}{n_A} = P(A,B) = P(B|A) \cdot P(A)$$

$$= \frac{n_{A,B}}{n_A} \cdot \frac{n_A}{n}$$

TEOREMA BAYES

prob. a priori

$$P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A)$$

prob. posteri

mi permette di capire come se la sorgente / trasmettitore sono collegati tra loro

Ex

$R = 40\Omega \quad P_R\{R\} = 0,1$

$R = 50\Omega \quad P_R(R) = 0,6$

$R = 60\Omega \quad P_R(R) = 0,3$

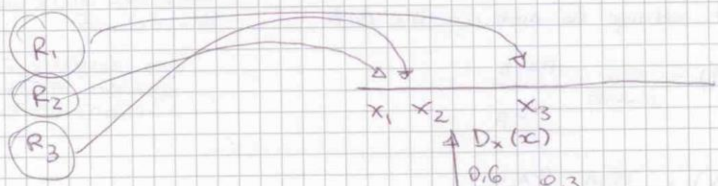
$A: R \leq 50\Omega$

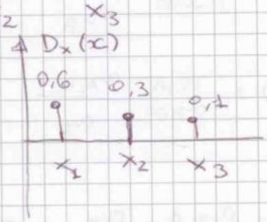
$B: 50\Omega \leq R \leq 60\Omega$

$P(A) = 0,1 + 0,6 = 0,7 \qquad P(B) = 0,6 + 0,3 = 0,9$

Se dovessi avere valori infiniti → VARIABILI ALEATORIE

VARIABILE ALEATORIA: associa ad ogni simbolo della sorgente un valore numerico su di un asse
(mappare ogni singolo simbolo su di un asse)





EVENTO	V.A	P. ASSOCIATA
R_1	x_3	0.1
R_2	x_1	0,6
R_3	x_2	0,3

$\boxed{D_x(x) \text{ FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE CUMULATIVA.}}$

↳ rappresenta la probabilità

$D_x(+\infty) = P(x \leq +\infty) = 1$

$D_x(-\infty) = P(x \leq -\infty) = 0$

si chiama cumulativa proprio perché a $+\infty$ è uguale a 1

$P(x \leq K) = D_x(K)$

$P(x \leq 40\Omega) = D_x(x_3)$

$D_x(x) = P(x \leq x)$

DETERMINAZIONI DELLA VARIABILE ALEATORIA (x_1, x_2, x_3)

$P(a < x \leq b)$

$1 = P(x \leq a) + P(a < x \leq b) + P(x > b)$

$P(x \leq a) = D_x(a)$

$P(x > b) = 1 - D_x(b)$

$P(a < x \leq b) = 1 - D_x(a) - 1 + D_x(b) = D_x(b) - D_x(a)$

deve essere non negativo

Fondamenti di Telecomunicazione

XXIII lezione 21/11/11

FUNZIONE

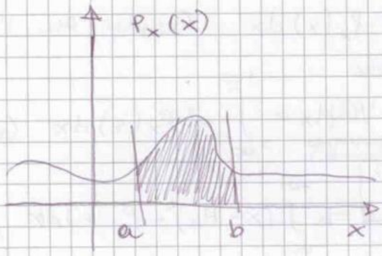
$$p_x(x) = \frac{d D_x(x)}{dx}$$

d.d.p = funzione che descrive la densità di probabilità

CONDIZIONI NECESSARIE

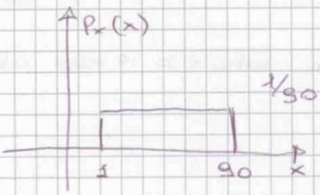
$$D_x(x) = \int_{-\infty}^{x} p_x(\lambda)\, d\lambda$$

$$\begin{cases} p_x(x) \geq 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} p_x(x)\, dx = 1 \end{cases}$$



$$\int_a^b p(x)\, dx = D_x(b) - D_x(a)$$

Ex



FUNZIONE CARATTERISTICA

$$F_x(\varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_x(x) \cdot e^{-j2\pi \varphi x}\, dx \qquad F_x(0) = 1$$

XXIV lezione 22/11/11

$f(A,B)$

$D_x(x) \rightarrow P$

$p_x(x) \rightarrow \frac{d D_x(x)}{dx}$

$F_x(\varphi) = \mathcal{F}\{p_x(x)\}$ TRASFORMATA DI FOURIER della densità di probabilità

PROBABILITÀ CONGIUNTA FATTORIZZA

$P(A,B) = P(A) \cdot P(B)$ → se statisticamente indipendenti

$P(A|B) = P(A)$

$P(B|A) = P(B)$

densità di probabilità — indipendenza statistica delle due variabili aleatorie

$$f_{x,y}(x,y) = f_x(x)\cdot f_y(y)$$

mi concentro sulle densità di probabilità perché tutte le altre funzioni si ottengono a partire dalle stesse

MOMENTI: delle densità di probabilità → mi do un modello della densità di probabilità

- VALOR MEDIO: $\Rightarrow M_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x\cdot f_x(x)\,dx$ (MOMENTI DEL 1° ORDINE)
  mi dice dove è centrato quello che ~~[illegible]~~ trasmetto
- VALOR QUADRATICO MEDIO: $\Rightarrow VQM_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_x(x)\,dx$ (MOM. 2° ORDINE)
  mi dice quanta energia o la potenza associata alla variabile (di quel segnale)
- VARIANZA: $\sigma_x^2 = E\left[(x-E[x])^2\right] \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} (x-M_x)^2 f_x(x)\,dx$
  quanto rumore è stato introdotto dal mio modello probabilistico
  maggiore o tutt'al più uguale a 0

$$E[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f_x(x)\, dx$$

→ scrittura sintetica attraverso il valor atteso

VALOR ATTESO o ASPETTAZIONE

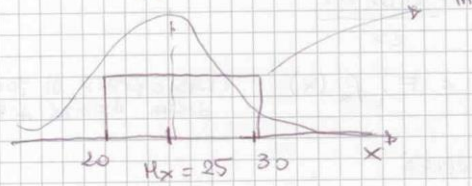
$f_x(x_i)$

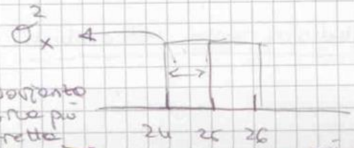
$$M_x = \sum_{i=1}^{N=12} x_i\, f_x(x_i)$$

$$VQM = \sum_{i=1}^{N} x_i^2\, f_x(x_i)$$

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^{N} (x_i - M_x)^2 f_x(x_i)$$

$$f_x(x_i) = \frac{1}{N}$$





varianza corta più stretta → i valori sono più vicini al valor medio

Fondamenti di Telecomunicazione

XXIV lezione
22/11/11

ESEMPIO DISTRIBUZIONI DI PROBABILITÀ:

$$10 \begin{cases} \to 5 \to 24 \to 26 \\ \to 5 \to 26 \to 28 \end{cases}$$

La varianza è l'unico momento indipendente dalla traslazione

La qualunque Rect di stessa base non cambia se la trasla

SVILUPPO DI $\sigma_x^2 = E\left[x^2 + \underbrace{\left(E[x]\right)^2}_{\text{numero VALOR MEDIO } M_x^2} - 2x\,E[x]\right]$

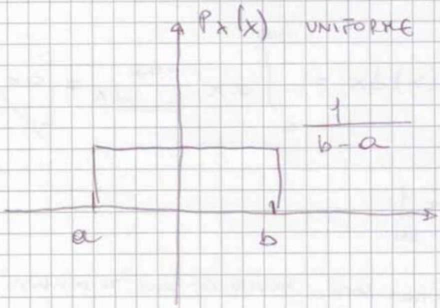
$$\sigma_x^2 = E[x^2] + (M_x)^2 - 2\,\underbrace{E[x]\cdot E[x]}_{(M_x)^2} = VQM_x - (M_x)^2 = \sigma_x^2$$

$$E[(M_x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} M_x \cdot f_x(x)\,dx = M_x \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} f_x(x)\,dx}_{1} = M_x$$

VALOR QUADRATICO MEDIO $\neq$ VALOR MEDIO AL QUADRATO

$$\boxed{VQM_x - (M_x)^2 = \sigma_x^2} \longrightarrow \text{significa che } VQM \geq (M_x)^2$$

$P_x(x)$ UNIFORME



$$M_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot P_x(x)\,dx = \int_a^b x \cdot \frac{1}{b-a}\,dx = \frac{1}{b-a}\left[\frac{x^2}{2}\right] =$$

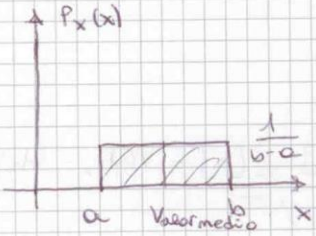
$$= \frac{b^2 - a^2}{2(b-a)} = \frac{b+a}{2}$$

$$VQM_x = \int_a^b \frac{x^2}{b-a}\,dx = \frac{1}{b-a}\left[\frac{x^3}{3}\right]_a^b = \frac{b^3-a^3}{3(b-a)} = \frac{\cancel{(b-a)}\,(a^2+b^2+ab)}{3\,\cancel{(b-a)}}$$

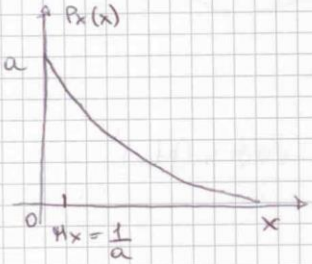
$$\sigma_x^2 = VQM_x - M_x^2 = \frac{a^2+b^2+ab}{3} - \frac{a^2+b^2+2ab}{4} =$$

$$= \frac{4a^2+4b^2+4ab-3a^2-3b^2-6ab}{12} = \sigma_x^2 = \frac{(a-b)^2}{12}$$

XXV lezione
24/11/11



$\boxed{\text{EXP MONOLATERO}}$: densità di probabilità



$$P_x(x) = a e^{-ax} \cdot U_{-1}(x)$$

a = costante di normalizzazione → la rende una densità di probabilità (normalizza l'area ad 1)

Valor medio $M_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, P_x(x)\,dx = \int_0^{+\infty} a x \cdot e^{-ax}\,dx = \cancel{\left[ax \cdot \frac{e^{-ax}}{-a}\right]_0^{+\infty}} +$

$$\int_0^{+\infty} \cancel{a}\,\frac{e^{-ax}}{+\cancel{a}}\,dx = \left[\frac{e^{-ax}}{-a}\right]_0^{+\infty} = +\frac{1}{a}$$

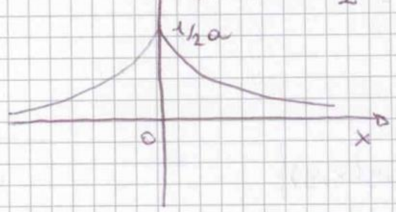
$VQM_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 P_x(x)\,dx = \frac{2}{a^2}$ → non sono sicuro di dove si prenda perché a^2

$$\sigma_x^2 = \frac{2}{a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{a^2}$$

Fondamenti di Telecomunicazione

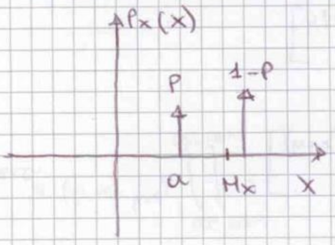
XXV lezione
24/11/11

$$P_x(x) = \frac{1}{2} a e^{-a|x|}$$



$M_x = 0$ $\qquad$ $VQM = \sigma_x^2 = \frac{2}{a^2}$

Densità di Probabilità Binomiale (utilizzata per modellare come una sorgente emette i bit) può assumere solo due valori



Misto tra una variabile aleatoria continua che si comporta in densità di prob. discreta.

→ gli eventi possono essere solo due!

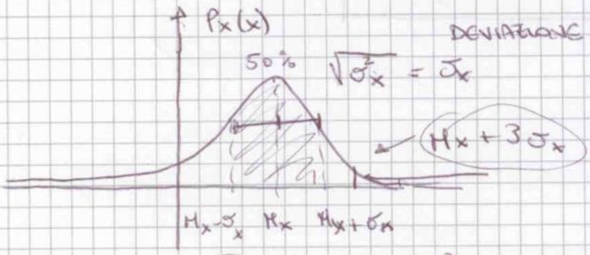
$M_x = aP + b(1-P)$

$VQM_x = a^2 \cdot P + b^2(1-P)$

$\sigma_x^2 = VQM_x - (M_x)^2 = a^2 p + b^2(1-p) - (ap + b(1-p))^2$

Con quale distribuzione di probabilità posso MODELLARE il rumore

DDP GAUSSIANA : (del rumore)



DEVIAZIONE STANDARD $\sqrt{\sigma_x^2} = \sigma_x$

→ fino a $3\sigma_x$ → 99,7%

$$P_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_x} \cdot e^{-\frac{(x-M_x)^2}{2\sigma_x^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_x} \cdot e^{-\frac{(x-M_x)^2}{2\sigma_x^2}}$$

→ costante di normalizzazione

MODELLO STATISTICO DELLA SOMMA DI DUE VARIABILI ALEATORIE

$x \qquad y$

$p_x(x) \qquad p_y(y)$

(!) STATISTICAMENTE INDIPENDENTI

$z = x+y \quad ; \quad p_z(z) = ? = F\{p_{x,y}(x,y)\}$

FUNZIONI CARATTERISTICHE (TRASFORMATE DELLE DENSITÀ DI PROBABILITÀ)

$$P_x(\varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_x(x)\, e^{-j2\pi\varphi x}\, dx = E_x\left[e^{-j2\pi\varphi x}\right]$$

$$P_y(\varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_y(y)\cdot e^{-j2\pi\varphi y}\, dy = E_y\left[e^{-j2\pi\varphi y}\right]$$

$$P_z(\varphi) = E_z\left[e^{-j2\pi\varphi z}\right] = E_{x,y}\left[e^{-j2\pi\varphi(x+y)}\right] = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} p_{x,y}(x,y)\cdot e^{-j2\pi\varphi(x+y)}\, dx\, dy$$

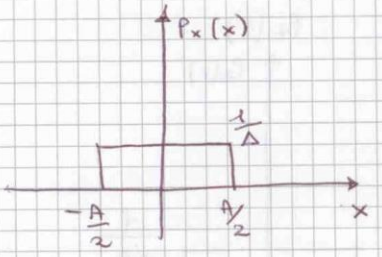
$$= \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} p_x(x)\, p_y(y)\cdot e^{-j2\pi\varphi(x+y)}\, dx\, dy$$

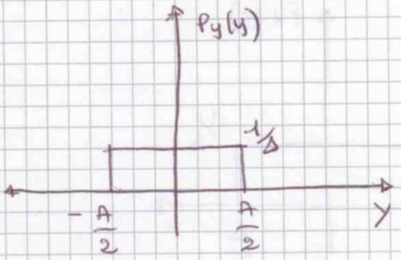
$$P_z(\varphi) = \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} p_x(x)\, e^{-j2\pi\varphi x}\, dx}_{P_x(\varphi)} \cdot \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} p_y(y)\, e^{-j2\pi\varphi y}\, dy}_{P_y(\varphi)}$$

$$\boxed{z = x+y \implies p_z(z) = p_x(x) * p_y(y)}$$

Fondamenti di Telecomunicazione

XXVI lezione
28/11/11



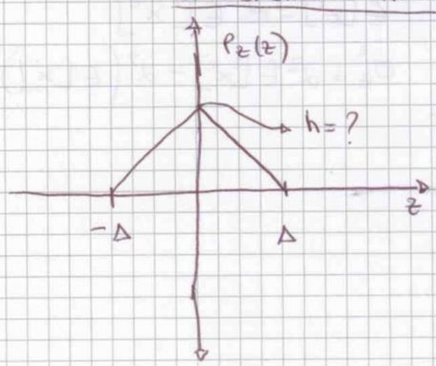


$z = x + y \qquad P_z(z) = ? \; ; \quad E[z], \; VQM_z, \; \sigma_z^2$

$P_z(z) = P_x(x) * P_y(y)$

se x, y SI. $\qquad x \neq y \rightarrow$ sono caratterizzata dagli stessi momenti

STATISTICAMENTE INDIPENDENTI



$h = \frac{1}{\Delta} \frac{\cancel{2}\Delta \cdot h}{\cancel{2}} = 1$

MOMENTI STATISTICI possono essere ottenuti come combinazione lineare dei momenti di x ed y

$E[z] = E[x+y] = E[x] + E[y]$

$E[z^2] = E[(x+y)^2] = E[x^2 + y^2 + 2xy] = E[x^2] + E[y^2] + E[2xy]$

$E[2xy] = 2E[x] \cdot E[y]$

$\sigma_z^2 = VQM_z - (M_z)^2$

$\boxed{\text{QUESTO VALE SOLO SE LA TRASFORMAZIONE È LINEARE}}$

$E[x] = 0$

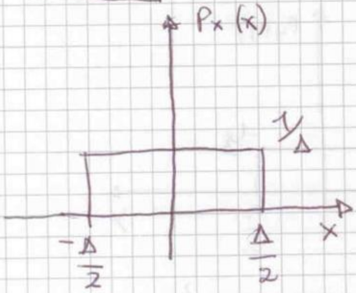
$E[x^2] = \sigma_x^2 = \frac{\Delta^2}{12}$

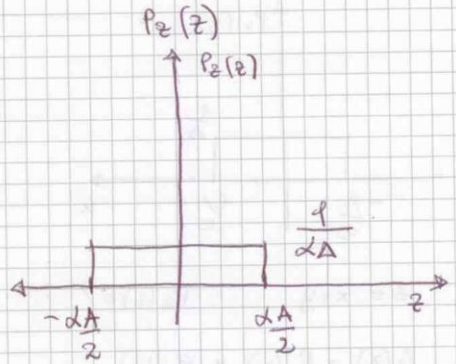
$E[z] = 0$

$E[z^2] = \frac{\Delta^2}{6}$

(!) applicare con la def mom. statistico con integrale della TRI

$\boxed{z = \alpha x}$ CAMBIO DI SCALA



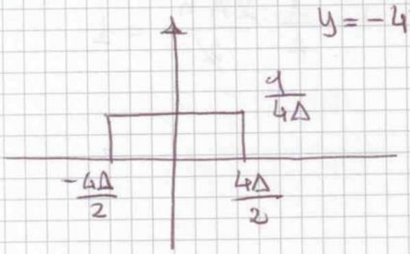


$$P_z(z) = \frac{1}{|\alpha|} \cdot P_x\left(\frac{z}{\alpha}\right)$$

$$E[z] = \alpha E[x]$$
$$E[z^2] = \alpha^2 E[x^2]$$
$$\sigma_z^2 = \alpha^2 E[x^2] - \alpha^2 (E[x])^2 = \alpha^2 \cdot \sigma_x^2$$

ES

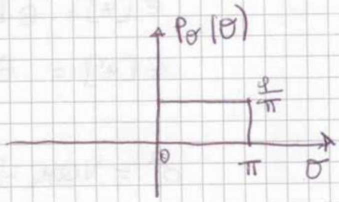
$y = -4x$



TRASFORMAZIONI NON LINEARI

θ variabile aleatoria unif UNIFORME $[0, \pi]$

$\boxed{x = \cos(\theta)}$



$P_x(x) = ?$

$$\boxed{P_x(x) = P_\theta(\theta)\Big|_{\theta = x} \cdot \left|\frac{1}{\frac{dx}{d\theta}}\right|}$$ → è sempre applicabile

$$\boxed{P_x(x) = P_\theta(\theta)\Big|_{\theta = x} \cdot \left|\frac{d\theta}{dx}\right|}$$ FORMULA PER TRASFORMAZIONI NON LINEARI

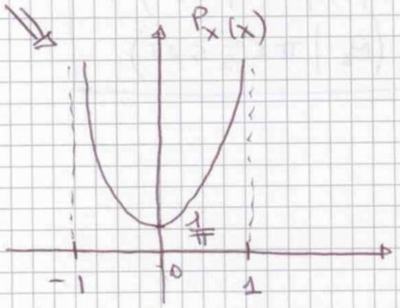
devo vedere se è invertibile

potrebbe non essere applicabile

Fondamenti di Telecomunicazione

XXVI lezione

28/11/11



$x = \cos\theta$

$\sin\theta = \sqrt{1-\cos^2\theta}$

$$p_x(x) = ? = \frac{1}{\pi} \cdot \left| \frac{1}{-\sin\theta} \right| = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

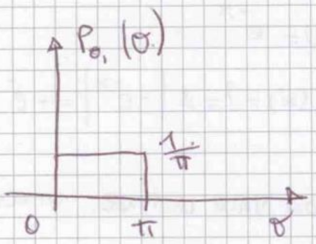
$\theta = \arccos(x)$

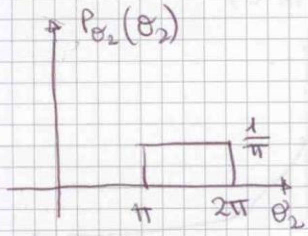
ESERCIZIO

θ variabile Aleatoria uniforme $[0; 2\pi]$

$x = \cos(\theta)$; $x \in [-1; 1]$

Per applicare la 2° FORMULA suddivido gli intervalli





$x_1 = \cos(\theta_1)$

$x_2 = \cos(\theta_2)$

$$p_{x_1}(x_1) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x_1^2}} \qquad p_{x_2}(x_2) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$p_x(x) = p_\theta(\theta)\Big|_{\theta=x} \cdot \left| \frac{1}{\frac{dx}{d\theta}} \right| = \frac{2}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

tra 0 e 2π estraggo lo stesso valore due volte

$$\boxed{\begin{aligned} p_x(x) &= p(x_1 \mid 0 \le \theta \le \pi) \cdot p_\theta(\theta_1 \mid 0 \le \theta_1 \le \pi) + \\ &+ p(x_2 \mid \pi \le \theta \le 2\pi) \cdot p_{\theta_2}(\theta_2 \mid \pi \le \theta_2 \le 2\pi) \end{aligned}}$$

$$A = 1 = \int_{-\infty}^{+\infty} k \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx \rightarrow k = \frac{1}{\pi}$$

ESERCIZI

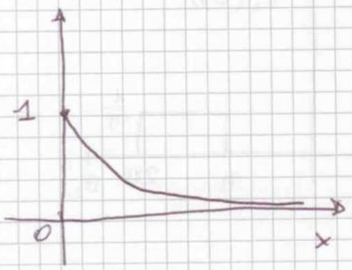
$U \Rightarrow$ V.A UNIF $[0,1]$ $\qquad x \in [0; +\infty]$

$x = -\ln U$

$p_x(x) = ?$

$M_x,\ VQM_x,\ \sigma_x^2$

$p_x(x)$



$U = e^{-x}$

$p_x(x) = ? = 1 \left| -e^{-x} \right| = +e^{-x} U_{-1}(x)$

NON VALE LA PROB. DI LINEARITÀ

Fondamenti di Telecomunicazioni

XXVII lezione
29/11/11

ESEMPIO

$r = s + n$

$s \Rightarrow$ binomiale $\{+1 ; -1\}$

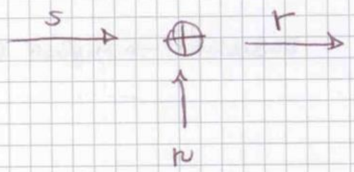
$n \Rightarrow$ gaussiana $\{m=0,\ \sigma_n^2 = \sigma^2\}$

statisticamente indipendente

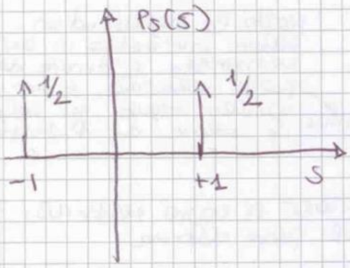
$P_R(r) = ?$

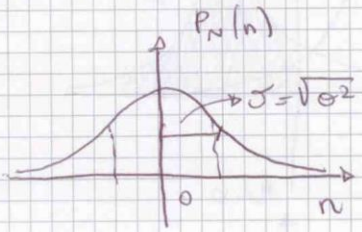
Come si comporta il ricevitore vero che conosce i dati statistici

MODELLO STATISTICO DEL SEGNALE RICEVITORE

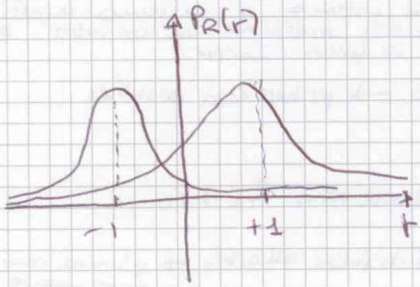


$$P_R(r) = ? = P_S(s) * P_N(n)$$





$$P_S(s) = \frac{1}{2}\left[\delta(s+1) + \delta(s-1)\right]; \quad P_N(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2}}$$



$$P_R(r) = ? = P_S(s) * P_N(n) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\left[e^{-\frac{(r+1)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(r-1)^2}{2\sigma^2}}\right]$$

$$E[s^2] = 1$$

REGOLA A MASSIMA SOMIGLIANZA: associare il simbolo ricevuto a quello che gli è più vicino (vedo il valor medio del segnale che sto ricevendo)

metto una soglia e vado a vedere se il simbolo è $\geq$ o < di zero
devo inoltre fissare in modo più verosimile tale che posso avere probabilità di errore = 0

Suppongo di aver trasmesso $s = +1$ soglia $\eta = 0$

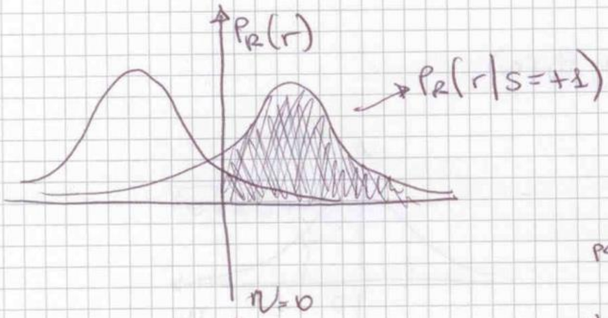
Probabilità di Detection $P_D = \int_{\eta}^{+\infty} p_R(r|s=+1)\, dV$

$p_R(r|s=+1)$

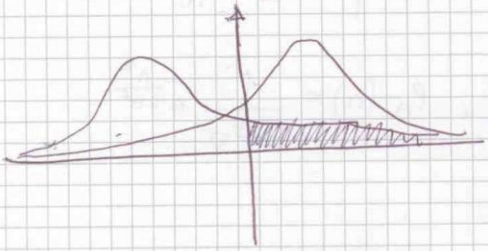
$$P_{FA} = \int_{\eta}^{+\infty} p_R(r|s=-1)\, dV$$

(PROBABILITA' DI FALSO ALLARME)

$P_{Detection}$ → miglior PERFORMANCE



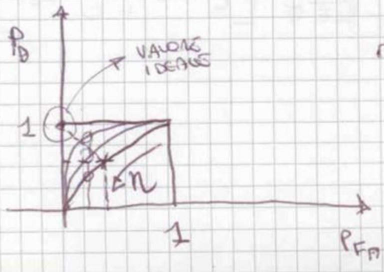
metto la soglia ad un valore intermedio in cui massimizzo l'errore del falso allarme e per quella soglia mi calcolo il valore di Detection possibile



L'ERRORE DI COSTO MASSIMO: è nel falso allarme
↳ tempo di PENALITÀ → ricerca di un utente che non ho trovato

l'errore di costo massimo cambia da sistema a sistema infatti il costo massimo in un radar è non è il falso allarme

DIAGRAMMA ROCK: tutte prestazioni → per tutti costi possibile



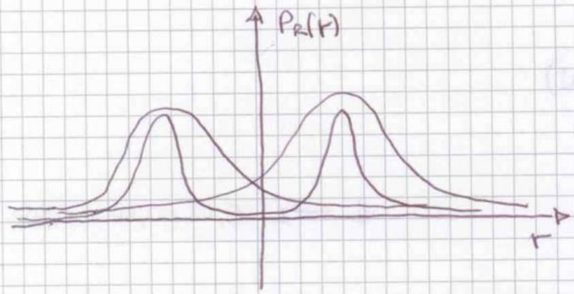
rappresenta come vanno P_{FA} + P_D

a parità di falso allarme → l'unica cosa che posso variare è il segnale più possibile

Fondamenti di Telecomunicazione

XXVII lezione
29/11/12

fissato la P_{FA} → all'aumentare del rapporto SNR mi aumentano le prestazioni del sistema



- Il rumore termico è la Σ dei contributi delle variazioni casuali degli e^- ⇒ è rappresentato sempre da una GAUSSIANA
  ↳ elettroni

ESERCIZIO D'ESAME

$X = -8 + b_1 - b_2$

det $M_x = ?$, $VQM_x = ?$, $\sigma_x^2 = ?$

$p_x(x) = ?$ $D_x(x)$

$P(b_1 = 0) = 0,8$
$P(b_2 = 0) = 0,4$

COMBINAZIONE LINEARE DI DUE VARIABILI ALEATORIE

TRASF. LINEARE

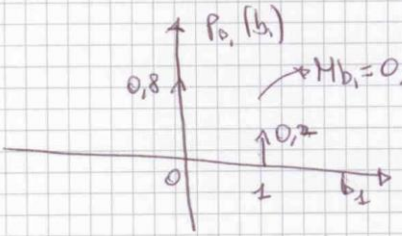
$X = U + W$

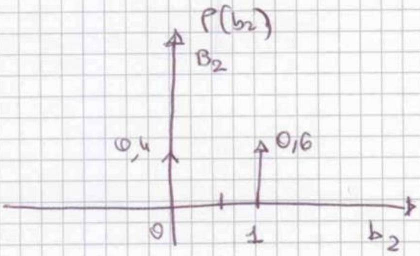
$p_x(x) = p_U(u) * p_W(w)$

$U = -8 + b_1$
$W = -b_2$

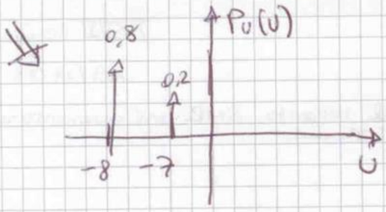
U e W sono sono statisticamente indip.

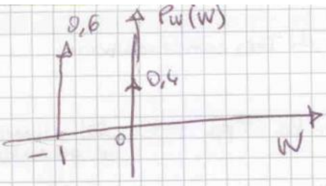
$P(b_1 = 1) = 0.2$
$P(b_2 = 1) = 0,6$



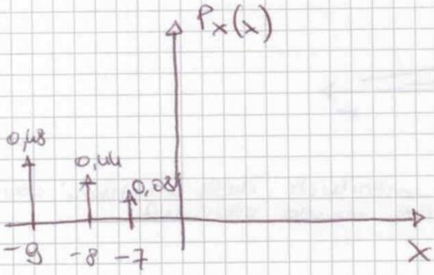


$M_{b_2} = 0,6$





$$P_x(x) = P_U(U) * P_W(W)$$

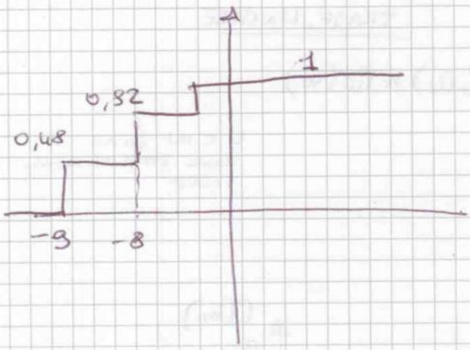


$1 \Rightarrow 0{,}48 + 0{,}44 + 0{,}08$

$$E[x] = E[-8 + b_1 - b_2] = -8 + E[b_1] - E[b_2] = -8{,}4$$

Valore atteso M_x

$$E[x^2] = E[(-8 + b_1 - b_2)^2] = 70{,}96$$



$D_x(x)$ densità di probabilità

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Benedetto
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2012-2013

~~XXIX~~ lezione
5/12/11

Fondamenti di Telecomunicazione

Come misuro il contenuto informativo di un numero/simbolo?

se conoscessi il contenuto informativo associato dalla sorgente

↳ è rappresentato dalla scelta della sorgente di trasmettere uno tra i tanti ~~segnali~~ messaggi

↳ per il ricevitore è associato alla prob. di ricevere quel messaggio

il contenuto informativo è strettamente collegato al concetto di probabilità

(!) mi interesso solamente agli eventi meno probabili ~~→~~ in quanto sono più importanti.

$$I_i = f(P_i) \quad \begin{cases} I_i \to 0 , & P_i \to 1 \\ I_i \geq 0 , & 0 \leq P_i \leq 1 \\ I_i > I_J , & P_i < P_J \end{cases}$$

$$I_{i,J} = I_i + I_J$$

$$I_i = -\log_a P_i = \log_a \frac{1}{P_i}$$

se $a = e \Rightarrow$ [NAT] → numeri naturali

se $a = 2 \Rightarrow$ [bit]

MEDIA STATISTICA:

$$H(x) = \sum_{i=1}^{M} P_i \cdot I_i = -\sum_{i=1}^{M} P_i \log_2 P_i = \sum_{i=1}^{M} P_i \log_2 \frac{1}{P_i} \quad [\text{bit/simbolo}]$$

ENTROPIA: numero medio minimo di bit con cui posso codificare i simboli della sorgente che posso trasmettere → pesato in base alla probabilità

↳ rappresenta il minimo numero medio

EFFICIENZA DELLA CODIFICA

$$\eta = \frac{L_{MIN}}{L_{AVG}} = \frac{H(x)}{L_{AVG}} \rightarrow \text{misura quanto è efficiente il codice}$$

$$L_{AVG} = \sum_{i=1}^{M} P_i \cdot l_i \qquad L_{MIN} = \frac{H(x)}{\log_2 D}$$

$$\rho = 1 - \eta \quad \text{RIDONDANZA}$$

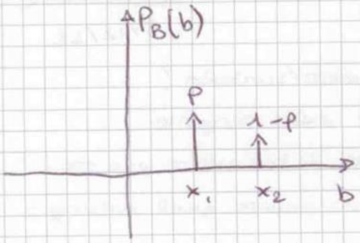
QUESTO tipo di codifica non opera nessun tipo di trasformazione ma associa più o meno bit in base alla probabilità

LIMITI DELL'ENTROPIA

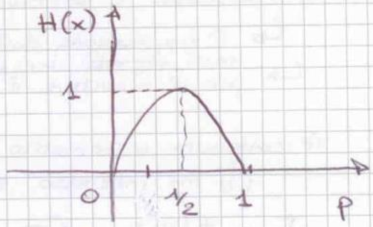
$$0 \leq H(x) \leq 1 \rightarrow \log_2 M$$

→ caso peggiore in quanto le cose che devo trasmettere sono equiprobabili

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Benedetto
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2012-2013



$$H(x) = p \cdot \log_2 \frac{1}{p} + (1-p) \log_2 \frac{1}{(1-p)}$$



CODIFICA NATURALE:

A → 00
B → 01
C → 11
D → 10

CODIFICA DI GRAY: minimizza la probabilità dell'errore minima

l'idea alla base → se conosco la prob. a priori dei simboli → associo al bit più probabile una parola di codice più corta possibile e viceversa

(!) nessuna parola di codice deve essere il prefisso della parola di codice successiva → REGOLA NO-PREFIX

CODIFICHE ENTROPICHE:

HUFFMANN: al simbolo più prob. associo la parola di codice più corta
al simbolo meno prob " " " più lunga
tale che non ci sia lo stesso prefisso.

EX

$P_A = 0,6$	A	1	// 0
$P_B = 0,3$	B	0 1	// 10
$P_D = 0,06$	D	0 0 1	// 110
$P_C = 0,04$	C	0 0 0	// 111

per gli ultimi due numeri otterremo sempre lo stesso numero di BIT

(!) tutte le parole non deve essere il prefix dell'altra

Fondamenti di Telecomunicazione

XXIX esercizio
5/12/11

EX D'ESAME

$0,15 = P_A$ $\qquad H(x)$?

$0,08 = P_B$

$0,02 = P_C$

$0,25 = P_D$

$0,5 = P_E$

$$H(x) = \sum_{i=1}^{5} P_i \lg \frac{1}{P_i} = 0,15 \cdot \lg_2 \frac{1}{0,15} + 0,08 \lg_2 \frac{1}{0,08} + 0,02 \lg_2 \frac{1}{0,02}$$

$$+ 0,25 \lg_2 \frac{1}{0,25} + 0,5 \lg_2 \frac{1}{0,5} = 1,81 \ [\text{bit/simb}]$$

CAMBIO DI BASE

$$\lg_2 x = \frac{\lg_a x}{\lg_a 2}$$

con 1,81 ho cod perfetto

COD NATURALI

$A \to 000$ — perché ho 5 simboli $\boxed{2^3 - 5 = 3}$

$B \to 001$ $\qquad \rho = 1 - \eta, \quad \eta = \frac{H(x)}{L_{AVG}}$

$C \to 011$

$$L_{AVG} = \sum_{i=1}^{M} P_i \cdot l_i = 3 \cdot \sum_i P_i$$

$D \to 111$

$E \to 101$

$\rho = 1 - \eta = 39,7\%$ $\qquad \eta = 60,3\%$

COD HUFFMAN

$P_E = 0,5 \quad 1$

$P_D = 0,25 \quad 01$

$P_A = 0,15 \quad 001$

$P_B = 0,08 \quad 0001$

$P_C = 0,02 \quad 0000$

$$L_{AVG} = 0,5 + 0,5 + 0,45 + 0,32 + 0,08 = 1,85$$

$$\eta_H = \frac{1,81}{1,85} = 97,8\%$$

$$\rho = 2,2\%$$

CODIFICA AUDIO:

XXX lezione

6/12/11

segnale audio: segnale analogico → varia in modo continuo nel tempo

→ alla base della teoria dell'informazione c'è la necessità di trasformare in digitale tale segnale

→ il segnale musicale è decisamente maggiore rispetto alla voce umana perché il file musicale contiene frequenze portanti tutte diverse date dai vari strumenti musicali

CAMPIONAMENTO: la risposta sta nel campionare il segnale, ossia prelevare ad intervalli regolari, il valore del segnale audio

→ all'aumentare della risoluzione, ovvero del numero di rettangoli (passo di campionamento) l'errore di conversione diminuisce

→ una volta che ho scelto il passo ho commesso un errore

Le tracce audio digitali di un CD sono immagazzinate in file binari ed in ogni secondo vengono prelevati 44100 campioni → ogni campione è quantizzato con 16 bit

bit/rate → 44100 * 16 * 2 = 176400 bytes/sec (velocità di lettura CD Audio)

→ standard di riferimento quando si valutano prodotti dagli algoritmi di compressione

CODIFICHE AUDIO:
- codifiche nel dominio del tempo (loseless)
- le codifiche per modelli (lossy)

} comprimere il segnale vocale

- le codifiche nel dominio della frequenza → ottimi per la compressione della musica

→ elaborano il segnale campionato direttamente senza estrarre le informazioni spettrali (frequenze)

l'orecchio umano si comporta come un passa-basso.

XXXI lezione

12/12/11

CODIFICHE TEMPORALI: algoritmi che elaborano il segnale campionato direttamente, senza estrarre le informazione spettrali (frequenze)

→ obbiettivo ridurre il numero di bit usati per descrivere il valore di un campione audio

→ sono storicamente le prime ad essere elaborate, hanno bassa efficienza e sono state ampiamente superate

CODIFICHE PER MODELLI - Le codifiche per modelli sono tecniche legate ad una particolare sorgente sonora che si tenta di emulare tramite un modello più o meno ~~specificato~~ semplificato

- le corde vocali e la gola hanno delle ben precise caratteristiche fisiche, il loro comportamento sarà quindi predicibile sulla base di un modello

→ queste codifiche rappresentano una scelta ottimale per la compressione della voce → utilizzate nella telefonia mobile

LINEAR PREDICTIVE CODING (LPC)

ENCODER: analisi delle caratteristiche del segnale audio e invio al decoder

DECODER: uso di un sintetizzatore audio con le percettuali features come parametri di ingresso

(1) il timbro di voce è scarsamente riconoscibile nel segnale riprodotto →

Fondamenti di Telecomunicazioni

~~XXXI~~ lezione
12/12/11

↘ il suono è artificiale ma si raggiungono elevati livelli di compressione

PERCEPTUAL FEATURES

1. TIMBRO (PITCH) - frequenza segnale → orecchio sensibile al range 2-5 2-5 KHz piuttosto che al range superiore o inferiore
2. PERIODO : durata del segnale
3. VOLUME : ammontare di energia nel segnale
4. PARAMETRI DI ECCITAZIONE DEL TRATTO VOCALE
   ↳ SUONI VOICED : generati attraverso le corde vocali ora + vibrazione corde ad una certa frequenza
   ↳ SUONI UNVOICED : generati tenendo le corde vocali aperte : flusso d'aria modulato dal tratto vocale

Cosa deve trasmettere l'encoder?
- guadagno G
- flag V/UV
- il pitch period T
- i coefficienti del filtro LPC

} COMPRESSIONE

Ex COMPRESSIONE — ① PCM (64kbit/s) ② LPC (4,8 kbit/s) ③ GSM (6 kbit/s) ④ GSM FULL-RATE (12 kbit/s)

CODIFICHE FREQUENZA : esaminano il segnale in frequenza (algoritmi)
↳ Lavorando sullo spettro è possibile comprimere il segnale in misura molto maggiore di quanto non si riesca a fare nel dominio temporale

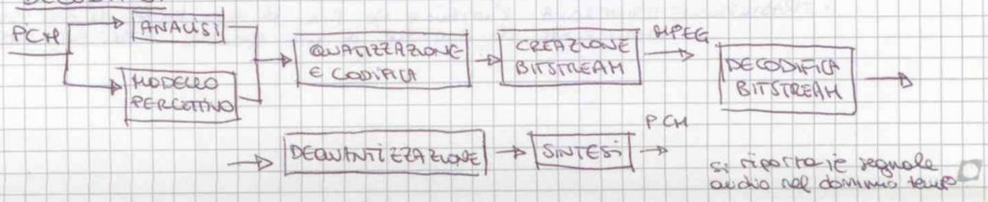
(!) Utilizzare un modello percettivo (misurare ed utilizzare le frequenze udibili dall'~~ess~~ uomo) ↳ COMPRESE 2-4 KHZ
- la percettività del suono non è costante nel tempo, varia in funzione di ciò che ascoltiamo
  - In pratica un tono forte copre i suoi d'intensità minore non solo ad una determinata frequenza ma anche quelle ~~vere~~ vicine

MPEG : tecnica di codifica permette di selezionare diverse opzioni, primo fra tutti il numero di canali e la loro funzionalità
↳ A CANALE SINGOLO
↳ A DUE CANALI
↳ STEREO SEMPLICE
↳ STEREO CONGIUNTA

} frequenze di campionamento possono essere 32/44.1/48 KHz con un bitrate che varia da 16 a 320 Kbit/sec

a) LAYER I : è il più semplice dei tre ed è studiato per avere le migliori prestazioni con bitrate sopra 128 Kbit/s → fattore di compressione di circa 1 a 4
b) LAYER II : complex maggiore → bitrate 128 kbit/s/ per canale fattori di compressione vanno da 1 a 8
c) LAYER III (MP3) : → più complesso → ottime prestazioni con bitrate di circa 64kbit per canale. Riesce a ridurre la dimensione fino a 12 volte

DECODIFICA



CODIFICATORE

→ ANALISI: si trasforma il segnale rappresentandolo nel dominio delle frequenze
MODELLO PERCETTIVO: indica quali componenti percettive possono essere scartate
QUANTIZZAZIONE E CODIFICA: incrementa o decrementa il valore d'ogni campione fino a portarlo a livelli standard e poi lo codifica con un certo numero di bit
CREAZIONE DELLO STREAM: ai dati relativi alla finestra si aggiunge un'intestazione con le informazioni necessarie alla decodifica

→ genera per ogni pacchetto la THRESHOLD MASK → utilizzata per eliminare le componenti frequenziali non necessarie
→ operazione che introduce rumore → il numero di livelli di quantizzazione è ottenuto per ogni componente spettrale

MP3 FUNZIONAMENTO: ∀ delle sottobande viene calcolato l'entità del mascheramento causato dalle bande adiacenti
→ se la potenza di una sottobanda è sotto la soglia di mascheramento → non viene codificata in quanto non udibile

MPEG-2: visto che non bastavano 2 canali si è sviluppato questo standard. Nato per venire incontro alle necessità audio cinematografiche.
Si articola in due fasi successive nella prima si è privilegiata la compatibilità con gli standard precedenti. Nella seconda si abbandona la compatibilità per aumentare le prestazioni
→ MPEG-2 (AAC) Advanced Audio Coding → obbiettivo sviluppare un tool per migliorare le prestazioni nella codifica multicanale
- dimezza il bitrate rispetto a MPEG-2 LAYER II

MPEG-4: ~~per~~ introduce il concetto di "oggetto" nel settore audio-visivo → oggetti armonizzati

MIDI standard per la comunicazione tra strumenti musicali
In un file MIDI sono contenute istruzioni che comunicano alla scheda audio di modulare la frequenza in modo da produrre una particolare nota che abbia una timbrica simile a quella di un pianoforte e che duri una certa quantità di tempo
MIDI (MUSICAL INSTRUMENTS DIGITAL INTERFACE) nasce da due esigenze
1. ricerca di compatibilità tra strumenti diversi e diverse marche;
2. crescente disponibilità di tecnologia digitale

→ PROTOCOLLO: stabilisce le specifiche sia HARDWARE sia SOFTWARE che ogni apparecchiatura deve capire se vuole essere veramente MIDI compatibile

→ 1. il midi non trasmette nessun tipo di suono ma unicamente comandi che verranno eseguiti dall'apparecchiatura in ricezione
- ogni movimento fatto dall'esecutore su una tastiera MIDI verrà codificato in modo univoco secondo il protocollo

→ HARDWARE: componente principale è L'UART (universal asynchronous receiver transmit) microprocessore appositamente costruito alla ~~compressione~~ comprensione e decodificazione MIDI → lavora in maniera asincrona cioè solo quando qualcosa appare alle porte MIDI

PRESE MIDI
1. ingresso
2. uscita
3. midi-through → si limita a ripetere fedelmente in uscita tutti i dati che appaiono in ingresso

→ TRASMISSIONE DATI:
Per il sistema MIDI è stato scelto il tipo di trasmissione seriale per semplificare i collegamenti e aumentarne l'affidabilità
- VANTAGGI: basta un solo filo per trasmettere l'informazione, per cui il collegamento risulta economico pratico e affidabile
- EFFICIENZA: velocità di trasmissione elevata 31 250 bit al secondo
- TRASMISSIONE ASINCRONA: l'inizio e la fine di ogni byte devono essere annunciati da due tipi di bit speciali START BIT, STOP BIT

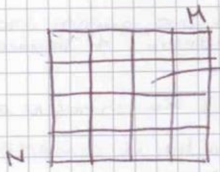
Fondamenti di Telecomunicazione

XXXII lezione
13/12/11

CODIFICA DI IMMAGINI FISSE (JPEG)

come un computer vede un'immagine:

↳ IN BIANCO E NERO: (è visto come una matrice) $M \times N$



→ PIXEL: $M \times N$
(rappresentano il valore numerico associato alla quantità di bianco o di nero che c'è in quel punto)

8 bit/pp → minimo passo di quantizzazione

2^8 combinazioni ↳ posso rappresentare 256 valori diversi

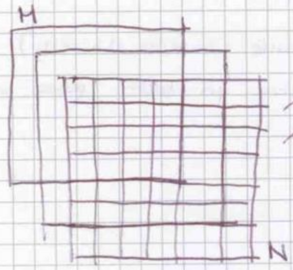
dimensioni su disco $M \times N \times 8$ bit

CIF : 352×288

↳ IMG CON IL COLORE: è composta da più matrici (L'IMG)

le img in digitale sono rappresentate in uno spazio colore di RGB (red, green, blue) → quindi viene visto come 3 matrici ciascuna di dimensione di $M \times N$

rappresentazione additiva



$PIXEL = \alpha R + \beta G + \gamma B$

→ le tre matrici sono tutte e tre importanti

→ utilizzo questa rappresentazione → perché l'occhio umano è sensibile a questi colori

↳ rappresentazione migliore per vedere un immagine.

rappresento tutti i colori come combinazione lineare delle tre matrici

visto che tutte e 3 le matrici sono ugualmente importanti → questo non è il massimo per la trasmissione

- STANDARD (SPAZIO DI COLORE) → YUV (americano $Y\,C_B\,C_R$)

↳ mi sposto la maggior parte dell'informazione solo su una matrice

- COMPONENTE DI LUMINANZA (bianco e nero)
- COMPONENTE DI CROMINANZA (colori)

la l'immagine in bianco e nero contiene il 80% del contenuto informat.

→ Separo la componente di BIANCO E NERO da quella a colori

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} Y \\ U \\ V \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} Y \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{-1} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

Y è la luminanza mentre U e V sono quelle di crominanza

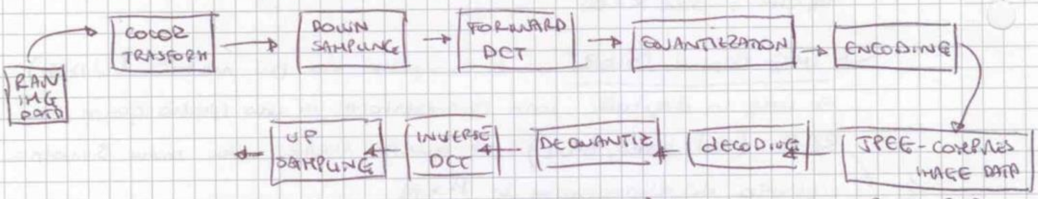
visto che Y contiene il 80% del contenuto informativo quindi trasmetto a pieno con il max dei bit mentre U e V posso permettermi di trasmettere con meno bit.

STANDARD JPEG: è stato progettato per comprimere sia immagini a colori che immagini a gradazioni di grigio. Si distinguono due tipi di compressione:

↳ LOSSY: scarta le info delle img poco visibile all'occhio umano e comprime le rimanenti informazioni

↳ LOSSLES

lo ~~stando~~ standard JPEG deve soddisfare le seguenti caratteristiche:



LETTURA FILE SORGENTE: → organizzati come 3 matrici nello spazio colore RGB

TRASFORMATA DCT: → ottimizzata per le IMG (coseno discreto)

l'occhio ~~??~~ umano si comporta come un filtro passa-basso ovvero percepisco le basse frequenze

~~XXXIII~~ lezione
15/12/11

CODIFICA VIDEO

TRUPUTH → capacità di canale

Banda occupata del segnale televisivo B = 6MHz → di conseguenza la frequenza di campionamento almeno pari $f_c = 12MHz$

Frame video → n. di immagini per unità di video

I ~~video~~ video cinematografici → 24-26 Frame/sec

TROUGHPUTH

Bitrate ⇒ $R = 16 * F_c = 192$ Mbit/s $x = R * 60s = 1{,}44$ GBbyte

Come lo comprimo un video?

COMPRESSIONE:
- LOSSY
- LOSS LESS

MPEG-1: sistemi a banda larga

MPEG-2: sistemi a banda larga, DVD e digitale terre

MPEG-4: sistemi a banda stretta telefoni UMTS

Fondamenti di Telecomunicazioni

XXXIII lezione
15/12/11

→ MPEG-2 : copre tutti i campi dove ho una banda abbastanza larga

CODIFICA a seconda dei file
- intra frame : indipendente dagli altri frame
- inter frame : con riferimento alle immagini precedenti

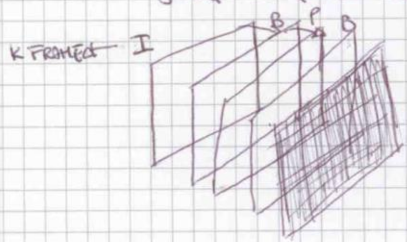
→ rimuove tutte le informazioni di ridondanza

il video presenta due tipi di RIDONDANZA ① temporale
② spaziale (delle immagini) ← codifica JPEG per ogni frame

Temporale : (predico i frame in base di quelli precedenti)

la codifica la faccio su porzioni di video (insiemi di frame) inizio con il primo poi gli altri vengono predetti in base a quello precedente ed infine trasmetto un ultimo frame indipendente

→ il frame iniziale e quello finale li codifico con una codifica JPEG → punto di partenza per poi trasmettere - ricevere (K FRAME)



GOP : group of pictures

non posso mettere troppi frame in un GOP perché ci sono troppe predizioni (immagine deteriorata)

- Codifica intra (I), predizione temporale (P), predizione bitemporale (B)
In MPEG-2 ci riferiamo alle frame

PREDIZIONE : consiste nel fornire un vettore di movimento che dichiara come gli oggetti si sono spostati dal quadro I al quadro P
Il motion vector è parte dello stream MPEG ed è ~~formato~~ suddiviso in una parte orizzontale ed una verticale

→ Il vettore movimento viene ricercato in ogni macroblocco della componente di luminanza del frame considerato
avremo tanti motion vectors quanti sono i macroblocchi che compongono il frame

macroblocco → 16 X 16

MOTO COMPENSAZIONE → compensazione dell'errore

Il flusso video MPEG-2 è organizzato con una sintassi stratificata struttura gerarchica dall'alto al basso. La vista

MACRO BLOCCO : rimuove ridondanze temporali

BLOCCO : rimuove ridondanza spaziale

→ 2 blocchi Y e 4 di (U, V) → ulteriore campionamento delle componenti di crominanza

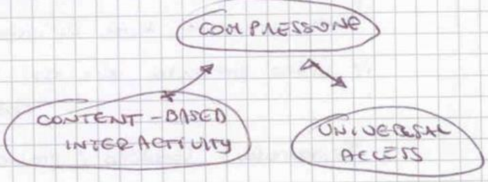
Ex : struttura

$$\begin{array}{ccc} Y & U & V \\ 4 & : 4 & : 4 \end{array}$$

(non è mai quasi utilizzato troppo pesante)

MPEG-4 : sfrutta pesantemente la programmazione orientata agli oggetti
la scena video è vista come un insieme di oggetti nel quale si basa la
↳ CODIFICA

a ciascun oggetto attribuisco un bitframe - diverso → concentro il flusso dati sul movimento ad esempio lo sfondo lo mando una volta sola.



Fondamenti di Telecomunicazione — XXXIV lezione

ESERCITAZIONE — 16/12/11

ESERCIZIO 1:

$x = |1 + u|$

$y = b + x$

u e b statisticamente indipendenti

u → variabile aleatoria uniforme

$u \in [-4; 4]$

$b: \begin{cases} P(b=1) = 1/2 \\ P(b=-1) = 1/2 \end{cases}$

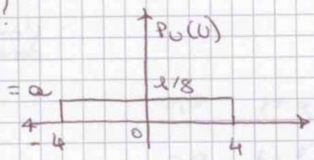
$p_X(x) = ?$ $\quad M_y ?$

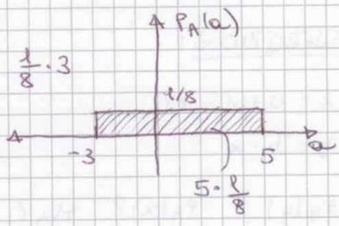
$M_x ?$ $\quad p_y(y) ?$

$VQM_x ?$

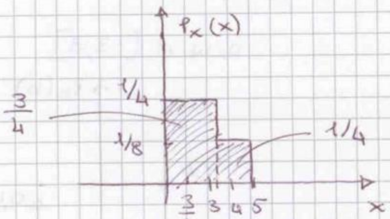
$\sigma_x^2 ?$

$1 + u = a$





$x = |a|$



$$M_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, p_x(x)\, dx = \int_0^3 \frac{1}{4} x\, dx + \int_3^5 \frac{1}{8} x\, dx =$$

$$M_x = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} + 4 \cdot \frac{1}{4} =$$

$\frac{3}{2}$ → valor medio della prima RECT

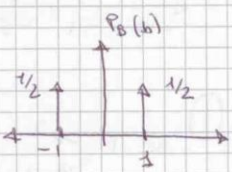
$\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$ → peso in percentuale che ha in $P_X(x)$

$$VQM_x = \int_0^3 \frac{1}{4} x^2 dx + \int_3^5 \frac{1}{8} x^2 dx$$

$M_y = M_b + M_x$ ma $M_b = 0$ poiché

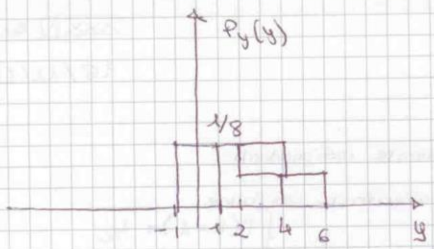
M_y → calcolata come linearità

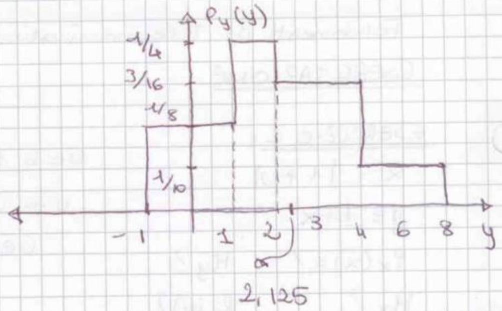
$M_b + M_x$ → ottenuta come non linearità



$\Rightarrow$ $M_y = M_x = 2.125$

Per trovare $p_y(y)$ faccio la convoluzione tra $p_x(x)$ e $p_B(b)$





L'area fa sempre 1 poiché è una densità di probabilità

ESERCIZIO 2:

$x = u + w - 11$

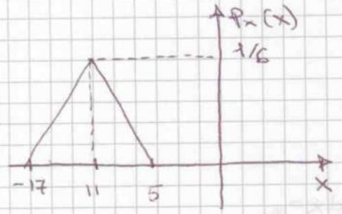
$y = b \cdot x$

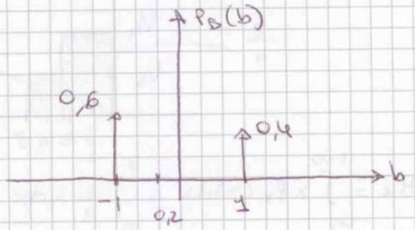
$b \to +1 \quad 0{,}4$

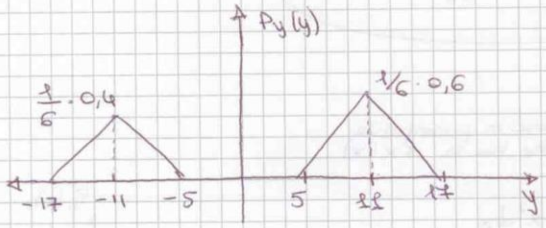
$b \to -1 \quad 0{,}6$

$p_y(y)$? $p_x(x)$? H_y?

$u, w \in [-3, 3]$

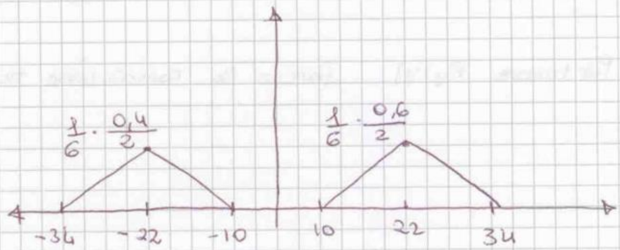






① se $b \to 2 \quad 0{,}4$

$b \to -2 \quad 0{,}6$ ⟶ allargo la base quindi devo stringere in altezza



Fondamenti di Telecomunicazione

XXXIV lezione
16/12/11

$$M_y = E[b \cdot x] = E[b] \cdot E[x]$$

e se $z = |y| = |x|$ poiché $b \begin{cases} \nearrow +1 \\ \searrow -1 \end{cases}$

ESERCIZIO 3

$$x = u \cdot b - w(1-b) + w$$
$$y = |x|$$

$u, w \in [-6, 0]$

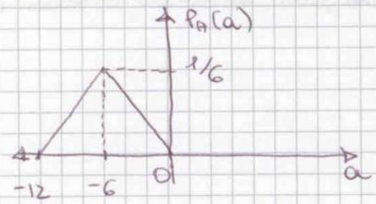
$b \begin{cases} \nearrow 2 & 0,3 \\ \searrow -2 & 0,7 \end{cases}$

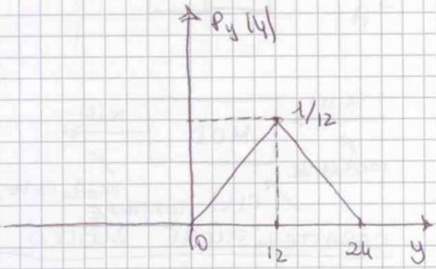
$p_x(x)$? M_x? M_y? $D_y(y)$?

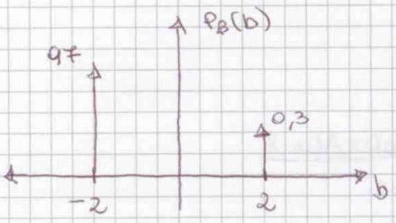
$$x = ub - \cancel{w} + wb + \cancel{w} = b(u+w)$$

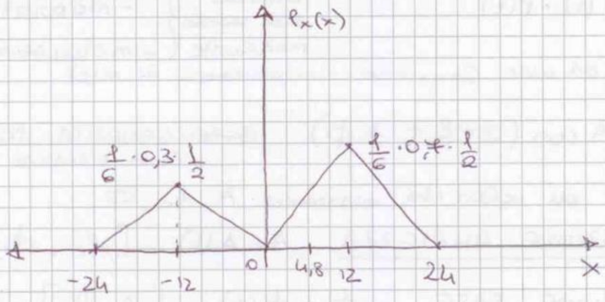
(!) se avessi avuto $u - w$ non le potevo semplificare perché non sono lo stesso numero!

$a = u + w \rightarrow$ Tri definita tra -12 e 0









$M_x = 4,8$

$$E[x^2] = E[b^2] \cdot E[a^2] = E[b^2] \cdot \left[E[u^2] + E[w^2] + 2E[u] \cdot E[w]\right]$$

$E[x^2] = 168 = E[y^2]$

x CASA

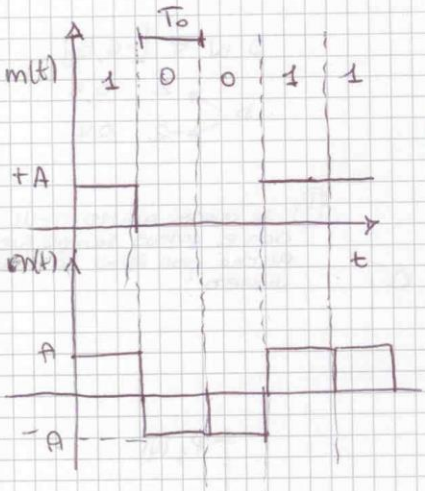
$x = |v+2|^{1/2}$ $\quad y = x \cdot b \quad v \to [-4, 0]$

$b \to +8 \quad 0,4$

$b \to -8 \quad 0,6$

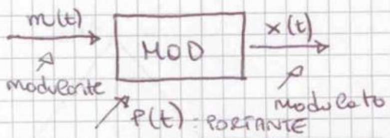
~~XXXV~~ lezione

9/01/2012



OOK
ON OFF KING

nel canale noi non trasmettiamo m(t) poiché (le rect sono sinc → banda infinita) ma posso attraverso il blocco di modulazione



CARATTERISTICHE BLOCCO DI MODULAZIONE

- La modulazione ha due segnali

$x(t) = m(t) \cdot p(t)$

dipende dal segnale modulante
- MODULAZIONE ANALOGICHE:
- MODULAZIONE DIGITALE:

p(t) porta ad alte frequenze l'informazione di m(t)

$p(t) = A\cos(2\pi f_c t + \phi)$ ~~GENE~~ GENERICA PORTANTE (uso il coseno → reale puro)

in base ai valori che assumono A, f_c, ϕ

a) - MODULAZIONE AMPIEZZA $A = A(t)$, $[f_c, \phi] = cost$ ASK

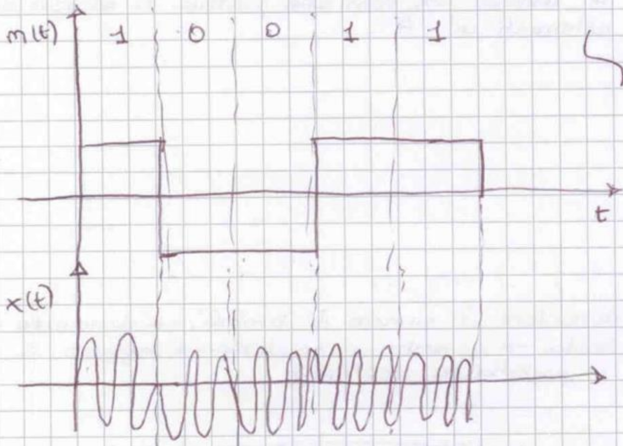
b) - MODULAZIONE FASE $\phi = \phi(t)$, $[A, f_c] = cost$ PSK

c) - MODULAZIONE FREQUENZA $f_c = f_c(t)$, $[A, \phi] = cost$ FSK

Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Benedetto

Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2012-2013

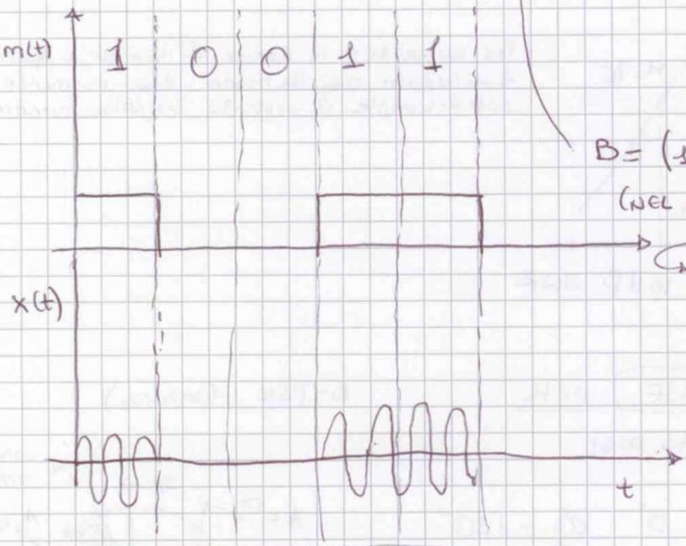
d) — MODULAZIONI AMPIEZZA E FASE : QAM



MODULAZIONE D'AMPIEZZA

CODIFICA BINARIA

→ MODULAZIONE BINARIA (un bit un simbolo)



roll-off (banda in più)

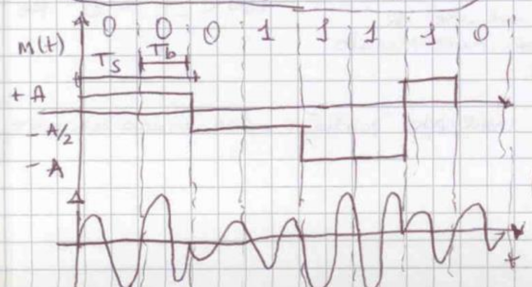
$$B = (1+\gamma)\cdot R$$

(NEL CASO BILIVELLO)

→ è questa formula perché $\log_2 2 = 1$

ASK - OOK

MODULAZIONE DI AMPIEZZA:



MULTILIVELLO

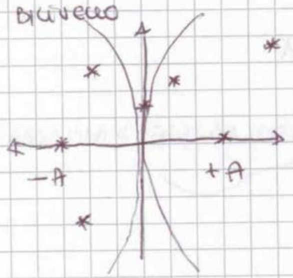
$$\boxed{B = \frac{(1+\gamma)\,R}{\log_2 M}}$$

all'aumentare dei livelli il tempo diminuisce

→ le prestazioni di sistema diminuiscono
sbaglio probabilisticamente di più

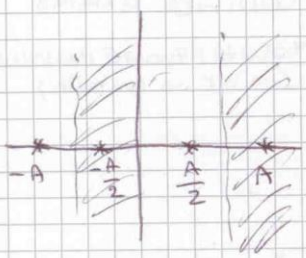
COSTELLAZIONE DEI SIMBOLI : simboli che modulo ed invio al canale

BILIVELLO



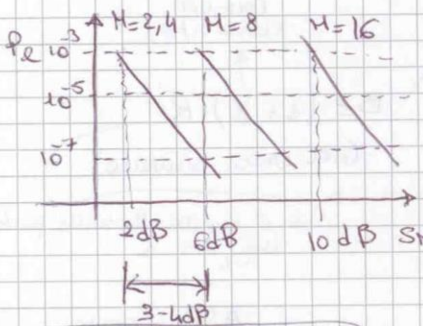
se cadono nel semiasse positivo le associo ad A altrimenti ad -A

MULTILIVELLO



aumentare il numero di simboli → diminuisce la banda → aumenta l'incertezza → peggiora le prestazioni in probabilità dell'errore

~~MODULO COSTANTE o ad INVILUPPO~~



Per aumentare il numero di livelli e quindi diminuendo così la banda devo aumentare notevolmente il rapporto segnale rumore (SNR)

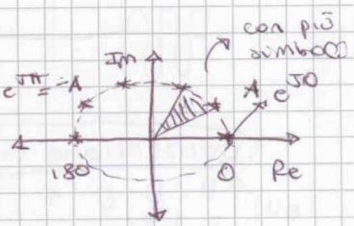
MODULAZIONE DI FASE PSK

B-PSK (binario)

$\phi = \phi(t)$, f_c, $A = cost$

(a) B-PSK $\phi_1 = 0°$ $\phi_2 = 180°$

$A e^{j\pi} = -A$ (una mod. B-PSK è uguale ad una di Ampiezza moltiplicato per -1)



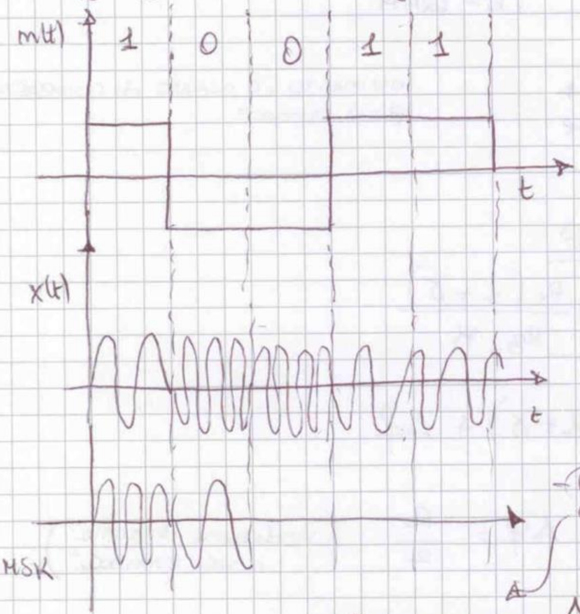
è a modulo costante - o ad inviluppo poiché i valori possono assumere solamente determinati valori

Fondamenti di Telecomunicazione

XXXV lezione
9/01/12

MODULAZIONE DI FREQUENZA FSK

$f_c = f_c(t) \to [A, \Phi] = cost$



BIT-RATE TRASMISSIONE

$$\boxed{B = R(1+\gamma) + \Delta f}$$

$\Delta f = f_2 - f_1 \qquad f_2 > f_1$

MSK → modulazione frequenza a spostamento minimo

minimum

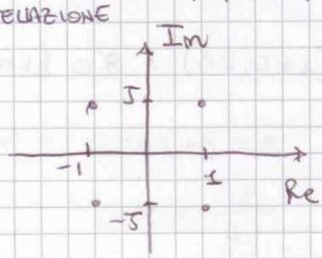
$\Delta f = \frac{R}{2}$ minima

riferito ad una trasmissione binaria

SVANTAGGIO: alta complessità computazionale e costo per implementare il ricevitore

→ si sta iniziando ad utilizzare di più grazie alle innovazioni tecniche con le quali si può utilizzare un software che prende tutto il range delle frequenze permesse

COSTELLAZIONE



XXXVI lezione
10/01/12

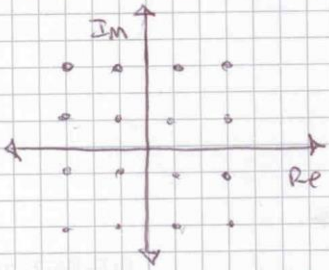
all'aumentare del numero di simboli aumenta ~~il numero~~ la banda

4 - QAM: modulazione in ampiezza in quadratura

a 4 simboli

→ cambiano ampiezza e fase

una costellazione rettangolare è una conf SUB OTTIMA rispetto a quella quadrata in quanto ~~c'è più~~ non c'è simmetria quindi aumento l'incertezza (distanza tra un punto ed un altro diminuisce)



16-QAM

aumento il numero di livelli => ho poco rumore

FORMULE MODULAZIONE

ASK / PSK : $B = \frac{R(1+\gamma)}{\lg_2 M}$

FSK : $B = R(1+\gamma) + \Delta f$

→ MSK ⇒ $\Delta f = \frac{R}{2}$ (modulazione binaria a soli 2 simboli)

EX D'ESAME

$R = 500\ kbit/s$ MSK , $\gamma = 0,22$

a) B_I → assenza di errori

b) B_R → errori 20%

c) B_I → R_{EFF}

$$B_I = \frac{500}{2}[kbit/s] + 500[kbit/s](1+0,22) = 860\ [kbit/s]$$

la capacità di canale si misura in:

1) Hz → trasmissione analogica

2) kbit/s → trasmissione digitale

$y = x + 20\%\,x = x(1+0,2)$

$\frac{y}{1,2} = x$

$$B_R = \frac{20}{100} \cdot B_I \Rightarrow 1032\ kbit/s$$

$B_I \Rightarrow R = 500\ kbit/s = R_x + 20\%$

$= R_x + 20\%\,R_x = (1,2)R_x$

$$R_x = \frac{500}{1,2} = 416,6\ [kbit/s]$$

Fondamenti di Telecomunicazione

XXXVI lezione

10/01/12

Ex ESAME

B → 2 simboli

QPSK → a 4 simboli

$\gamma = 0,22$

$R = 3,84$ Mbit/s

* il testo mi diceva che erano equiprobabili

a) $H(x) = ?$ (Entropia) = 2 bit/symbolo

b) $B = ?$

c) $R_{eff} = ?$; $B' = 20\% B$

d) COD. DI GRAY

b) $B = \frac{3,84 \, (1+0,22)}{2} = 2,34 \, [\text{Mbit/s}]$

visto che non è binario per ciascun simbolo devo utilizzare 4 simboli non 2

$$H(x) = \sum_{i=1}^{M} P_i \log_2 \frac{1}{P_i} = -\sum_{i=1}^{M} P_i \log_2 (P_i)$$

$$0 \leq H(x) \leq \log_2 M$$

* quando sono equiprobabili

QPSK → dalla stazione radio-base

BPSK → dal mobile alla stazione

c) $R_{eff} = 0,768$ Mbit/s

$$\frac{R\,(1+0,22)}{2} = 0,468$$

d) A, B, C, D

00 01 11 10

$$R = \frac{(2 \cdot 0,468)}{(1+0,22)} = 0,768 \text{ Mbit/s}$$

Ex ESAME

U → uniforme

$x = 5e^{6U}$ $\qquad y = -3 \lg (2x/W)$

$P_x(x) = ?$ $\qquad P_y(y) = ?$ $\qquad E[x] = ?$ $\qquad E[y] = ?$

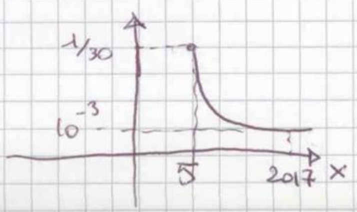
$U, W \in [0,1]$

$$P_x(x) = P_U(U)\Big|_{U=x} \cdot \left|\frac{dU}{dx}\right|$$

$x \in [5, 5e^6]$

2017

$$P_x(x) = \left|\frac{1}{30e^{6U}}\right| = \frac{1}{6x}$$



$$E[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p_x(x)\,dx = \int_5^{2017} \frac{1}{6}\,dx = \left[\frac{1}{6}x\right]_5^{2017} = 335,3$$

$$E[x^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 p_x(x)\,dx = \int_5^{2017} \frac{1}{6}x\,dx = \left[\frac{1}{6}\frac{x^2}{2}\right]_5^{2017} = 3,39 \cdot 10^5$$

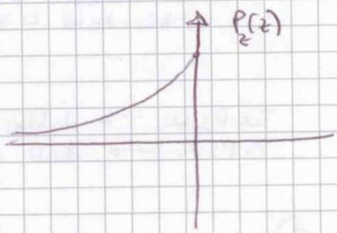
$$\sigma^2_x = E[x^2] - (E[x])^2 = 2,26 \cdot 10^5$$

$$y = -3\lg(2x/w) = -3\lg 2x + 3\lg w =$$

$$y = -3\lg[10 \cdot e^{6u}] + 3 = \underbrace{-3\lg 10}_{-6,9} - 18u + 3\lg w =$$

$$z = 3\ln w \quad w \in (-\infty, 0]$$

$$p_z(z) = \frac{1}{3}e^{z/3}$$



$$y \in (-\infty; -6,9]$$

TEOREMA DEL LIMITE CENTRALE

se sommo più variabili aleatorie → otterrò sempre una gaussiana centrata sul valor medio di y e larga la deviazione standard di y

Fondamenti di Telecomunicazione

XXXVII lezione
12/01/12

Esercizio 4

$x = \ln(u/w)$ $\quad u, w \in [0,1]$

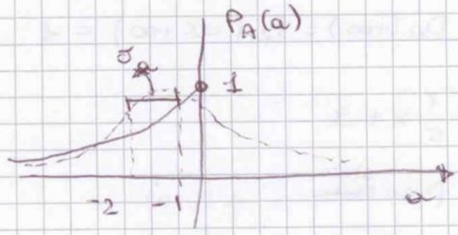
$y = |w e^x|$ $\quad x = \underbrace{\ln u}_{a = \ln u} - \underbrace{\ln w}_{b = -\ln w} = a + b$

$a \in [-\infty, 0]$ $\quad p_A(a) = e^a$

$M_a = -1$

$VQM_a = 2$

$\sigma_x = 1$



$p_B(b) = e^{-b}, \; b \in [0, +\infty)$

$\hookrightarrow M_b = +1$

$VQM_b = 2$

$\sigma_b^2 = 1$

$E[x] = 0$

$E[x^2] = 2 + 2 - 2 = 2 = \sigma_x^2$

$$p_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_x} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}}$$

$y = \left| \cancel{w} \cdot \frac{u}{\cancel{w}} \right|$

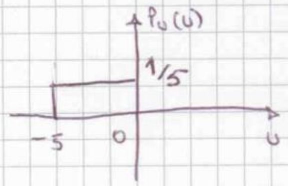
XXXVIII lezione
13/02/12

Esercizio 5

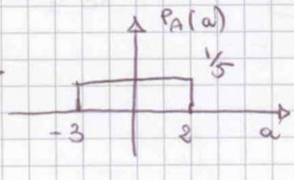
$x = |u + 2|$, $u \in [-5, 0]$

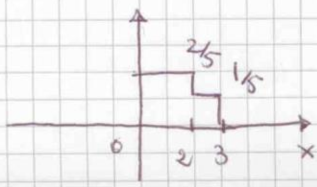
$p_x(x) = ?$ $\quad M_x = ?$ $\quad D_x(x) = ?$ $\quad D_u(u) = ?$

(!) il momento e il valore quadratico medio devono sempre essere positivi



$\Rightarrow$





$$E[x] = \int_0^2 x \frac{2}{5}\,dx + \int_2^3 x \frac{1}{5}\,dx = 1 \cdot \frac{4}{5} + \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{5} =$$

$$= \frac{8+5}{10} = 13$$

Fondamenti di Telecomunicazione

XXXVII lezione
12/01/12

ESERCITAZIONE

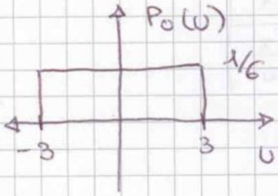
ESERCIZIO 1

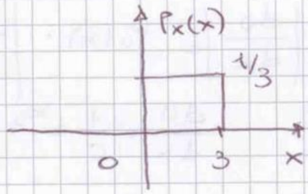
$x = |u|$ $\quad u \in [-3, 3]$ $\quad b \to P(b=+1) = 0,9$; $P(b=-1) = 0,1$

$y = b + x$

$P_x(x) = ?$ $\quad P_y(y) = ?$

$M_x = ?$ $\quad VQM_x = ?$ $\quad \sigma_x^2 = ?$



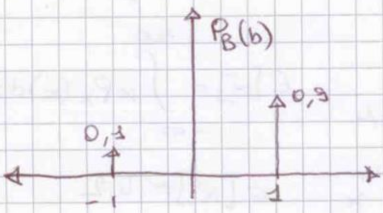


il modello è una trasformazione non lineare

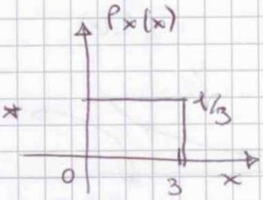
$E[x] = \frac{3}{2}$

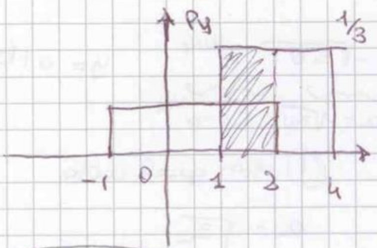
$E[x^2] = 3$

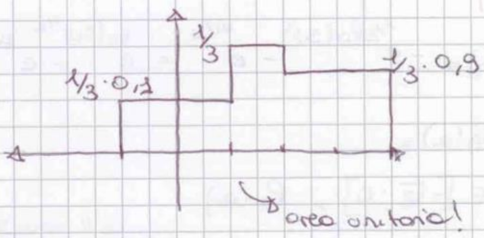
$\sigma_x^2 = \frac{\cancel{9}\,3}{\cancel{12}\,4} = \frac{3}{4}$



$*$







ESERCIZIO 2

$y = 2\cos(2u)\sin(2u)$ $\quad u \in [12, 12 + 2\pi]$ $\quad P_y(y) = ?$

$y = \sin(4u)$

$P_y(y) = ? = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - y^2}}$ $\quad y \in (-1, 1)$

Fondamenti di Telecomunicazione

XXXVIII lezione
13/01/12

ESERCIZIO 7

$R = 3y$

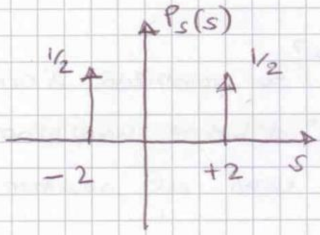
$y = s + n$

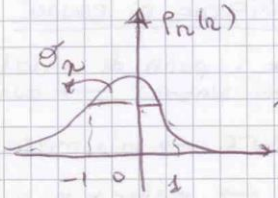
$s = bin$ $\begin{cases} p(+2) = 1/2 \\ p(-2) = 1/2 \end{cases}$ $n = GAUSS(0, \sigma_N^2 = 1)$

$P_y(y) = ?$ < grafico / analitico

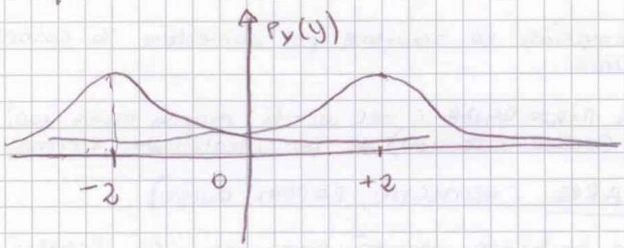
$M_y = ?$ $M_R = ?$ P_D = prob. di DETECTION ?

P_{FA} = prob. FALSO ALLARME





$\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_V} e^{-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}}$



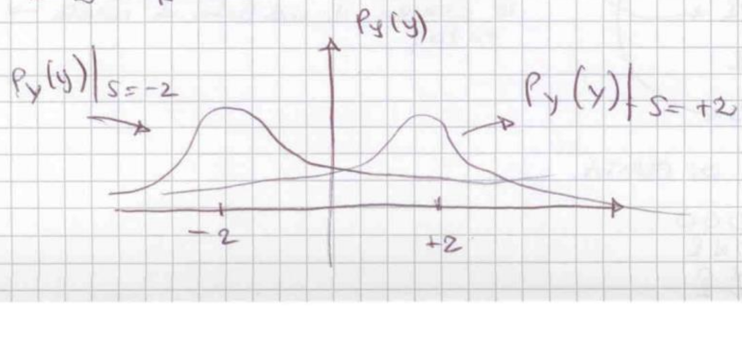
~~n = GAUSS (0,~~

$$P_y(y) = \frac{1}{2}\left[P_N(y+2) + P_N(y-2)\right] = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_N} e^{-\frac{(y+2)^2}{2\sigma_N^2}} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_N} e^{-\frac{(y-2)^2}{2\sigma_N^2}}\right]$$

↳ poiché 2 quando prendo 2 Gaussiane

$$E[y^2] = \sigma_y^2 = \underbrace{E[s^2]}_{4} + \underbrace{E[n^2]}_{1} = 5$$

$$E[R^2] = \sigma_R^2 = 45$$



Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Professore: Benedetto
Anno di produzione: 2012-2013

ESERCIZIO 3

$x = 2\ln(3u)$

$y = -e^{x/4} - e^{w/4}$ $\qquad w, u \in [0,1]$

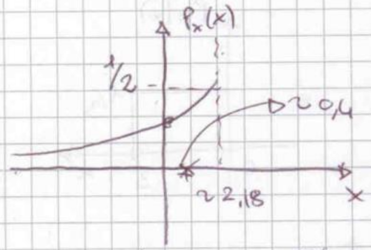
$P_x(x) = ?$ $\quad M_x = ?$ $\quad VQM_x = ?$ $\quad \sigma_x^2 = ?$

$P_y(y) = ?$ $\quad M_y = ?$ $\quad VQM_y = ?$ $\quad \sigma_y^2 = ?$

$$P_x(x) = P(u)\Big|_{u=x} \cdot \left|\frac{du}{dx}\right| = P_u(x) \cdot \left|\frac{1}{\frac{dx}{du}}\right|$$

$3u = e^{x/2}$ $\qquad u = \frac{1}{3}e^{x/2}$ $\qquad \frac{du}{dx} = \frac{1}{6}e^{x/2}$

$P_x(x) = \frac{1}{6}e^{x/2}$, $x \in (-\infty, 2\ln 3]$



$$E[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} x P_x(x)\,dx$$

$E[x^2] = 42$

$$y = -e^{\frac{1}{2}\ln(3u)} - e^{w/4} = -e^{\ln(3u)^{1/2}} - e^{w/4} = \underbrace{-\sqrt{3u}}_{a=-\sqrt{3u}} \underbrace{-e^{w/4}}_{b=-e^{w/4}}$$

$y = a+b$

$P_A(a) =$

$a \in [-\sqrt{3}; 0]$; $P_A(a)$

(1) ogni qual volta

$a = \sqrt{3u}$ $\rightarrow c = -a$

$Y = c+b$

$a^2 = 3u$

$u = \frac{a^2}{3}$

$\frac{du}{da} = \frac{2}{3}a$

col cambio di variabile non mi perdo il meno

$P_A(a) = \frac{2}{3}a \rightarrow a \in [0, \sqrt{3}]$

$P_C(c) = -\frac{2}{3}c$

$P_B(b) =$

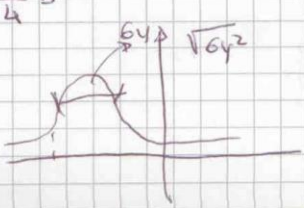
$b \in [-e^{1/4}, -1]$

$-1,65$

$1,28$

$\frac{db}{dw} = -\frac{1}{4}e^{w/4} = \frac{1}{4}b$

$y \in \simeq [-3; -1]$



$\frac{1}{2\pi\sigma}$

Fondamenti di Telecomunicazioni

XXXIX lezione
16/01/12

BIT DI PARITÀ

Ex

A 0 0 0 — 0 0 1, 0 1 0, 1 0 0 → sono tutte equalmente distanti → mi dicono che c'è stato un errore
↳ l'informazione non è completa per ~~dare~~ dirmi il simbolo a distanza minore!

B 0 1 1

C 1 1 0

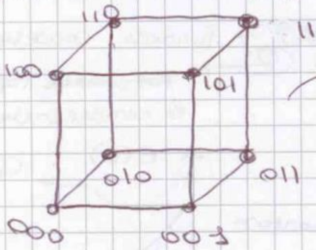
D 1 0 1

distanza: n° di bit che cambio tra una parola e quella successiva

aggiungo RIDONDANZA → esempio lettere dette al telefono → aggiungo sempre il nome o una parola generica per non sbagliarsi

con un bit di parità → riesco ad identificare un numero dispari

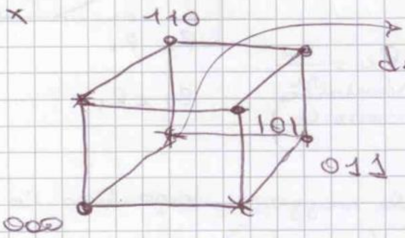
INSERIRE IN CODA AL PACCHETTO → CRC (uno o più errori)
la distanza fra i simboli e uno dell'altro mi dice il numero massimo di bit di errori



→ ecco perchè ~~ne~~ se non introduco codifica di canale non posso accorgermi della presenza di errore

$d_H = 1$ distanza di Hamming

Ex



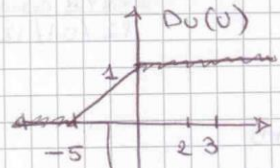
→ non posso dire quale bit è ~~arrivato~~ errato
$d_H = 2$
↳ posso dire però che è presente un errore
↳ devo aumentare la ~~distan~~ ridondanza
↳ devo stare attento
(1) AUMENTO BANDA
(2) AUMENTO COSTO RICEVITORE

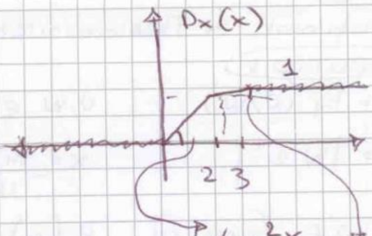
qualunque ~~cod~~ codice può identificare una error detection pari a

$$\boxed{e_{DET} = d_H - 1}$$ ERROR DETECTION

$$e_{REC} = \left\lfloor \frac{d_H - 1}{2} \right\rfloor$$ ERROR RECOVERY

→ massimizzare la distanza fra tutte le parole di codice per minimizzare l'incertezza.



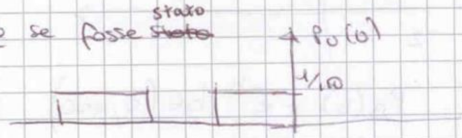


(!) attenzione $D_U(-\infty) = P_R(U \leq -\infty) = 0$

$D_U(+\infty) = P_R(U \leq +\infty) = 1$ $\qquad D_x(2) = P_R(x \leq 2)$

$$D_U(u) = \frac{1}{5}x + 9$$

(!) noto se fosse ~~stato~~ stato

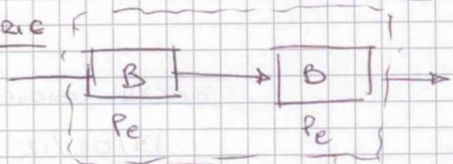


ESERCIZIO 6

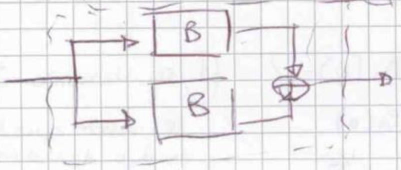
2 CANALI INDIPENDENTI

$B = 56$ Kbit/s $\qquad P_e = 10^{-7}$ → posso sbagliare 1 volta ogni 10^{7}

SERIE



$B_{eq} = B \qquad P_e^{eq} = 2P_e$



$B_{eq} = 2B$

$P_e^{eq} = P_e$

Fondamenti di Telecomunicazione

XXXIX lezione
16/01/12

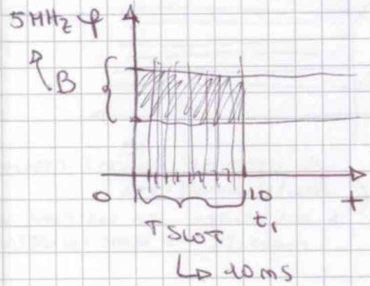
CODIFICA CONVOLUZIONALE: codifica con una relazione tra tutti i simboli che entrano nel codificatore con quelli successivi

VANTAGGIO: → pochi errori
SVANTAGGIO: → attento → un singolo errore si ripercuote su n blocchi

① IL CODIFICATORE DI CANALE SEGUE QUELLO DI MODULAZIONE

Come invece e' accessibile agli utenti?

ACCESSO ALLA RISORSA PER SUDDIVISIONE DI TEMPO: divido in n il tempo e ~~a~~ ciascuno lo assegno ~~a~~ agli utenti

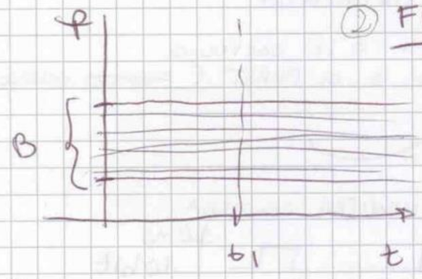


TDMA
suddivido il time slot in più parti

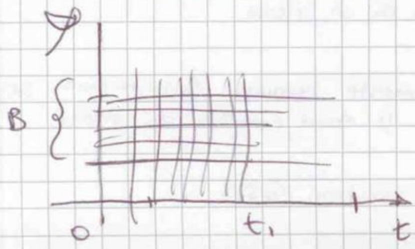
→ ACCESSO MULTIPLO DI DIVISIONE DI TEMPO

① particolarmente importante il sincronismo tra ricevitore ed emettitore
(si lascia un tempo di guardia)
→ serve per assorbire il tempo di propagazione
→ inefficienza → aumento tempo diminuiscono gli utenti

② FDMA (frequency division multiple access)
→ SVANTAGGIO: diminuisce la banda per utente
→ anche qui ci sono le bande di guardia → diminuisce la ~~...~~ quantità di utenti



SI UTILIZZA UN MISTO DELLE DUE (TDMA/FDMA)
→ devo stare attento al sincronismo e alle frequenze che sto utilizzando.



CELLA: suddiv. di territorio in un area servita da una stazione RADIO.

$$P_D = \int_0^{+\infty} p_y(y)\Big|_{S=+2}\, dy$$

$P_M = 1 - P_D$ → prob. di ~~sto~~ saltore un utente

XXXIX lezione
16/01/12

TECNICHE DI CODIFICHE DI CANALE

Come minimizzare i punti di interferenza?
all'aumentare dei simboli → aumenta la probabilità d'errore

CODIFICHE DI SORGENTE → minimizza il n° di bit → compressione

CODIFICA DI CANALE → verificare se ci sono errori nel ricevitore

→ fornisce informazioni al ricevitore per aumentare la conoscenza del ricevit. riguardo gli errori

→ BIT DI RIDONDANZA : nel wi-fi devono essere tali ~~dal~~ da far identificare (ERROR DETECTION) da far identificare l'errore e correggerlo

→ PROTOCOLLI ARQ (ARITHMETIC, REPEAT, QUEST)

Se il ricevitore ha buone capacità computazionali (CANALI VIA CAVO) può richiedere alla sorgente di rimandare il pacchetto che dà errori

↳ differenti ~~t~~ tipi di ARQ (cambia la quantità dei dati richiesti

ARQ: è un protocollo poco efficiente per canali wireless (mobilità banda stretta)

FEQ: cerca di recuperare → ~~se no~~ non richiedo ma prendo il pacchetto e lo butto

CODIFICA
BIT DI PARITÀ: minima lunghezza di canale → significa aggiungere un terzo bit che è pari a 1 se la somma algebrica dei numeri precedenti è dispari
pari → 0

A	00	errore → 01, 10
B	01	
C	11	
D	10	

Canale che introduce un solo errore

in assenza di codifiche di canale → mi va bene tutto!

EX BIT DI PARITÀ

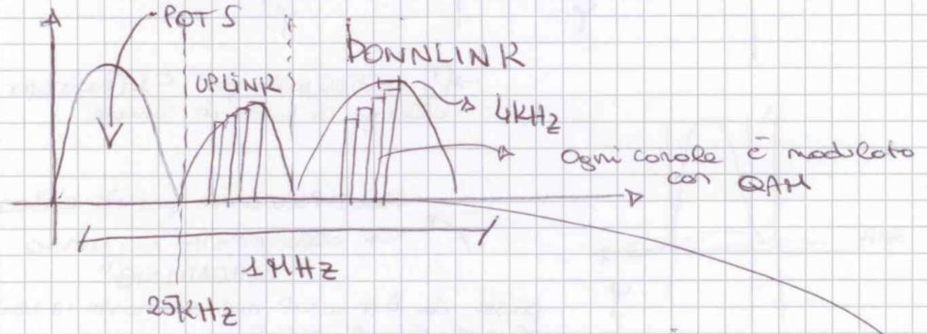
A	000
B	011
C	110
D	101

Fondamenti di Telecomunicazione ~~XXX~~ Lezione 17/01/12

ADSL → linea digitale asimmetrica a seconda che i dati siano inviati in UP-LINK o DOWN-LINK

↳ sfrutta il mezzo trasmissivo (doppino telefonico) per la comunicazione voce.

IL DOPPINO TELEFONICO → offre una banda di 1 MHZ circa



ne do 25 al posto di 4 poiché la trasmissione dati dell'ADSL mi genera tanta interferenza

POTS (plane old the telephone service)

dove vedo che il ~~se~~ rapporto SNR è maggiore posso aumentare il numero di livelli

UMTS → TECNICHE DI ACCESSO AL MEZZO → CDMA

↳ si basa su una rete totalmente diversa → garantisco agli utenti per tutta la banda & per tutto il tempo

code division multiple access (CDMA) → ~~tot~~ gli utenti sono divisi attraverso un codice

codice → sequenza di bit assegnata ognuna ad un utente diverso

$$C_1 = [0\ 1\ 0\ 1] \qquad C_2 = [1\ 0\ 1\ 0]$$

} ortogonali tra loro (ne ho n diversi) } offro il servizio ad n utenti diversi

prod. scalare

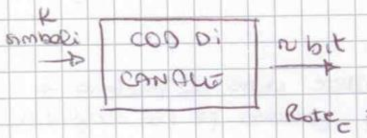
$$\langle C_1, C_2 \rangle = c_1 \otimes C_2 = \begin{cases} 0 & \text{se } C_1 \neq C_2 \\ 1 & \text{se } C_1 = C_2 \end{cases}$$

$$s_1 C_1 + s_2 C_2 = r \cdot C_2 = S_1 C_1 C_2 + S_2 C_2 C_2 = S_2$$

SCHEMA ARQ IBRIDO: provo a fare detection di quel pacchetto (la sezione) ~~mi che~~ richiedo alla stazione solo il frammento che contiene l'errore.

SHANNON → postulò la possibilità di creare una particolare tipo di codifica di canale → con prob di errore pari a 0

SCHEMA A BLOCCHI CODIFICA DI CANALE



$$Rate_c = \frac{k}{c}$$

→ CANALE

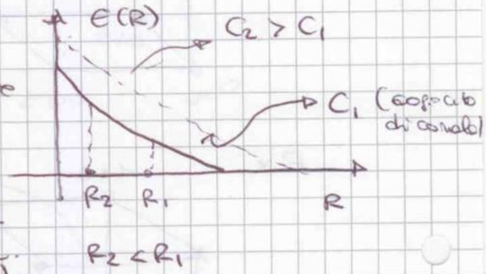
SHANNON dimostrò che la prob. di errore in uscita dal canale

$$P_w(e) < e^{-n E(R)}$$

↳ prob errore

dove $E(R)$ → funzione convessa decrescente positiva di R → ~~rappresenta~~ rappresenta le caratteristiche del canale sorg.

$$R = R_c \cdot H(x)$$



Per diminuire la prob. posso aumentare o n oppure $E(R)$

$R_2 < R_1$

① → posso agire solamente con $R_c = \frac{k_n}{m}$ devo quindi aumentare la ridondanza. (Quindi diminuire R_c → aumento la banda.)

② Scegliere una capacità di canale maggiore tengo fisso la banda

$$C\,(\text{capacità}) = B \log_2 \left(1 + S/N\right)$$

③ ~~Se non~~ se agissi solo su n? → devo aumentare ~~anche~~ proporzionalmente anche K → aumentare la complessità della ridondanza che introduci (l'errore è minimo)

VALIDE PER TUTTE LE CODIFICHE DI BLOCCO: non ci sono relazioni tra il ~~pa~~ blocco precedente e quelli successivi

↳ VANTAGGI → codif. in maniera indipendente → no repetition errore

↳ SVANTAGGIO → il livello di capacità trasmissiva è aumentato ad un ordine

Fondamenti di Telecomunicazioni

~~XXXX~~ lezione
17/01/12

$$S_1 (xor) C_1 (xor) C_1 = S_1$$

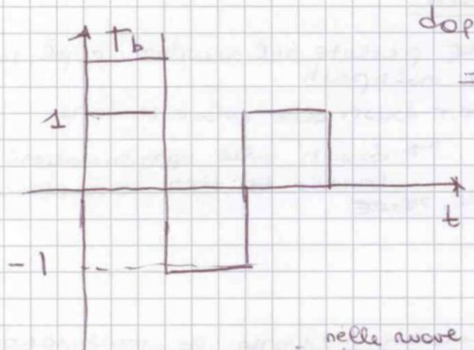
XOR → implementare una cross-correlazione

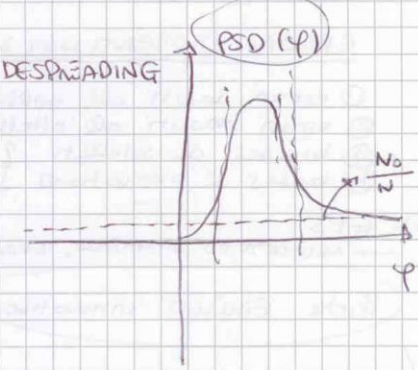
$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} C_T(i)\, C_L(i) = \begin{cases} 1 & \text{se } C_T = C_L \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

C_T: codice trasmesso; C_L: codice locale

Potenza di segnale / potenza di rumore

dopo DESPREADING ⟹





quello che cambia nelle nuove ~~da una~~ trasmissione ~~nuova~~ è il numero di bit pe di codice.

XXXXI lezione
19/01/12

GPS / GALILEO → SISTEMI DI TELELOCALIZZAZIONE

IL SATELLITE per la telelocalizzazione → (navigazione GPS) → sistema ONE-WAY (solo dal satellite al dispositivo mobile)

↳ trasmissione continua da ~~sat~~ satellite a mobile

↳ la bontà di un sistema GPS è anche quella di minimizzare i tempi di trasmissione - ricezione (perché sono molto più corti)

GPS → tecnica di accesso al mezzo CDMA

GLONASS → sistema telelocalizzatore
↳ FDMA

} variano per l'accesso al mezzo

ha vinto il GPS perché l'hardware ~~so~~ è più facile

GALILEO → sistema europeo a differenza del GPS (americano)

4 numero minimo dei satelliti
↳ latitudine → longitudine → altitudine → tempo
→ funzionano con accesso a divisione di codice

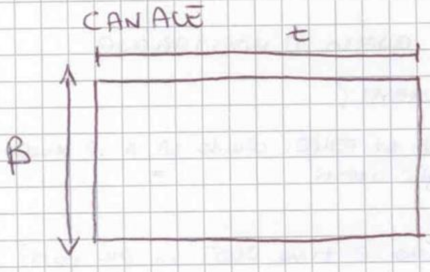
Sorgente : http://holsi.hasanaj.com/
Autore : Holsi Hasanaj
Professore: Benedetto

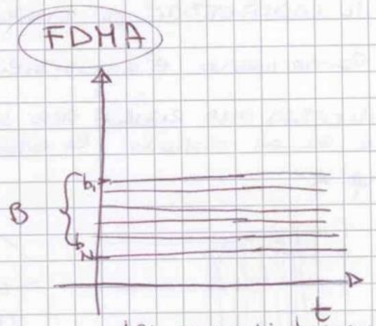
Corso di Ingegneria Informatica Roma Tre
Anno di produzione: 2012-2013

(1) non devo dare la stessa frequenza portante a due stazioni RADIO-BASE vicine
→ il FATTORE DI RIUSO DELLE FREQUENZE È ABBASTANZA ALTO

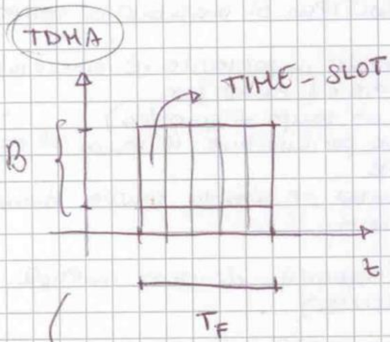
con TDMA/FDMA → no streaming/video chiamate etc
(GSM)

~~xxxx~~ Lezione
17/01/12





gli apparati devono essere ricetrasmettitori
→ si utilizza su sistemi wireless mobili → stesse caratteristiche



→ 1 kbit/s
1 bit/1ms

nel dominio del tempo posso trasmettere
→ o in continuo
→ o a BARST (~~......~~ ovvero a blocchi)

→ VANTAGGIO → moltiplicazione dei dati sullo stesso canale

TIME SLOT: opportunità di trasmettere di un utente

SIA TDMA che FDMA presi singolarmente hanno limitazioni sul fatto che ~~non~~ posso prendere solo un numero n dai piccolo di utenti.

TECNICA MISTA TDMA/FDMA → sistemi GSM

Fondamenti di Telecomunicazione

XXXXII lezione
20/01/2012

DIGITALE TERRESTRE DVB-T (digitale video, broadcasting)

standard di trasmissione analogici: NTSC, PAL, SECAM
frequenze TV → da 0,03 → 1000MHZ

NTSC: (National Television System Committee)
fu il primo standard a colori

PAL: (Phase Alternation Line) deriva dall' ~~NS~~ NTSC al quale elimina la distorsione a colori → modulano in ampiezza

SECAM: Usato in FRANCIA → modula in frequenza

Si è passati al digitale poiché nello stesso banda si possono mettere 4 canali

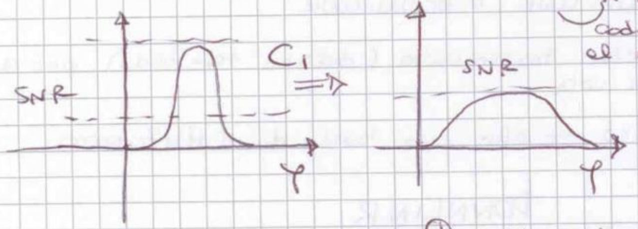
DIGITAL-DIVIDED: problema di ricevere il segnale in montagna ed in posti differenti dal normale → fosse DEVICE

DVB-S (satellitare)

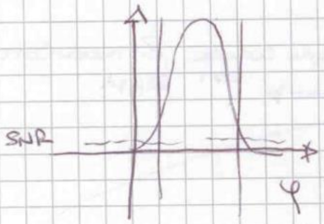
utilizzo codici quasi ortogonali → molti più di n

↳ me lo posso permettere poiché la soglia di rumore è tutti i rumori sottostanti vengono nascosti

} ho un interferenza tra i codici, ma è sempre minore al livello di rumore del canale



→ (!) moltiplicando per C_1 (ovvero per il codice) allargo in banda il rumore

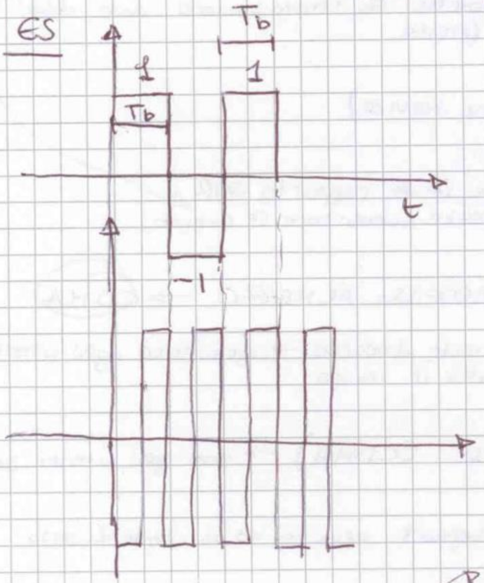


MOLTIPLICAZIONE per il codice

↳ allargamento in banda "SPREADING"

passo da BIT a CIP nel momento in cui moltiplico il mio segnale per C_1

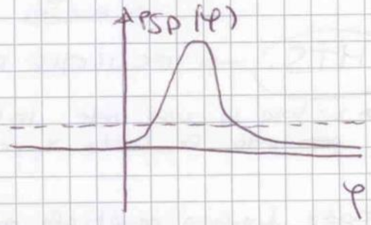
ES



BIT → CIP (con un tempo di bit molto più stretto)

$C_1 = [0,1,0,1]$

-1 1 -1 1



visto che T_c deve rimanere costante devo variare N

In UMTS trasmetto i CHIP

$$\boxed{T_b = N \cdot T_c}$$

In UMTS trasmetto ~~costante~~ costantemente a in un secondo trasmetto 3,84 Mchip/s

~~mente a~~

Analisi Matematica

INTEGRALI PER PARTI: siano f e g derivabili in $[a,b] \Rightarrow$

$$\int_a^b f(x)\cdot g'(x)\,dx = f(x)\cdot g(x)\Big|_a^b - \int_a^b f'(x)\cdot g(x)\,dx$$

Ex:
$$\int e^x \cos x\,dx = -\operatorname{sen}x\, e^x - \int -\operatorname{sen}x\, e^x$$

$$\int \operatorname{sen}x\, e^x = \cos x\, e^x - \int \cos x\, e^x$$

$$\int e^x \cos x\,dx = -\operatorname{sen}x\, e^x + \cos x\, e^x - \int \cos x\, e^x$$

$$2\int e^x \cos x\,dx = e^x(\cos x - \operatorname{sen}x) \Rightarrow \int e^x \cos x\,dx = \frac{e^x(\cos x - \operatorname{sen}x)}{2}$$

NUMERI COMPLESSI

- SOMMA: $z = a+ib \quad w = c+id$

$$z+w = (a+c,\ b+d)$$

- PRODOTTO:

$$z\cdot w = (ac-bd,\ ad+bc)$$

$i = (0,1)$

$i^2 = i\cdot i = (0,1)(0,1) = (-1,0)$

- MODULO:

$$|z| = \sqrt{a^2+(ib)^2} \Rightarrow |z| = \sqrt{z\cdot z^*}$$

- CONIUGATO

$$z\cdot\bar{z} = (a+ib)(a-ib) = a^2+b^2$$

Ex:
$$\frac{z}{w} = \frac{a+ib}{c+id}\cdot\frac{c-id}{c-id} = \frac{(ac+bd)+i(-ad+bc)}{c^2+d^2}$$

- FORMULE DI DE-MOIVRE

$$(\cos(\operatorname{Arg}z) + i\sin(\operatorname{Arg}z))^n = \cos(n\operatorname{Arg}z) + i\sin(n\operatorname{Arg}z)$$

- FORMULE DI EULERO

$$e^{ib} = \cos b + i\operatorname{sen} b$$
$$e^{-ib} = \cos b - i\operatorname{sen} b$$
$$\cos b = \frac{1}{2}\left[e^{ib} + e^{-ib}\right]$$
$$\operatorname{sen} b = \frac{1}{2i}\left[e^{ib} - e^{-ib}\right]$$

$$z = a+ib = |z|\{\cos\operatorname{Arg}z + i\operatorname{sen}\operatorname{Arg}z\} = |z|\cdot e^{i\operatorname{Arg}z}$$

per determinare la posizione non è possibile utilizzare segnali riflessi, ma solo quelli diretti LOS (~~Light~~ Line of Sight)

↳ per la posizione devo avere 4 tipi di segnali diversi
→ prima acquisisco il tempo e poi gli altri segnali

CODICI UTILIZZATI (PRN) → pseudo-random-Noise

↳ obbediscono alla regola dell'ortogonalità

TEMPO DI TRANSITO (τ) → ci da una misura della distanza

ERRORI PRESENTI NEI SISTEMI

1. errori dovuti all'HARDWARE presente nel ricevitore e nel satellite
2. errori dovuti all'effetto di multipath
3. biases dei satelliti } errori dovuti alla polarizzazione
4. biases di osservazioni }

→ dovuti alle approssimazioni che faccio ~~tp~~ tipo terra sferica

IL GPS
→ SEGMENTO SPAZIALE, TERRESTRE, UTENTE

Perchè GALILEO innovativo?

i segnali trasmessi sono modulati mediante la combinazione di un codice a spettro esteso (sono 2)

↳ L_1: $f_1 = 1575,42$ MHz $\lambda = 0,19$
L_2: $f_2 = 1227,60$ MHz $\lambda_2 = 0,24$ m

Le due portanti sono modulate in fase utilizzando tre diversi codici: (C/A)
1. COARSE/ACQUISITION CODE
2. PRECISION CODE
3. DATI di NAVIGAZIONE (D)

↳ così si ~~svinc~~ svincola dal sistema americano
- trasmette anche pacchetti con dei servizi a segnale aggiunto
- le portanti da 2 diventeranno 3

→ PRO: possibilità di progettare un ricevitore semplice e quindi basso costo

→ CONTRO: interferenza di un sistema sull'altro
Interferenza che si genera internamente